

Matemaattinen identiteetti ja oppimisvaikeudet matematiikassa

Pro gradu-tutkielma

Johanna Lahdenperä

1951763

Matemaattisten tieteiden laitos

Oulun yliopisto

Kevät 2014

Sisällysluettelo

Tiivistelmä	3
1 Johdanto.....	5
2 Matemaattinen identiteetti	7
2.1 Matemaattinen identiteetti ja sen muodostuminen	8
2.2 Opettajan vaikutus matemaattiseen identiteettiin	14
2.3 Oppimisvaikeuksien vaikutus matemaattisen identiteetin muodostumiseen	16
3 Matemaattinen oppimisvaikeus (MLD).....	20
3.1 Matemaattisen oppimisvaikeuden alatyypit ja niiden piirteet.....	22
3.1.1 Proseduraalinen alatyypit	24
3.1.2 Semanttisen muistin alatyypit.....	26
3.1.3 Visuospatiaalinen alatyypit	26
3.2 Matemaattisen oppimisvaikeuden muodostuminen.....	27
3.3 Matemaattisen identiteetin vaikutus oppimisvaikeuteen.....	28
4 Johtopäätökset.....	30
Lähdeluettelo	34

Tiivistelmä

Tutkimuksen tarkoitus oli perehtyä oppilaan matemaattiseen identiteettiin, matemaattisiin oppimisvaikeuksiin ja selvittää millainen yhteys näiden kahden välillä on. Tutkimuksen lähtökohtana oli Heyd-Metzuyanimin (2012) artikkeli, jossa tutkitaan matemaattista identiteettiä sekä esitellään matemaattiseen identiteettiin ja oppimisvaikeuteen liittyvä tapaustutkimus. Artikkelista etsittiin identiteettiin tai matemaattisen oppimisvaikeuteen viittaavat lähteet ja kaikki aiheen ohittavat artikkelit hyljättiin. Muita lähteitä löydettiin valittujen artikkeleiden lähdeluetteloista ja muiden hakumenetelmien avulla. Pro gradu on kirjallisuustutkimus ja pohjautuu pääosin tieteellisesti julkaistuihin artikkeleihin. Tärkeimpiä lähteistä olivat edellä mainitun lisäksi Bishopin (2012), Blackin (2012) ja Grootenboerin ja Zevenbergenin (2008) identiteettiin perehtyvät artikkelit sekä Gearyn (2004) matemaattista oppimisvaikeutta kattavasti käsittelevä artikkeli.

Matemaattisella identiteetillä tarkoitetaan oppilaan laajempaa käsitystä itsestään matemaattisesta näkökulmasta. Nykyiset sekä menneisyyden tapahtumat, muut oppilaat, opettaja ja vuorovaikutustilanteet vaikuttavat matemaattisen identiteetin kehittymiseen. Matemaattinen identiteetti muuttuu jatkuvasti. Erityisesti sosiaalisella vuorovaikutuksella on merkittävä osa identiteetin muodostumisessa. Opettaja voi kehittää oppilaiden matemaattisia identiteettejä pyrkimällä antamaan jokaiselle onnistumisen tunteita. Hänen roolinsa on väliaikainen – jäljelle jää vain oppilas ja oppilaan suhde matematiikkaan.

Matemaattisen oppimisvaikeuden muodostuminen johtuu useimpien tutkimusten mukaan yksilöllisistä syistä. Heikkoa matemaattista identiteettiä ei nosteta esiin oppimisvaikeuden muodostumiseen vaikuttavissa tekijöissä. Menestymiseen matematiikassa vaikuttavat kuitenkin oppilaan matemaattinen identiteetti, opettaja, oppilaat, ympäristö ja vuorovaikutustilanteet kokonaisuutena. Matemaattisen oppimisvaikeuden piirteet voidaan jakaa kolmeen alatyypin. Proseduraalisen alatyypin piirteisiin kuuluvat menettelytapojen ongelmat. Tällaisia ovat vähemmän kehittyneiden menetelmien toistuva käyttö, toistuvat virheet menetelmien suorituksessa sekä vaikeudet monivaiheisissa tehtävissä. Semanttisen muistin alatyypin kuuluvat pitkäaikaismuistin ongelmat, kuten vaikeudet aritmetiikan faktojen muistamisessa. Visuospatiaaliseen alatyypin kuuluvat sanalliset ja geometrian esittämisen ongelmat. Matemaattinen oppimisvaikeus ei ilmene kaikilla oppilailla samalla tavoin.

Matemaattisella oppimisvaikeudella ja identiteetillä on selvästi yhteys toisiinsa. Matemaattinen oppimisvaikeus aiheuttaa yleensä oppilaan matemaattisen identiteetin heikkenemisen. Tämä voi

johtua muun muassa siitä, että oppilas tuntee itsensä matematiikassa heikommaksi kuin muut oppilaat, eikä saa riittävästi onnistumisen tunteita. Opettajan tulisi kohdella MLD-oppilasta riittävän yhdenvertaisesti ja oikeudenmukaisesti, mutta tarjota hänelle tarvittavaa lisätukea. Oppilaan leimaaminen muiden silmissä heikoksi voi johtaa oppilaan syrjäytymiseen ja vuorovaikutustilanteiden vääristymiseen. Oppilailla, jotka menestyvät hyvin matematiikassa, on yleensä hyvä matemaattinen identiteetti. Muut oppilaat voivat käytöksellään saada toisen oppilaan identiteetin heikentymään esimerkiksi toistuvissa epätasapainoisissa vuorovaikutustilanteissa. Opettajan tulisi valvoa riittävästi vuorovaikutustilanteita, jotta ne pysyvät tasapainoisina. Matemaattisen identiteetin heikkeneminen voi johtaa myös huonoon matematiikan opintomenestykseen, mutta ei voida kuitenkaan puhua oppimisvaikeudesta vaan oppimistulosten heikkenemisestä.

1 Johdanto

Tutkimalla oppilaan matemaattista identiteettiä voidaan ymmärtää paremmin hänen ajatusmaailmaansa sekä käyttäytymistään matemaattisissa ympäristöissä. Matemaattiset oppimisvaikeudet voivat vaikuttaa oppilaan käyttäytymiseen luokassa. Gradun tutkimusaiheena on tutkia oppilaan matemaattista identiteettiä, matemaattista oppimisvaikeutta sekä näiden mahdollista suhdetta toisiinsa. Tutkimuksen aihe muotoutui kiinnostuksesta oppilaan ajatusmaailmaa sekä matemaattisia oppimisvaikeuksia kohtaan. Vaikeuksia matematiikassa voi olla monissa aiheissa ja eri syistä johtuen. Matemaattisten vaikeuksien käsittely gradussa on rajattu oppimisvaikeuteen nimeltä MLD (eng. Mathematical Learning Disability).

Tutkimus pohjautuu pääosin tieteellisesti julkaistuihin artikkeleihin, jotka on valittu silmällä pitäen matemaattisen identiteetin ja matemaattisen oppimisvaikeuden yhteyttä. Mukaan on valittu myös artikkeleita, jotka käsittelevät pelkästään toista näistä näkökulmista. Näin saadaan riittävän kattava käsitys sekä identiteetistä että matemaattisesta oppimisvaikeudesta. Tutkimuksen lähtökohtana on Heyd-Metzuyanin (2012) kirjoittama artikkeli. Artikkelista etsittiin identiteettiin tai matemaattiseen oppimisvaikeuteen viittaavat lähteet ja kaikki aiheen ohittavat artikkelit hylättiin. Myös valittujen artikkeleiden lähdeluetteloita tarkasteltiin, jotta saatiin kattavampi kokonaisuus aiheeseen liittyvää tietoa osaksi gradua. Lisäksi Oulun yliopiston kirjaston sekä internetin hakumenetelmillä etsittiin aiheeseen liittyviä julkaisuja.

Oppilaiden matemaattisten identiteettien tutkiminen on kiihtynyt 1990-luvun loppupuolelta alkaen (Cobb, Gresalfi & Hodge, 2009; Heyd-Metzuyanin, 2012; Bishop, 2012). Identiteetin tutkimisen avulla saadaan parempi käsitys matemaattisesta oppimisprosessista sekä voidaan myös löytää uusia näkemyksiä toistuviin ongelmiin matematiikan oppimisessa (Grootenboer & Zevenbergen, 2008). Tällaisia ovat esimerkiksi ongelmat oppimiseen osallistumisessa ja sitoutumisessa matematiikan opiskeluun (Grootenboer ym., 2008). Osalla oppilaista on huono asenne matematiikkaa kohtaan vuodesta toiseen (Grootenboer ym., 2008). Oppimiseen ei vaikuta ainoastaan tapa, jolla matematiikkaa opetetaan, vaan myös oppilaan oma motivaatio sekä mielikuva siitä, millainen oppilas hän itse on.

Matemaattisia oppimisvaikeuksia on tutkittu huomattavasti vähemmän kuin lukemisen oppimisvaikeuksia. Aiheen tutkiminen on kuitenkin lisääntynyt viimeisten kahdenkymmenen vuoden aikana. Vuosituhannen alkupuolella tutkimus oli rajoittunut pääasiassa aritmetiikan osaluokkaan ja aiheesta oli tehty vain muutamia empiirisiä tutkimuksia (Geary, 2004). Tutkimuksissa on pyritty määrittämään matemaattisen oppimisvaikeuden piirteet sekä sitä aiheuttavat tekijät.

Matemaattisen oppimisvaikeuden perinnöllisyyttä sekä yhteyttä lukemisen oppimisvaikeuteen on myös tutkittu.

Ensimmäisen pääluvun alla käsitellään matemaattista identiteettiä. Luvussa määritellään käsitteet identiteetti sekä matemaattinen identiteetti, ja esitellään matemaattisen identiteetin muodostumiseen vaikuttavia tekijöitä. Identiteetin yhteydessä käsitellään vuorovaikutusta oppilaan ja opettajan sekä muiden oppilaiden välillä. Opettajan merkitys identiteetin kehittymisessä on merkittävä, joten kappaleessa käsitellään, millä tavoin opettaja voi vaikuttaa oppilaan identiteettiin. Lisäksi selvitetään kuinka matemaattinen oppimisvaikeus vaikuttaa oppilaan matemaattiseen identiteettiin.

Toisen pääluvun alla käsitellään matemaattista oppimisvaikeutta. Luvussa määritellään, mikä on matemaattinen oppimisvaikeus ja mitkä ovat mahdolliset syyt sen muodostumiseen. MLD voidaan jakaa kolmeen alatyypin, joihin kuhunkin liittyy omat tyypilliset piirteensä. Luvussa esitellään useita MLD-oppilaan mahdollisia ongelmakohtia matematiikassa. Matemaattinen oppimisvaikeus ilmenee eri tavoin eri oppilailla, joten on muistettava että kaikki oppilaat eivät koe hankaluuksia kaikissa esille tuoduissa tilanteissa. Jokainen oppilas on yksilöllinen eikä yhden heikon osa-alueen perusteella voida vielä määrittää oppilaalle MLD-diagnoosia. Matemaattisen oppimisvaikeuden diagnosoimiseksi on määritetty kolmivaiheinen prosessi. Se esitellään tutkimuksessa lyhyesti, jotta ymmärretään, milloin on kyseessä MLD. Lopuksi selvitetään, voiko heikko matemaattinen identiteetti aiheuttaa oppimistulosten heikentymisen.

2 Matemaattinen identiteetti

Yleisestä identiteetistä on useita eri määritelmiä ja ne vaihtelevat usein tutkimuksen tarkoituksen mukaan. Identiteetti on voitu määritellä esimerkiksi psykologisesta tai sosiokulttuurisesta näkökulmasta (Grootenboer ym., 2008). Identiteetillä tarkoitetaan oppilaan laajempaa käsitystä itsestään (Grootenboer ym., 2008; Bishop, 2012). Identiteetti määrittelee, kuka henkilö on, miten hän puhuu sekä millaisia tunteita, asenteita ja uskomuksia hänellä on. Oppilas ei välttämättä ole tietoinen identiteetistään, mutta hän voi toisaalta myös tietää olevansa hyvä jossakin tietyssä asiassa kuten kertolaskussa tai yleisemmin koulunkäynnissä. (Bishop, 2012.)

Identiteettiä voidaan tarkastella yksilöllisestä tai yhteisöllisestä näkökulmasta. Kertolaskun suorittaminen on hyvä esimerkki yksilölliseen identiteettiin vaikuttavasta asiasta, kun taas vaikkapa matematiikkakerhoon kuulumisen vaikuttaa yhteisölliseen identiteettiin. Identiteetti voi olla myös institutionaalista tai perustua johonkin ryhmään kuulumiseen. Diagnosoitu sairaus on esimerkki institutionaalista identiteetistä, kun taas Oulun Kärppien kannattaminen on hyvä esimerkki jälkimmäisestä. (Bishop, 2012.)

Identiteetti ja sen muodostuminen riippuvat hyvin pitkälti kontekstista, jossa identiteettiä tutkitaan. Oppilaalla on useita identiteettejä (Grootenboer ym., 2008) ja niillä on useita ilmenemismuotoja eri tilanteissa (Grootenboer ym., 2008; Cobb ym., 2009; Bishop, 2012). Eri luokkatilanteissa oppilaan käyttäytyminen voi muuttua huomattavasti (Cobb ym., 2009). Oppilas käyttäytyy mahdollisesti eri tavoin perheensä kanssa kuin luokkatovereidensa seurassa. Tutkimuksista (Black, 2004; Solomon, 2007; Grootenboer ym., 2008; Cobb ym., 2009; Anderson, 2009; Heyd-Metzuyanin, 2012; Bishop, 2012) voidaan päätellä, että identiteetti on monimutkainen ja moniulotteinen kokonaisuus.

Identiteetti on kokonaisuus, johon menneisyys (Grootenboer ym., 2008; Bishop, 2012), nykyhetki ja tulevaisuus vaikuttavat (Bishop, 2012). Aikaisemmat toimintamallit käytöksessä, konteksti, sosiaaliset suhteet (Bishop, 2012) ja vuorovaikutustilanteet kehittävät identiteettiä (Solomon, 2007; Bishop, 2012). Se, miten henkilö toimii ja miten hän osallistuu ympärillään tapahtuviin aktiviteetteihin, vaikuttaa hänen identiteettiinsä (Solomon, 2007; Grootenboer ym., 2008). Myös oppilaan osallistumattomuus vaikuttaa identiteettiin (Solomon, 2007). Identiteetti ei ole pelkästään moniulotteinen (Bishop, 2012) vaan myös muuttuva (Solomon, 2007; Bishop, 2012). Se voi muodostua myös sukupuolen tai kansallisuuden ohjaamana (Bishop, 2012). Vuorovaikutuksessa toisen henkilön kanssa opitaan myös itsestä (Bishop, 2012). Luokkatoverin käsitys oppilaasta ei välttämättä vastaa todellisuutta, mutta se voi vaikuttaa olennaisesti oppilaan

identiteetin kehittymiseen (Bishop, 2012). Oppilaan käsitys itsestä voi muuttua muiden henkilöiden käyttäytymisen seurauksena (Grootenboer ym., 2008; Bishop, 2012). Minäkuva, pohdiskelu (Bishop, 2012) ja myös tiedostamattomat ajatukset ovat osa identiteettiä (Grootenboer ym., 2008).

2.1 Matemaattinen identiteetti ja sen muodostuminen

Identiteetti ja matemaattinen identiteetti eivät ole toisistaan irrallisia käsitteitä. Bishopin (2012) mukaan matemaattisella identiteetillä tarkoitetaan niitä ajatuksia ja ideoita, joita oppilaalla on itsestään liittyen matematiikkaan tai matemaattisten suoritusten tekemiseen. Oppilas voi puhua ja kommunikoida tietyin tavoin aina samassa matemaattisessa ympäristössä. Lisäksi koko oppilaan olemus ja käytös ovat riippuvaisia kontekstista. (Bishop, 2012.) Identiteetillä ja matemaattisella identiteetillä on hyvin paljon samanlaisia piirteitä, mutta matemaattinen identiteetti on yhteydessä matematiikkaan.

Oppilaan minäkuva vaikuttaa paljon hänen asenteeseensa sekä käyttäytymiseensä vuorovaikutustilanteissa, oppimisessa sekä osallistumisessa (Bishop, 2012). Myönteisellä minäkuvalla on positiivinen korrelaatio hyvien kouluosaavutusten kanssa. Minäkuvalla tarkoitetaan oppilaan kokonaisvaltaista käsitystä itsestään. (Linnanmäki, 2004.) Identiteetin ja minäkuvan määritelmät ovat hyvin lähellä toisiaan, mutta ne eivät tarkoita täysin samaa asiaa. Identiteetti ja minäkuva ovat kuitenkin tiiviisti liitettyjä toisiinsa. Identiteetillä on merkittävä rooli siinä, millaisena matematiikan oppijana oppilas itsensä näkee (Solomon, 2007; Bishop, 2012). Oppilaiden minäkuvissa on selkeitä eroja eri luokka-asteilla. Minäkuva on ensimmäisillä luokka-asteilla yleensä myönteinen, mutta oppilaan käsitys itsestään ja taidoistaan realisoituu viidennen ja kahdeksannen luokka-asteen välillä. Ensimmäisten kouluvuosien aikana oppilaan minäkuva heikkenee yleensä huomattavasti. (Linnanmäki, 2004.)

Identiteettiin vaikuttaa myös yhteisön käsitys siitä, mitä matematiikka on ja miten sitä tulisi opiskella (Bishop, 2012). Yhteisössä voi myös vallita tietty käsitys siitä, ketkä yleensä ovat hyviä matematiikassa. Stereotyyppillä voi olla merkittävä vaikutus oppilaan suoritukseen. Tutkimuksen mukaan vahvan identiteetin aktivoiminen parantaa oppimissuoritusta ja heikon identiteetin aktivoiminen taas heikentää sitä. Aktivointi voi olla jonkin piirteen korostaminen esimerkiksi kysymyksillä ennen oppimistapahtumaa. Jos oppilaat ajattelevat, että tytöt ovat opetettavassa aiheessa yleensä parempia, johtaa oppilaan sukupuoli-identiteetin aktivointi siihen, että tytöt

suorittavat kokeen paremmin ja pojat heikommin kuin olisivat ilman aktivointia suorittaneet. (Ambady, Shih, Kim & Pittinsky, 2001.)

Matemaattinen identiteetti voidaan jakaa kahteen osa-alueeseen: normatiiviseen identiteettiin ja henkilökohtaiseen identiteettiin. Normatiivinen identiteetti muodostuu luokkahuoneessa ja sillä tarkoitetaan sitä, millainen matematiikan oppija oppilas on. Normatiivinen identiteetti on enemmän yhteisöllinen kuin yksilöllinen käsitys oppilaasta matematiikan oppijana. Henkilökohtainen identiteetti kehittyy matemaattisia tehtäviä tehdessä. Se sisältää oppilaan ajatuksia siitä, mitä tarkoittaa olla hyvä matematiikassa ja miten matematiikkaa tulee opiskella. (Cobb ym., 2009.) Tämä matemaattisen identiteetin jako normatiiviseen ja henkilökohtaiseen identiteettiin muistuttaa yleisen identiteetin jakoa yksilölliseen ja yhteisölliseen identiteettiin.

Vallan jakautuminen luokassa vaikuttaa normatiivisen identiteetin muodostumiseen. Tilanteessa, jossa valta on täysin opettajalla, harjoitellaan enemmän oppilaan kurissa pysymistä kuin oppilaan matemaattisten taitojen kehittämistä. Tällöin opettaja valitsee metodit, joita luokassa tehtävien ratkaisemiseksi käytetään. Hyvä oppilas on se, joka tottelee opettajaa ja suorittaa tehtävät opettajan ohjaamalla tavalla. Jos oppilas ei ole itse harjoitellut metodien valintaa, hän ei välttämättä ymmärrä miksi ongelma ratkaistaan tietyllä metodilla. Mikäli opettaja antaa vastuuta ja päätösvaltaa oppilaille, heidän käsityksensä hyvästä matematiikan oppijasta voi olla erilainen. Hyvä oppilas ei vain tottele ja suorita tehtäviä opettajan ohjaamalla tavalla, vaan lisää mukaan myös omaa ajattelukykyään. Tähän liittyy myös eri käsitteiden ja periaatteiden yhdistäminen ja ymmärtäminen. (Cobb ym., 2009.)

Henkilökohtainen identiteetti muuntautuu luokkahuoneessa. Oppilas voi vastustaa matematiikan opiskelua, nauttia ja osata matematiikkaa tai pelkäänsä selviytyä siitä. Oppilaan käsitys siitä, millainen matematiikan oppija hän on, muovaa oppilaan henkilökohtaista identiteettiä. Oppilas muodostaa käsityksensä sekä omasta että muiden oppilaiden kyvykkyydestä matematiikan tehtäviä ja harjoitteita tehdessään. Tämä käsitys voi myös muuttua myöhemmin. Opettajan tekemät vaatimukset oppilaalle voivat muodostua oppilaan vaatimuksiksi hänelle itselleen, mikäli oppilas tuntee osaavansa opiskella matematiikkaa. Jos halutaan ymmärtää oppilaiden henkilökohtaisen identiteetin muodostumista, oppilaita voidaan pyytää kirjaamaan ylös heidän käsityksiään siitä miten luokassa tulee toimia, heidän mielipiteitään näistä toimintamalleista sekä perusteluja mielipiteille. (Cobb ym., 2009.)

Oppilaan identiteetti sisältää käsityksen siitä, millainen henkilö hän on. Sekä opettajan että oppilaan identiteetti on muodostunut useiden asioiden seurauksena. Oppilaan historia, kyvyt ja taidot, uskomukset ja asenteet sekä tunteet ovat muovanneet identiteettiä. Oppilaalla voi olla jo

ennen opiskelun aloittamista käsitys siitä, mitä matematiikan opiskelu on. Sen avulla hän on voinut muodostaa joko negatiivisia tai positiivisia tunteita matematiikkaa kohtaan. Jokaisella oppilaalla, myös nuorimmilla, on olemassa jonkinlainen matemaattinen identiteetti matematiikan opintoja aloitettaessa. Identiteettejä voi olla myös useita. (Grootenboer ym., 2008.) Matemaattinen identiteetti kehittyy oppilaan osallistuessa matematiikan tunnille (Solomon, 2007; Grootenboer ym., 2008) ja oppiessa lisää matematiikkaa (Grootenboer ym., 2008). Oppilaan minäkuva (Linnanmäki, 2004) ja täten myös identiteetti muuttuvat erityisen paljon ensimmäisten kouluvuosien aikana. Matematiikan tunneilla oppilas näkee oman osallistumisensa merkityksen (Solomon, 2007).

Jos matematiikan opettelu sisältää paljon yksityiskohtia, joita ei pystytä liittämään toisiinsa, voi matematiikka jäädä melko irralliseksi ja hyödyttömäksi kokonaisuudeksi. Oppilaalle tulisi aina pyrkiä antamaan kokonaiskuva siitä, mitä ollaan opettelemassa. Mikäli oppilas näkee matematiikan tarpeellisena osana elämäänsä myös luokkahuoneen ulkopuolella, muodostuu hänelle todennäköisemmin hyvä matemaattinen identiteetti. (Grootenboer ym., 2008.) Toisaalta, mikäli matematiikka on oppilaalle ylitsepääsemättömän vaikeaa, ja hän tietää sen oppimisen olevan erittäin tärkeää, voivat matematiikan tunnit olla oppilaalle epämiellyttäviä. Linnanmäen (2004) mukaan matematiikkaa pidetään yleensä tärkeämpänä kuin muita oppiaineita, ja heikot matemaattiset taidot huolestuttavat oppilaita. Matematiikan oppiaine aiheuttaa voimakkaita tunteita ja mielipiteitä sekä oppilaissa että vanhemmissa (Linnanmäki, 2004). Osa oppilaista ei kuitenkaan näe matematiikan merkitystä käytännön elämässä (Huhtala & Laine, 2004).

Matemaattinen identiteetti on tärkeä, sillä se vaikuttaa siihen, osallistuuko oppilas luokassa suoritettaviin aktiviteetteihin ja kuinka osallistuminen tapahtuu (Solomon, 2007; Bishop, 2012). Useissa tutkimuksissa huomioidaan oppilaiden välinen vuorovaikutus yhtenä mahdollisena identiteettiin vaikuttavana tekijänä (Grootenboer ym., 2008; Bishop, 2012; Heyd-Metzuyanin, 2012). Matematiikan tunneilla opitaan paljon muutakin kuin matematiikan teoriaa. Oppimisprosessin yhteydessä oppilas oppii sekä tiedostamatta että tietoisesti, kuinka vuorovaikutuksen tulisi edetä ja miten matematiikkaa tulisi opettaa (Grootenboer ym., 2008). Oppilaan matemaattiseen identiteettiin vaikuttavat myös muiden oppilaiden identiteetit (Grootenboer ym., 2008). Matemaattisen identiteetin tutkiminen antaa täten tietoa laajemmin kuin pelkästään yhden oppilaan osalta (Grootenboer ym., 2008). Sosiaaliset tilanteet (Solomon, 2007; Heyd-Metzuyanin, 2012), oppimisympäristö ja luokkahuoneyhteisö vaikuttavat oppilaan käsitykseen itsestä (Grootenboer ym., 2008).

Vuorovaikutustilanteet voivat myös vääristää oppilaiden identiteettejä (Bishop, 2012; Black, 2004). Bishopin artikkelissa nousee esille tapaus, jossa kahden oppilaan välinen vuorovaikutus on muovannut pitkälle kummankin käsityksen siitä, millaisia he ovat matematiikassa. Tehtäviä tehdessä oppilas nimeltä Teri antoi toistuvasti ystävänsä Bonnien ymmärtää, että Bonniella oli vain vähän annettavaa keskusteluihin. Bonnie teki oikeanlaisia päättelyitä, mutta Teri sivuutti ne, ja myöhemmin jopa piti Bonnien muodostamaa oikeaa päättelyä itse keksimänään. Mikäli Teri ei ymmärtänyt Bonnien päättelyä, hän ei halunnut keskustella siitä. Terin ajatuksia pohdittiin kuitenkin yhdessä. Bonnie tuli siihen uskomukseen, että hän on huono oppilas ja Teri on aina ollut hyvä matematiikassa, sillä Teri ”tietää aina ensin” kaiken. Vuorovaikutustilanteiden epätasapaino johti siihen, että oppilaille muodostui vääristyneet matemaattiset identiteetit ja Bonnien minäkuva heikkeni. Opettaja ei ollut tietoinen keskustelun etenemisestä, joten hän ei voinut johdatella sitä oikeaan suuntaan. (Bishop, 2012.) Tapaustutkimuksesta voidaan päätellä, että vuorovaikutuksella voi olla yllättävän suuri merkitys oppilaan identiteetin muodostumiselle. Epätasainen luokkahuonekeskusteluihin osallistuminen voi johtaa erilaisten identiteettien muodostumiseen (Black, 2004). Luokkahuoneympäristössä pitäisi pyrkiä vähentämään laajoja sosiaalisia epätasaisuuksia (Black, 2004), jotta voidaan ennaltaehkäistä vääristyneiden identiteettien muodostumista.

Keskustelut luokassa joko kehittävät tai eivät kehitä oppilaan ajattelua ja ymmärrystä. Kehittävässä keskustelussa henkilöt kommunikoivat siten, että oppimisprosessi etenee yhteisymmärryksessä. Keskustelussa, joka ei kehitä oppilasta, oppilas joutuu passiiviseen rooliin ja toinen henkilö kontrolloi keskustelun etenemistä. Passiivisen oppilaan mahdolliset vastaukset toiselle henkilölle ovat yksinkertaisia, kuten ”kyllä” tai ”ei”. Keskustelut voivat tapahtua oppilaan ja opettajan tai pelkästään oppilaiden välillä. Toistuvasti kehittäviin keskusteluihin osallistuva oppilas tuntee itsensä hyväksi oppijaksi. Oppilas, joka ei osallistu ollenkaan kehittäviin keskusteluihin tai keskusteluihin ylipäätään, voi vieraantua opetuksesta ja tuntea itsensä heikoksi oppijaksi. (Black, 2004.) Mikäli oppilas löytää opettajan kanssa mentaalisen yhteyden, on hänen helpompi osallistua kehittäviin keskusteluihin (Solomon, 2007).

Oppilaan asema luokassa (Solomon, 2007) sekä luokan sisällä muodostuneet mikrokulttuurit vaikuttavat oppilaan matemaattiseen identiteettiin (Bishop, 2012; Cobb ym., 2009). Bishopin (2012) mukaan vaikutussuhde on myös toiseen suuntaan. Mikrokulttuureilla tarkoitetaan oppilaiden kesken luokassa muodostuneita alakulttuureita, joissa yhdistävänä tekijöinä voivat olla esimerkiksi yhteiset kiinnostuksen kohteet, taitotaso tai kulttuuriset taustat. Matematiikan tunneilla oppilas luo itselleen tietyn aseman luokassa sekä sosiaalisia suhteita muiden henkilöiden kanssa (Solomon, 2007). Mikrokulttuurit ovat yhteydessä oppilaiden asemaan luokassa, ja ne

vaikuttavat myös vuorovaikutustilanteisiin. Oppilaan asema vaikuttaa myös hänen minäkuvaansa (Linnanmäki, 2004) ja täten myös hänen matemaattiseen identiteettiinsä. Ujoilla, kiusatuilla ja kiusaajilla on usein huono minäkuva (Linnanmäki, 2004). Sosiaaliset suhteet ja luokan rakenne ovat monimutkainen kokonaisuus (Anderson, 2009). Oppilaan teot vaikuttavat luokahuoneessa vallitseviin suhteisiin oppilaiden ja opettajan välillä, ja tämä taas vaikuttaa oppilaan osallistumiseen jatkossa (Solomon, 2007).

Taulukossa 1 esitellään identiteetin muodostumiseen vaikuttavat neljä päätekijää sekä tutkimuksia, joiden mukaan tekijä vaikuttaa identiteettiin. Taulukko on muotoiltu vapaana suomennoksena Bishopin (2012) taulukon pohjalta, mutta tutkimukset on koottu gradun lähteiden joukosta. Opetussuunnitelmaan sisällytettyjä tekijöitä ovat tehtävät, joita oppilaille annetaan, sekä itse opetussuunnitelma ja kurssi jota oppilas käy. Opettajan taustoilla ja toiminnalla tarkoitetaan sitä, millaisen ilmapiirin opettaja luo luokkaan säännöillään, pedagogiikallaan sekä omien uskomustensa kautta. Opettaja luo myös rakenteet sille, miten oppilaan tulisi osallistua ja käyttäytyä luokassa. Vuorovaikutuksella tarkoitetaan sitä, miten keskustelut etenevät ja miten oppilaat kommunikoivat keskenään. Vuorovaikutukseen sisältyy sekä oppilaan ja muiden oppilaiden että oppilaan ja opettajan välinen vuorovaikutus. Viimeinen identiteettiin vaikuttava päätekijä on oppilas itse. Siihen sisältyvät oppilaan taustat ja toiminta, mahdolliset henkilökohtaiset tavoitteet sekä oppilaan minäkuva. Luokahuonetilanteessa samat vaikuttavat tekijät eivät vaikuta kaikkiin oppilaisiin samalla tavoin. Vaikka luokahuoneessa olisi samat säännöt kaikille, opettaja opettaisi samalla tavalla jokaista, tehtävät olisivat samoja ja kaikki noudattaisivat opetussuunnitelmaa, muodostuu luokassa erilaisia identiteettejä (Bishop, 2012).

Taulukko 1 - Identiteetin muodostumiseen vaikuttavia opetukseen liittyviä tekijöitä (Bishop, 2012; Vapaasti suomennettu ja mukautettu)

Tekijä	Tulosta tukeva tutkimus
Opetussuunnitelma tai kurssi	Bishop, 2012; Cobb, Gresalfi & Hodge, 2009; Grootenboer & Zevenbergen, 2008; Solomon, 2007
Opettajan taustat ja toiminta	Heyd-Metzuyanin, 2012; Bishop, 2012; Cobb, Gresalfi & Hodge, 2009; Anderson, 2009; Grootenboer & Zevenbergen, 2008; Solomon, 2007; Black, 2004
Vuorovaikutus	Heyd-Metzuyanin, 2012; Bishop, 2012; Bishop, 2012; Anderson, 2009; Grootenboer & Zevenbergen, 2008; Solomon, 2007; Black, 2004
Oppilaan tausta ja toiminta	Heyd-Metzuyanin, 2012;; Bishop, 2012; Cobb, Gresalfi & Hodge, 2009; Anderson, 2009; Grootenboer & Zevenbergen, 2008; Solomon, 2007; Black, 2004;

Oppilas on useimmiten osa jonkinlaista yhteisöä, jossa on omat norminsa ja tietynlainen elämäntapa (Grootenboer ym., 2008). Oppilaan olemassa oleva identiteetti ja oppilaan taustat vaikuttavat hänen käyttäytymiseensä luokassa (Black, 2004). Useissa tutkimuksissa on käynyt ilmi,

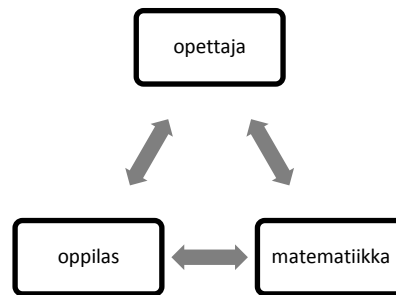
että sosiaaliset luokat sekä oppilaiden sukupuoli vaikuttavat huomattavan paljon luokkahuonekokemuksiin (Black, 2004). Luokassa voi olla erilaisista kulttuureista, yhteisöistä ja perheistä lähtöisin olevia oppilaita (Black, 2004; Grootenboer ym., 2008). Erilaiset kulttuuriset identiteetit kohtaavat luokkahuoneessa (Grootenboer ym., 2008) oppilaiden tuodessaan mukanaan arvonsa, oletuksensa ja matemaattisen historiansa (Solomon, 2007). Kaikki oppilaat eivät ole samalla tasolla matematiikan opiskelua aloitettaessa. Kulttuuriset taustat ohjaavat oppilaan käyttäytymistä luokkahuonetilanteessa, joten toiset oppilaat voivat lähtökohtaisesti menestyä opiskelussa paremmin kuin toiset (Black, 2004). Oppilas voi omien arvojen ja oletustensa perusteella asettaa itsensä tiettyyn asemaan suhteessa muihin (Solomon, 2007). Oppilaalla voi olla taustojensa aiheuttama tietynlainen käsitys siitä, kuinka matemaattisiin harjoituksiin pitäisi osallistua (Solomon, 2007). Kyky keskustella ja toimia vuorovaikutustilanteissa antaa oppilaalle mahdollisuuden osallistua matemaattisiin harjoituksiin odotetusti (Black, 2004).

Oppilaan identiteetti on olennainen osa matematiikan oppimista. Oppilaan identiteetti vaikuttaa hänen käyttäytymiseensä luokassa (Black, 2004; Grootenboer ym., 2008). Yksi opetuksen päämääristä on kehittää oppilaan matemaattista identiteettiä hyvään suuntaan (Grootenboer ym., 2008). Identiteetti rakentuu kokemusten kautta (Solomon, 2007; Grootenboer ym., 2008). Erilaiset tehtävät luokkatilanteessa, opetussuunnitelma ja matematiikan kurssi muovaavat useiden tutkimusten mukaan oppilaan identiteettiä (Grootenboer ym., 2008; Bishop, 2012). Suoritetut aktiviteetit ja oppilaiden osallistumistavat vaikuttavat myös oppilaan identiteettiin (Cobb ym., 2009). Hyvät kokemukset vaikuttavat jatkossa matematiikan opiskeluun ja voivat vahvistaa matemaattista identiteettiä (Grootenboer ym., 2008). Toistuvat negatiiviset kokemukset voivat aiheuttaa sen, että oppilas alkaa vältellä ja kyseenalaistaa matematiikan opetusta. Tällöin oppilas vieraantuu matematiikasta (Huhtala ym., 2004).

Opettaja ja oppilaat yhdessä muodostavat luokkahuoneilmapiirin (Solomon, 2007; Grootenboer ym., 2008), mutta myös fyysinen tila vaikuttaa siihen (Grootenboer ym., 2008). Myös ulkoiset tekijät ja tapahtumat vaikuttavat siihen, kuinka hyvin oppilaat viihtyvät luokassa. Esimerkiksi hyvät oppikirjat voivat helpottaa oppilaan oppimista, selkeyttää tehtävien tekemistä ja täten parantaa luokkahuoneilmapiiriä. Myös tarinoilla matematiikan opiskelusta ja opettamisesta voi olla vaikutusta luokkahuoneilmapiiriin. Hyvällä ilmapiirillä voidaan kannustaa matematiikan oppimiseen ja mahdollisesti parantaa oppilaan matemaattista identiteettiä. Luokkahuoneyhteisö on kuitenkin vain väliaikainen tila – matematiikan opiskelun päätyttyä oppilaalle jää jäljelle vain muistot matematiikan opiskelusta ja muista oppilaista. Oppilaan ja matematiikan välille luotu suhde sekä matemaattinen identiteetti säilyvät myös matematiikan opiskelun päättymisen jälkeen. (Grootenboer ym., 2008.)

2.2 Opettajan vaikutus matemaattiseen identiteettiin

Grootenboerin ja Zeverbergenin (2008) mukaan oppilas, opettaja ja matematiikka ovat kolme tärkeintä osa-aluetta matemaattisen identiteetin kehittämisessä. Kuvassa 1 on esitetty näiden tekijöiden yhteys toisiinsa. Opettaja johdattelee oppilaan oppimista sekä sitoo oppilaan ja matematiikan yhteen.



Kuva 1 – Opettajan, oppilaan ja matematiikan suhde (Grootenboer ym., 2008)

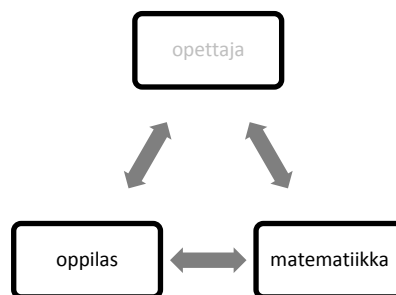
Opettaja ei luo oppilaille matemaattisia identiteettejä, vaan hän kehittää niitä. Jokaisella oppilaalla on olemassa jo jonkinlainen matemaattinen identiteetti tai identiteettejä, joita opettajan tulisi pyrkiä kehittämään mahdollisimman hyvään suuntaan (Grootenboer ym., 2008). Opettajan käsitykset oppilaiden kyvyistä sekä kulttuurisista taustoista vaikuttavat sekä opettajan että oppilaiden käytökseen (Black, 2004) ja täten myös identiteetteihin. Oppilas ja opettaja eivät välttämättä ole lähtöisin samanlaisesta yhteisöstä, joten heidän käsityksensä normeista voivat olla hyvin erilaiset. Hyvän opettajan on luotava suhde itsensä ja oppilaiden välille, jotta hän voi kehittää oppilaiden matemaattisia identiteettejä. Opettajalla tulee itsellään olla mahdollisimman pitkälle kehittynyt matemaattinen identiteetti, jotta hän voi toimia oppilaan matemaattisen identiteetin kehittäjänä onnistuneesti. Tehokkaalla opettajalla on yhteys sekä oppilaisiin että matematiikkaan. (Grootenboer ym., 2008.)

Opettajan motivaatio ja kiinnostus oppiainetta kohtaan motivoi myös oppilaita. Yleisen asenteen matematiikkaa kohtaan on oltava positiivinen. Myös hyvä opettamiskyky sekä matemaattiset tiedot ja taidot auttavat kehittämään oppilaiden identiteettejä samalla, kun opettaja pyrkii tekemään oppilaistaan mahdollisimman hyviä oppilaita. Mikäli opettaja näyttää nauttivansa tehdessään matemaattisia harjoituksia, antaa hän oppilailleen mielikuvan siitä kuinka hauskaa matematiikka voi olla. Opettajan on itse tunnettava matematiikka osana omaa laajempaa identiteettiään. (Grootenboer ym., 2008.)

Opettaja on erityisen tärkeä osa luokkahuonekeskusteluja, sillä hän johtaa ja johdattelee keskustelua oikeaan suuntaan (Black, 2004; Solomon, 2007). Blackin (2004) mukaan opettajan rooli oppilaan identiteetin synnyssä on merkittävä, sillä opettajan ja oppilaan välinen vuorovaikutus vaikuttaa myös siihen, miten oppilas osallistuu keskusteluihin. Opettaja voi tehdä luokkahuonekeskustelusta tehokkaampaa käyttämällä apunaan itsensä ja oppilaiden yhteisiä aikaisempia kokemuksia tai keskusteluja (Black, 2004). Mikäli matematiikka on muuttanut opettajan elämää positiiviseen suuntaan, on erittäin hyödyllistä kertoa näistä kokemuksista myös oppilaille (Grootenboer ym., 2008). Opettajalla on merkittävä rooli siinä, millaisena oppilaat kokevat matematiikan (Huhtala ym., 2004).

Keskustelu oppitunneilla on tehokasta silloin, kun opettaja pyrkii antamaan keskustelussa vastuuta myös oppilaille. Opettaja voi toisaalta liiallisen kontrolloivalla keskustelutavalla aiheuttaa oppilaiden siirtymisen keskustelussa passiiviseen rooliin. Tällöin oppilas ei voi ilmaista mitä hän ei ymmärrä ja asiat jäävät mahdollisesti osittain epäselviksi. Passiivisen oppijan roolissa oppilas ei ole itse kehittämässä matematiikkaa eikä täten välttämättä myöskään paljasta mahdollista tietämystään keskustelun aiheesta. Passiiviseen rooliin voi liittyä passiivista keskustelua, mutta myös sitä ettei oppilas osallistu keskusteluihin lainkaan. (Black, 2004.) Oppilas voi keskustella myös rutiininomaisesti. Tällöin hän vastailee haluttuihin kysymyksiin vuorovaikutustilanteessa, mutta ei todella ymmärrä mitä tehtävässä tehdään. Oppilas suorittaa tehtävää opetellulla tavalla ymmärtämättä sen todellista merkitystä. (Solomon, 2007.) Oppilaille tulisi tarjota mahdollisimman paljon sellaisia matematiikkakokemuksia, joissa oppilas ymmärtää tehtävät. Tällöin oppilaiden suhtautuminen matematiikkaan on myönteisempi. (Huhtala ym., 2004.)

Opettajan rooli oppilaan matemaattisen identiteetin kehittäjänä on väliaikainen. Hän pyrkii sitomaan matematiikan ja oppilaan yhteen. Kuva 2 ilmentää sitä, miten opettajan merkitys vähenee, ja lopulta jäljelle jää vain oppilaan ja matematiikan välinen suhde eli oppilaan matemaattinen identiteetti. Parhaimmillaan opettaja on avustanut oppilasta kehittämään vahvan matemaattisen identiteetin sekä hyödyllisen ja lämpimän siteen matematiikkaan. (Grootenboer ym., 2008.)



Kuva 2 – Opettajan väliaikainen merkitys (Grootenboer ym., 2008)

2.3 Oppimisvaikeuksien vaikutus matemaattisen identiteetin muodostumiseen

Matemaattiset oppimisvaikeudet voivat vaikeuttaa oppilaan opiskelua huomattavasti. Oppilaan jatkuva matemaattisten oppimisvaikeuksien kohtaaminen voi johtaa heikkoon minäkuvaan. Oppilailla, joilla on jokin oppimisvaikeus, on heikompi minäkuva kuin oppilailla keskimäärin (Linnanmäki, 2004). Tästä voi aiheutua heikko itsetunto ja tätä kautta myös heikko matemaattinen identiteetti. Linnanmäen (2004) mukaan kielteinen minäkuva johtaa usein huonoon opiskelumotivaatioon, kielteisiin koulunkäynnin kokemuksiin ja kielteiseen asenteeseen koulunkäyntiä kohtaan. Minäkuva heijastuu myös oppilaan käyttäytymiseen (Linnanmäki, 2004). Käytösongelmia esiintyy jopa 80 prosentilla sellaisista oppilaista, joilla on todettu lukemisen oppimisvaikeus (Desoete, Royers & De Clercq, 2004). Linnanmäen (2004) mukaan huonon minäkuvan ja oman suoritustason alittamisen välillä on havaittu yhteys jo 1950-luvulla. Oppilaan heikot matemaattiset saavutukset johtavat minäkuvan heikkenemiseen vasta myöhemmillä luokka-asteilla. Alakoulun ensimmäisten kouluvuosien aikana oppilaalla on yleensä vielä suhteellisen myönteinen minäkuva huolimatta omista matemaattisista taidoistaan. Viidennellä luokalla heikkojen oppilaiden minä kuvat ovat heikentyneet ja kahdeksanteen luokka-asteeseen mennessä heikentyminen korostuu entisestään. (Linnanmäki, 2004.)

Matemaattisen oppimisvaikeuden vaikutus voi näkyä vähentyneissä opiskelumahdollisuuksissa ja olla jopa rajoittava tekijä ammatinvalinnassa. Oppilaalla voi esiintyä sekä lukiossa että yliopistossa huomattavia vaikeuksia matematiikan parissa. Opettajat eivät välttämättä havaitse tai ymmärrä matemaattista oppimisvaikeutta, jolloin opettajan on vaikea tukea oppilaan opiskelua. (Desoete ym., 2004.) Matematiikan kokemukset vaikuttavat myös siihen, miten oppilas kohtaa matematiikan myöhemmässä vaiheessa elämäänsä (Huhtala ym., 2004). On tärkeää havaita matemaattinen oppimisvaikeus mahdollisimman aikaisessa vaiheessa.

Heyd-Metzuyanin (2012) käsittelee artikkelissaan oppilaan ja opettajan välistä vuorovaikutusta, sekä miten matemaattisesti heikon oppilaan menestyminen tehtävissä vaikuttaa oppilaan identiteettiin. Oppilas Dana on erittäin heikko suoriutuja matematiikassa ja lisäksi hänellä on todettu yleinen oppimisvaikeus sekä tarkkaavaisuushäiriö. Opettaja sekä Dana panostivat oppimisprosessiin huomattavasti, mutta oppilas Dana ei siitä huolimatta kehittänyt lainkaan uusia taitoja viisi kuukautta kestäneen tutkimuksen aikana. Oppimistilanteen analysoinnissa pyrittiin ymmärtämään mikä esti oppilasta kehittymästä. (Heyd-Metzuyanin, 2012.)

Matemaattista oppimisvaikeutta tunnistettaessa kriteereinä ovat huono opintomenestys, heikot testitulokset ja se, että oppilas ei opi lisätuesta huolimatta. Mikäli oppilas täyttää nämä kolme kriteeriä, voidaan hänelle diagnosoida matemaattinen oppimisvaikeus nimeltä MLD. Vaikka tutkimuksessa ei todettu Danalle matemaattista oppimisvaikeutta (vain yleinen oppimisvaikeus), huomataan, että Danan matemaattiset ominaisuudet ovat lähellä MLD-oppilaan kriteereitä. Opettaja tunnisti Danan jo aikaisessa vaiheessa erittäin heikoksi oppilaaksi, vaikka ei tiennyt hänen taustojaan. Oppilas pyrki ratkaisemaan tehtäviä niillä tavoin, jotka olivat aikaisemmin toimineet. Rutiineja olivat muun muassa lukujen summittaminen yhteen laskeminen ja oikean vastauksen arvaaminen. Oppilaalla oli myös vaikeuksia vuorovaikutusrutiinien kanssa. Keskustelun aikana opettaja ei uskonut oppilaan pääsevän tehtävässään lopputulokseen, joten hän siirtyi toisinaan seuraavaan tehtävään ja päätti keskittyä yksinkertaisempiin suoriin tehtävien suoritusohjeisiin. Oppilaan passiivinen rooli keskustelussa esti hänen ajattelunsa kehittymisen. Oppilaan ja opettajan välinen heikko rutiininomainen vuorovaikutus johti oppilaan identiteetin heikkenemiseen. Ennen prosessia Dana ei kokenut olleensa heikko oppilas matematiikassa peruskoulun alaluokilla, mutta prosessin jälkeen hän uskoi olleensa aina huono matematiikassa. Vaikka Dana ja opettajat olivat molemmat motivoituneita ja panostivat oppimiseen, Danan matemaattiset taidot verrattuna muihin ikäisiinsä heikkenivät. Lopulta Dana ymmärsi olevansa heikko taidoiltaan ja hänen vahvan osallistujan identiteettinsä muuttui. (Heyd-Metzuyanin, 2012.)

Andersonin (2009) tutkimuksessa seurattiin oppilasta nimeltä Nate, jolla oli myös todettu yleinen oppimisvaikeus ja jollaiseksi hän oli myös leimautunut muiden oppilaiden silmissä. Tämä vaikutti sekä opettajan käyttäytymiseen että myös vuorovaikutuksen etenemiseen ryhmätyöskentelyssä. Muut ryhmän jäsenet ajattelivat, ettei Nate osannut tehtävää, eivätkä pyrkineet ymmärtämään hänen ajattelutapaansa. Lisäksi ryhmän jäsenet kohtelivat Natea heikosti, eivätkä esimerkiksi keskustelutilanteessa katsoneet häntä. Tapaustutkimuksen opettaja pyrki lisäämään ymmärrystä ja ajattelua matemaattisilla harjoitteilla. Opetustilanteessa hän huomaamattaan arvosti kuitenkin enemmän oikeaa vastausta kuin oppilaiden ajatusprosessien kehittymistä.

Vuorovaikutustilanteessa Nate oli leimautunut opettajan ja muiden oppilaiden silmissä sellaiseksi oppilaaksi, joka ei kyennyt antamaan kunnollista selitystä eikä osannut kertoa muille oppilaille omaa ajatusprosessiaan. Nate yritti selittää ajattelumaailmaansa, mutta muut oppilaat keskeyttivät häntä. Toisten oppilaiden mukaan Nate ei osallistunut keskusteluun, vaikka todellisuudessa hän oli ollut aktiivinen erityisesti keskustelun loppuvaiheissa. Muut ryhmän oppilaat pitivät Natea ongelmana, koska hänellä oli yleinen oppimisvaikeus. (Anderson, 2009.)

Tietynlaiseksi oppilaaksi leimaaminen voi kiihdyttää heikon matemaattisen identiteetin muodostumista (Anderson, 2009), mikä taas vaikuttaa oppilaan ja muiden oppilaiden välisiin vuorovaikutustilanteisiin (Heyd-Metzuyanin, 2012). Opettajan puhetapa MLD-oppilasta kohtaan voi olla erilainen, jolloin myös muut oppilaat voivat alkaa kohdella häntä eri tavoin. Tämäkin voi aiheuttaa MLD-oppilaan matemaattisen identiteetin heikkenemisen. MLD-oppilaaksi leimautuminen voi olla pysyvää. (Heyd-Metzuyanin, 2012.)

Oppilaalle, jonka osallistumisen yrityksiä ei toistuvasti huomioida, voi muodostua ei-osallistuva identiteetti (Black, 2004; Solomon, 2007), joka vieraannuttaa oppilasta matematiikasta (Black, 2004). Andersonin (2009) tutkimustapauksessa suurin ongelma oli heikoksi oppilaaksi leimautuminen, mikä taas vaikutti kaikkiin vuorovaikutustilanteisiin. Muihin tutkimustuloksiin nojaten voidaan päätellä, että toistuvasta huomiotta jättämisestä johtuen Andersonin (2009) tutkimustapauksen oppilaalle oli muodostumassa ei-osallistuva identiteetti, eli oppilaan matemaattinen identiteetti oli heikkenemässä. Oppimiseen tarvitaan osallistuva identiteetti (Solomon, 2007). Leimautumista voi tapahtua myös sellaisille oppilaille, joille on todettu matemaattinen oppimisvaikeus. Voidaan päätellä, että oppilaan matemaattinen identiteetti voi heikentyä matemaattisesta oppimisvaikeudesta johtuen, sillä MLD voi aiheuttaa leimautumista ja leimautuminen identiteetin heikkenemistä.

Opettajalla on yleensä vähemmän odotuksia heikolle oppilaalle ja MLD-oppilaalle kuin muille oppilaille, mikä todennäköisesti vaikuttaa myös vuorovaikutustilanteisiin (Solomon, 2007). Vuorovaikutusrutiinit eivät aina ole kontrolloitavissa, eikä opettaja välttämättä huomaa niiden heikkoja kohtia (Heyd-Metzuyanin, 2012). Erityisesti oppilaiden välisiä vuorovaikutustilanteita on vaikeaa kontrolloida, mutta opettaja ei välttämättä huomaa myöskään itsensä ja oppilaan välisten vuorovaikutusrutiinien ongelmia. Vuorovaikutusrutiini muodostuu aina sekä oppilaan että opettajan vaikutuksesta (Heyd-Metzuyanin, 2012). Useissa tutkimuksissa kehoitetaan opastamaan MLD-oppilaita eri tavoin kuin muita oppilaita. Vaikka suorilla ohjeilla ja metodien opettamisella saadaan oppilas suoriutumaan tehtävistä, voi oppilas pitkällä aikavälillä alkaa osallistumaan matematiikan tehtäviin rutiinomaisesti ymmärtämättään mikä tehtävien merkitys

todella on, ja epäonnistua matematiikassa myöhemmin. (Heyd-Metzuyanin, 2012). Vuorovaikutuksen kautta heikko oppilas voi ajautua antamaan sellaisia rituaalinomaisia vastauksia, jotka eivät kehitä ajattelua (Solomon, 2007; Heyd-Metzuyanin, 2012). Tämä ei kehitä matemaattista ajattelua ja voi myös heikentää oppilaan matemaattista identiteettiä (Heyd-Metzuyanin, 2012).

Molemmissa tapaustutkimuksissa yhteistä on se, että oppilaat joutuivat passiivisen keskustelijan rooliin opettajan huomaamatta. Danan matemaattisessa identiteetissä tapahtui selkeä muutos sen jälkeen, kun hän toistuvasti ei kyennyt oppimaan. Hän ymmärsi olevansa heikko matematiikassa ja kuvitteli lopulta että näin on aina ollut. Andersonin (2009) tutkimuksessa ei kerrottu Naten identiteetin muutoksesta. Tapaustutkimusten perusteella voidaan päätellä, että oppimisvaikeus ja myös matemaattinen oppimisvaikeus voivat johtaa ikäviin vuorovaikutustilanteisiin tai ei-osallistuvaan identiteettiin, jotka taas pahimmillaan heikentävät oppilaan matemaattista identiteettiä. Voidaan päätellä myös, että opettajan ammattitaito on merkittävässä roolissa oppilaan muodostaessa omaa identiteettiään. Vääränlainen opettajan toiminta voi heikentää oppilaan matemaattista identiteettiä.

Oppilas voi myös asettaa itsensä tietylle tasolle verrattuna muihin. Oppilas, jolla on vahva matemaattinen identiteetti, saattaa asettaa itsensä niiden oppilaiden yläpuolelle, joiden matemaattinen identiteetti on heikompi. Toisaalta identiteetti muotoutuu myös sen perusteella, millä tasolla oppilas näkee itsensä verrattuna muihin (Solomon, 2007). Tasoryhmittely jakaa oppilaat yleensä parempiin ja heikompiin oppilaisiin, mutta Solomonin (2007) tutkimuksen mukaan paremman ryhmän oppilailla ei aina kuitenkaan ole erityisen hyvä matemaattinen identiteetti.

Heyd-Metzuyanimin tutkimuksen perusteella matemaattinen identiteetti ei estä oppilasta osallistumasta aktiivisesti, mutta todennäköisesti epäonnistumisen kokemukset saavat oppilaan identiteetin heikkenemään. Kummassakin tutkimustapauksessa oppilas koki olevansa tilanteessa, jossa hän ei onnistunut tai häntä ei arvostettu. Tapaustutkimuksista ei käy ilmi, olisiko oppilaiden matemaattinen identiteetti ollut parempi, jos oppilaiden kanssa olisi toimittu toisella tavoin. Päätellään, että yleensä matemaattiset oppimisvaikeudet johtavat matemaattisen identiteetin heikkenemiseen, mutta ei välttämättä kaikissa tapauksissa. Tutkimuksista voidaan päätellä, että identiteetin kehittymiseen vaikuttavia tekijöitä on useita. Ei voida sanoa, että jokin tietty tekijä olisi aina kaikista merkittävin. Oppimisvaikeudet altistavat oppilaat huonoille kokemuksille, heikoille vuorovaikutustilanteille ja muille väärille käyttäytymismalleille (Linnanmäki, 2004). Oppilaan vahingollinen kehitys voi aiheuttaa oppilaan identiteetin heikkenemisen.

3 Matemaattinen oppimisvaikeus (MLD)

Matemaattinen oppimisvaikeus, MLD, on ollut vaikea määritellä tarkasti. Matemaattisista oppimisvaikeuksista on käytetty muun muassa seuraavia nimityksiä: matemaattinen oppimisvaikeus, -ongelma, -häiriö ja -kyvyttömyys, matemaattinen oppimisen jälkeenjääneisyys ja heikkous sekä matematiikkahäiriö (Desoete ym., 2004). Siitä käytetään nykyään nimitystä matemaattinen oppimisvaikeus (eng. MLD, mathematical learning disability) tai matematiikkahäiriö (eng. dyscalculia) mieluummin kuin matemaattinen oppimiskyvyttömyys (Hanley, 2005).

Matemaattinen oppimisvaikeus ei ole kaikilla samanlainen. Oppilailla voi olla vaikeuksia prosessoida ja esittää tietoa eri matematiikan osa-alueissa tai vain yhdellä osa-alueella (Geary, 2004; Murphy, Mazzocco, Hanich & Early, 2007). On myös hankalaa määrittää, missä oppimisvaikeuden raja menee (Geary, 2004), eli milloin oppilaalla on matemaattinen oppimisvaikeus ja milloin matematiikka on vain hankalaa. Hankaluutta korostaa se, että on vaikeaa erottaa toisistaan opetuskokemusten aiheuttamat oppimispuutteet ja mahdollisen pysyvän kykenemättömyyden aiheuttamat oppimispuutteet (Heyd-Metzuyanin, 2012).

Matemaattisen oppimisvaikeuden diagnosoimiseksi on yritetty löytää erilaisia menetelmiä (Murphy ym., 2007). Erilaiset MLD-määritelmät ja diagnosointitavat voivat johtaa siihen, että sama oppilas diagnosoidaan toisaalla MLD-oppilaaksi, kun taas toisaalla ei. MLD-oppilaiden taidot voivat tällöin vaihdella merkittävästi riippuen diagnosoijasta (Murphy ym., 2007).

Useat tutkijat ovat diagnosoineet matemaattisen oppimisvaikeuden esimerkiksi matemaattisia testejä ja älykkyydosamäärätestiä käyttäen (Geary, 2004; Murphy ym., 2007). Heikko testitulos ei välttämättä kuitenkaan yksinään kerro matemaattisen oppimisvaikeuden olemassaolosta, joten testitulosten tulkinnassa on oltava varovainen. Heikon testituloksen saanut oppilas voi suorittaa testin vuoden kuluttua huomattavasti paremmin (Geary, 2004). Tämä tarkoittaa sitä, että joko oppilaan diagnosoitu matemaattinen oppimisvaikeus on poistunut tai että diagnoosi on ollut väärä alun perinkin (Geary, 2004). Oppilaiden matemaattiset kyvyt voivat vaihdella vuodesta toiseen, joten yhden testin perusteella ei voida sanoa mitään varmaa matemaattisen oppimisvaikeuden pysyvyydestä tai sen olemassaolosta (Geary, 2004). Standarditesti mittaa useampia aritmetiikan ja matematiikan osa-alueita. Oppilas voi olla erittäin heikko joillakin osa-alueilla, kun taas hyvä tai jopa erittäin hyvä toisilla osa-alueilla. Siten testin tulos voi olla vääristynyt, sillä tuloksena saadaan tässä tapauksessa keskimääräisen hyvä tulos, jolloin

matemaattinen oppimisvaikeus jää havaitsematta. (Murphy ym., 2007; Geary, 2004.) Suomessa yksi käytetyistä standarditesteistä on nimeltään MAKEKO (Linnanmäki, 2004).

Desoeten, Royersin ja De Clerqin (2004) tutkimuksen mukaan oppilaan mahdollinen matemaattinen oppimisvaikeus on määritelty Yhdysvalloissa Amerikan psykiatrisen yhdistyksen vuonna 1994 julkaistujen kolmen kriteerin avulla. Jotta oppilaalle voidaan todeta matemaattinen oppimisvaikeus, on hänen oltava merkittävästi heikompi matemaattisilta kyvyiltään kuin muut samalla luokka-asteella olevat oppilaat keskimäärin. Lisäksi oppilaan tulee saada vähintään kahdesta standarditestistä normaalia heikommat tulokset. (Desoete ym., 2004.) Tutkimusten mukaan yksi testi ei riitä paljastamaan kaikkia MLD-tapauksia (Desoete ym., 2004; Geary, 2004). Testien avulla tulee tutkia menestymistä sekä sanallisissa tehtävissä, joissa oppilas käyttää apunaan aritmetiikan perussääntöjä että eri aihealueiden erityistä tietämystä vaativissa tehtävissä. Viimeisenä vaatimuksena matemaattisen oppimisvaikeuden diagnosoinnille on se, että oppilaan vaikeudet matematiikassa pysyvät huomattavina, vaikka hänelle annetaan erityisopetusta. Matemaattisen oppimisvaikeuden diagnosointi kannattaa tehdä varoen, jotta väärintä diagnooseilta vältytään. (Desoete ym., 2004.)

Heyd-Metzuyanin pyrkii tutkimaan matemaattista oppimisvaikeutta uudella tutkimusmenetelmällä. Hän ei käytä standarditestejä, vaan pureutuu tarkkailemaan oppilaan ja opettajan välistä vuorovaikutusta videoinnin avulla. Tällöin hän pystyy seuraamaan, miten oppiminen tapahtuu ja miten vuorovaikutus oppilaan ja opettajan välillä mahdollisesti vaikuttaa oppimisprosessiin. Tutkimusmenetelmä antaa uuden näkökulman oppimisvaikeuksien ymmärtämiseksi. Erityistä tutkimuksessa on se, että huolimatta oppilaan ja opettajan ahkerasta yrityksestä, oppilasta ei saada oppimaan asioita halutulla tavalla. (Heyd-Metzuyanin, 2012.) Tapaustudkimuksen oppilas täyttää siis MLD-diagnoosin kolmannen kriteerin.

Linnanmäen (2004) mukaan matematiikkavaikeuksia on aina ollut olemassa, mutta käsitys vaikeuksista on muuttunut ajan kuluessa. Oppilaille on diagnosoitu aikaisempaa enemmän matemaattisia oppimisvaikeuksia (Desoete ym., 2004). Matemaattiset oppimisvaikeudet eivät välttämättä ole lisääntyneet, vaan niiden tunnistamisessa on tapahtunut muutoksia. Yksi syy tutkimusten lisääntymiseen voi olla diagnoosien lisääntyminen ja tätä kautta lisääntynyt tarve ymmärtää paremmin matemaattista oppimisvaikeutta. Matemaattiset oppimisvaikeudet diagnosoidaan yleensä peruskoulun aikana ensimmäisen ja kolmannen luokka-asteen välillä, jolloin oppimisoingelmat on helpompia havaita. Matemaattisissa taidoissa ei useimmiten havaita suuria poikkeamia vielä esikoulussa. Ensimmäisellä luokalla opeteltavat yhteenlaskut ja vähennyslaskut paljastavat toisinaan mahdollisen matemaattisen oppimisvaikeuden. (Desoete

ym., 2004.) Tutkimuksen mukaan kaikista heikoimmat oppilaat erottautuvat muista kolmannella luokka-asteella (Murphy ym., 2007). Kolmannella luokalla oppilaan MLD voi paljastua, kun tehdään kertotauluharjoituksia, ja oppilaiden tulisi valita ja käyttää erilaisia ongelmanratkaisumenetelmiä matemaattisten perusoperaatioiden lisäksi (Desoete ym., 2004).

Yleensä noin 5-8 prosentilla peruskouluikäisistä on ongelmia, jotka johtavat matemaattisiin oppimisvaikeuksiin (Geary, 2004; Murphy ym., 2007). Desoeten, Royersin ja De Clercqin (2004) tutkimuksen mukaan peruskouluikäisistä noin 3-8 prosentilla on matemaattinen oppimisvaikeus. Oppimisvaikeudesta aiheutuneet ongelmat jatkuvat usein jopa lukioon ja yliopistoon saakka. Oppilaat voivat jäädä matemaattisilta taidoiltaan noin 13-vuotiaan tasolle. Joidenkin oppilaiden matemaattinen oppimisvaikeus on vain ohimenevä tila, kun taas toiset tarvitsevat jatkuvaa erityisopetusta. Toisinaan matemaattiset vaikeudet eivät ratkea vielä aikuisuuteenkaan mennessä. (Desoete ym., 2004.)

Lukemisen oppimisvaikeuksia on tutkittu huomattavasti enemmän kuin matemaattisia oppimisvaikeuksia. Vuosien 1974-1997 aikana kirjoitettiin vain 28 artikkelia matemaattisista oppimisvaikeuksista, kun taas lukemisen oppimisvaikeuksista kirjoitettiin 747 artikkelia (Desoete ym., 2004). Vuonna 2007 ilmestyneen tutkimuksen mukaan vuosien 1985-2006 aikana julkaistiin 231 artikkelia koskien matemaattisia oppimisvaikeuksia ja 1077 koskien lukemisen oppimisvaikeuksia (Murphy ym., 2007). Voidaan päätellä, että matemaattisia oppimisvaikeuksia on mahdollisesti aikaisemmin aliarvioitu eikä niitä ole tutkittu riittävästi (Desoete ym., 2004; Hanley, 2005), mutta MLD-tutkimuksien määrä on selvästi kasvanut lähivuosina. Lukemisen oppimisvaikeuden tutkiminen on todennäköisesti tuonut teoreettista pohjaa myös matemaattisen oppimisvaikeuden tutkimiselle, vaikka näitä kahta erillistä asiaa ei voida täysin yhdistää. Tutkimuksissa on pyritty löytämään matemaattiseen oppimisvaikeuteen johtavia tekijöitä ja etsitty tyypillisiä käyttäytymistapoja tai piirteitä, joita MLD-oppilailla esiintyy. Uusimpia näkökantoja ovat oppilaan ja opettajan välisen vuorovaikutuksen tutkiminen ja sen vaikutus oppilaan mahdollisiin heikkoihin suorituksiin. Myös lukemisen oppimisvaikeuden (RD, eng. Reading disability) ja matemaattisen oppimisvaikeuden (MLD, eng. Mathematical learning disability) yhteyttä toisiinsa on tutkittu.

3.1 Matemaattisen oppimisvaikeuden alatyypit ja niiden piirteet

Matemaattisen oppimisvaikeuden vaikutukset ovat joillain oppilailla vakavampia kuin toisilla. MLD-oppilailla on havaittu eritasoisia taitoja eri matematiikan osa-alueilla (Geary, 2004; Desoete

ym., 2004; Murphy ym., 2007). Oppilaiden matemaattiset taidot voivat vaihdella eri aihealueittain eri vuosina, joten varman MLD-diagnoosin muodostaminen on hankalaa. Tässä kappaleessa esitetään yleisimpiä matemaattisesta oppimisvaikeudesta johtuvia puutteita. Nämä MLD-piirteet ovat tutkimuksissa selvinneitä piirteitä, mutta eivät ainoita mahdollisia mitä matemaattisen oppimisvaikeuden omaavalla oppilaalla voi olla. MLD-oppilaalla voi esiintyä myös vain osaa kappaleessa esitellyistä piirteistä. Useilla MLD-oppilailla on havaittu ongelmia ainakin aritmetiikan alueilla (Bryant, Bryant & Hammill, 2000).

Matemaattinen oppimisvaikeus voidaan jakaa kolmeen alatyypin, joita ovat proseduraalinen, semanttinen muisti sekä visuospatiaalinen alatyypin (Geary, 2004). Geary (2004) on kehittänyt jaottelun alun perin matematiikkahäiriön ja matemaattisen oppimisvaikeuden tutkimusten perusteella vuonna 1993, jonka jälkeen piirteitä on täydennetty. Taulukossa 2 on käsitelty kuhunkin alatyypin kuuluvia matemaattisen oppimisvaikeuden piirteitä. Lisäksi käsitellään lyhyesti mahdollisia neurologisia syitä matemaattisen oppimisvaikeuden tiettyjen piirteiden taustalla. Lisäksi taulukossa kerrotaan, onko piirre mahdollisesti periytyvä ja onko se pysyvä. Taulukossa tarkastellaan myös mahdollista suhdetta lukemisen oppimisvaikeuden kanssa.

Taulukko 2 – Matemaattisen oppimisvaikeuden MLD alatyypit (Geary, 2004; Tiivistetty vapaa suomennos)

Kognitiiviset ja suorituksen piirteet	Neuropsykologiset piirteet	Geneettiset piirteet	Kehitys	Suhde lukemisen oppimisvaikeuteen RD
Proseduraalinen alatyypit (menettelytapojen ongelmat)				
Vähemmän kehittyneiden menetelmien toistuva käyttö	Epäselvä. Voi aivojen toimintahäiriöön.	epäselvä	Useissa tapauksissa edustaa kehityksellistä viivästystä. Toimii vastaavasti kuin nuorempi oppilas toimisi. Paranee usein henkilön vanhetessa.	epäselvä
Toistuvat virheet menetelmien suorituksessa				
Heikko käsitteiden ymmärrys (menetelmien pohjalla olevat käsitteet)				
Vaikeuksia peräkkäisiä vaiheita sisältävät menetelmän suorituksessa				
Semanttisen muistin alatyypit (pitkäaikaismuistin ongelmat)				
Vaikeuksia aritmetiikan faktojen muistamisessa (kuten vastauksia yksinkertaisiin aritmetiikan ongelmiin)	Liittyy aivojen toimintahäiriöön.	Periytyvä vaje	Edustaa kehityksellistä erilaisuutta. Ei toimi vastaavasti kuin nuorempi oppilas toimisi. Ei muutu merkittävästi henkilön vanhetessa.	Ilmenee yhdessä lukemisen oppimisvaikeuden vaikeuden äänteellisen tyyppin kanssa
Virheitä aritmeettisia faktoja muistellessa				
Epäsystemaattinen reaktioaika mieleen palautettujen oikeiden vastauksen hakemiseen				
Visuospatiaalinen alatyypit (sanallisen ja geometrisen esittämisen ongelmat)				
Vaikeuksia numeroiden, matemaattisen informaation sekä näiden suhteiden esittämisessä spatiaalisesti	Liittyy aivojen toimintahäiriöön.	epäselvä	epäselvä	Eivät liity toisiinsa
Vaikeuksia spatiaalisesti esitetyn tiedon ymmärtämisessä				

3.1.1 Proseduraalinen alatyypit

Proseduraaliseen matemaattiseen oppimisvaikeuteen liittyy sellaisia piirteitä, joissa oppilaan menettelytavat poikkeavat keskiverto-oppilaan menettelytavoista. On epäselvää, ovatko piirteet geneettisesti periytyviä tai liittyvätkö ne mitenkään lukemisen oppimisvaikeuksiin. Matemaattinen oppimisvaikeus on useimmiten pysyvä (Desoete ym., 2004). Osa piirteistä voi kuitenkin poistua oppilaan vanhetessa (Geary, 2004). Taulukossa 2 esitellyt proseduraalisen alatyypin piirteet matematiikan opiskelussa helpottavat usein peruskoulun viimeisten luokkien aikana (Geary, 2004). Usein oppilaan kehitys on jollain tapaa viivästynyt, jolloin hän toimii

vastaavasti kuin nuorempi keskiverto-oppilas toimisi. Oppilaan vanhetessa piirre voi hävitä kokonaan. (Geary, 2004.)

Sekä MLD-oppilaat että MLD-oppilaat, joilla on myös RD eli lukemisen oppimisvaikeus, käyttävät aritmetiikassa ja lyhyissä sanallisissa tehtävissä samantyyppisiä ratkaisustrategioita kuin hyvin menestyvät oppilaat. Sekä Yhdysvalloissa että Israelissa on useiden tutkimusten mukaan havaittu, että MLD ja MLD/RD kuitenkin eroavat käyttämällä strategioiden sekoitusta ja myös kehitys näiden strategioiden välillä on erilaista. (Geary, 2004.) Useissa tutkimuksissa on käynyt ilmi, että MLD-oppilailla on usein jonkinlainen työmuistihäiriö (Geary, 2004; Murphy ym., 2007). Häiriö työmuistissa voi vaikeuttaa matematiikan menettelytapojen suorittamista sekä laskemista. MLD-oppilaalla on vaikeuksia selviytyä yksinkertaisista aritmetiikan ongelmista. Avuksi ratkaisemiseen käytetään esimerkiksi sormilla laskentaa tai lasketaan kaikki -menetelmää (eng. counting all - strategy). MLD-oppilaalla voi olla myös käsitteiden ymmärtämisessä huomattavia puutteita. Kun oppilas on ymmärtänyt käsitteet huonosti, on vaikeaa ymmärtää menettelytapaa, jonka toiminta perustuu käsitteille. Tästä syystä oppilaan on vaikeampi omaksua kehittyneempiä menettelytapoja, mikä voi olla yksi syy viivästyneeseen sormilla laskennan ja lasketaan kaikki -menetelmän käyttöön (Geary, 2004.)

Tavallisesti oppilas käyttää sormilla laskentaa ensimmäinen kouluvuoden aikana, mutta siirtyy päässä laskuun tai ääneen laskemiseen siirryttäessä toiselle luokka-asteelle. MLD-oppilas käyttää sormilla laskentaa vielä toisen luokka-asteenkin aikana. Jotkut MLD-oppilaat hylkäävät sormilla laskennan vasta alakoulun loppupuolella, mutta yleensä sormilla laskennasta päästään kuitenkin siirtymään kehittyneempiin laskutapoihin. (Geary, 2004.) MLD-oppilaat käyttävät ensimmäisillä alakoulun luokka-asteilla kauemmin vähemmän kehittyneitä lasketaan kaikki -menetelmää (Geary, 2004), kun taas kehittyneempi oppilas käyttää lasketaan eteenpäin -menetelmää. Näiden menetelmien ero on siinä, mistä laskettaessa lähdetään liikkeelle. Lasketaan kaikki - menetelmää käyttävä oppilas laskee esimerkiksi lukujen 3 ja 2 yhteenlaskun päässään ajatellen "1, 2, 3, 4, 5". Lasketaan eteenpäin -menetelmää käyttävä oppilas lähtee liikkeelle suuremmasta luvusta 3 ja laskee päässään vain "4, 5".

MLD-oppilailla voi olla vaikeuksia monivaiheisten ongelmien ratkaisemisessa (Bryant ym., 2000). MLD-oppilaiden muistivaikeudet sekä kognitiiviset ongelmat voivat olla syy vaiheittaisten ratkaisumenetelmien oppimisen sekä käsitteiden ymmärtämisen vaikeuksiin (Geary, 2004). Tällöin heidän on vaikeaa luoda aritmeettista suunnitelmaa tehtävän ratkaisemiseksi (Bryant ym., 2000). Oppilaat tarvitsisivat enemmän sellaista opastusta, joka auttaa heitä selvittämään tehtävän vaihe

kerrallaan (Bryant ym., 2000). Myös ”lainaaminen” voi tuottaa MLD-oppilaalle hankaluuksia allekkain laskemisen yhteydessä (Bryant ym., 2000; Geary, 2004).

3.1.2 Semanttisen muistin alatyypin

Gearyn (2004) mukaan useissa tutkimuksissa on käynyt ilmi, että MLD-oppilailla on häiriöitä pitkäaikaismuistissa. Semanttisen muistin alatyypin alle on jaoteltu piirteet, jotka johtuvat näistä häiriöistä. Semanttisen muistin alatyypin piirteille syynä on todennäköisesti toimintahäiriö aivoissa. Vaje on periytyvä eikä se yleensä parane henkilön vanhetessa. Piirteille on myös löydetty kytköksiä lukemisen oppimisvaikeuden kanssa. (Geary, 2004.)

Useiden tutkimusten mukaan MLD-oppilaiden on hankala muistaa aritmetiikan perussääntöjä, joiden pitäisi olla jo itsestäänselvyksiä (Bryant ym., 2000; Geary, 2004; Desoete ym., 2004). Tämä voi johtua siitä, että MLD-oppilailla on usein hankaluuksia pitkäaikaismuistin kanssa (Geary, 2004; Desoete ym., 2004), erityisesti faktojen säilömisessä pitkäaikaismuistissa (Geary, 2004). Hakiessaan aikaisemmin opittuja aritmetiikan sääntöjä pitkäaikaismuistista, MLD-oppilas suorittaa useiden tutkimusten mukaan enemmän virheitä kuin tyypillinen menestyvä oppilas (Geary, 2004; Murphy ym., 2007). Lisäksi oikean vastauksen etsimiseen kuluu yleensä enemmän aikaa kuin keskiverto-oppilaalla (Murphy ym., 2007). Tähän pitkäaikaismuistin vaikeuteen ei auta myöskään intensiivinen asian kertaaminen ja opettelu (Geary, 2004). Vaikeus peruslaskuissa, joissa tulisi käyttää aikaisemmin opittuja laskusääntöjä, nousi yhdeksi merkittävimmistä ongelmista MLD-oppilailla useimmissa artikkeleissa.

3.1.3 Visuospatiaalinen alatyypin

Visuospatiaaliset systeemit tukevat osaa geometrian alueista sekä sanallisten tehtävien ratkaisemista. MLD-oppilaan voi olla vaikea ymmärtää ja esittää matemaattista tietoa, numeroita sekä näiden suhteita spatiaalisesti. Spatiaalisuudella tarkoitetaan välimatkoja, etäisyyksiä ja avaruuksia. Esimerkiksi numerot voidaan asettaa tietylle etäisyydelle toisistaan. Heikkoudet visuospatiaalisissa piirteissä johtuvat aivojen toimintahäiriöstä. Piirteiden geneettisyydestä ja pysyvyydestä ei ole saatu selvyttä. Piirteet eivät kuitenkaan ole yhteydessä lukemisen oppimisvaikeuteen. (Geary, 2004.)

Visuospatiaaliset piirteet liittyvät geometriaan sekä sanallisiin tehtäviin. MLD-oppilailla voi olla tavallista heikommat kielelliset taidot ja heillä voi esiintyä myös hankaluuksia matemaattisten tehtävien esittämisessä sekä kirjallisesti että ajatuksen tasolla (Bryant ym., 2000; Desoete ym., 2004). Sanallisissa tehtävissä MLD-oppilaille vaikeuksia tuottaa lauserakenteiden tulkitseminen ja

kysytyn ongelman ratkaiseminen (Bryant ym., 2000). Useiden tutkimusten mukaan sanalliset tehtävät ovat tyypillisesti hankalia MLD-oppilaille (Geary, 2004).

Joillekin MLD-oppilaille on myös hankalaa tehdä arvio mahdollisesta ratkaisusta tai arvioida tehtävästä saadun vastauksen oikeellisuutta (Desoete ym., 2004). Tutkimuksen mukaan MLD-oppilaat saavuttavat usein sellaisen ratkaisun, joka on mahdoton eikä voi pitää paikkaansa (Bryant ym., 2000). Gearyn (2004) tutkimuksen mukaan MLD-oppilaat tekevät enemmän laskuvirheitä erityisesti kahden ensimmäisen kouluvuoden aikana. Nämä oppilaat myös tyytyvät ensimmäiseen ratkaisuun, eivätkä testaa ratkaisun oikeellisuutta (Bryant ym., 2000).

3.2 Matemaattisen oppimisvaikeuden muodostuminen

Matemaattisen oppimisvaikeuden muodostumiseen on yritetty löytää syitä sekä perinnöllisistä tekijöistä että ympäristön vaikutuksesta. Muun muassa Gearyn (2004) artikkelissa mainitusta numeroita ja aritmetiikkaa koskevasta tutkimuksesta on saatu selville, että mikäli jollakin perheenjäsenellä on matemaattinen oppimisvaikeus, on myös lapsella kymmenen kertaa todennäköisempää saada matemaattinen oppimisvaikeus.

Monet tutkijat ovat pyrkineet selittämään matemaattisen oppimisvaikeuden sisäisesti syntyneenä pysyvänä ongelmana, jonka on aiheuttanut aikainen alikehittyneisyys tai neurologinen heikkous (Geary, 2004; Heyd-Metzuyanin, 2012). Gearyn (2004) tutkimuksessa joihinkin matemaattisen oppimisvaikeuden piirteisiin löydetään syy aivojen eri osioiden toimintahäiriöistä, joista osa on mahdollisesti periytyviä. Todennäköisimpänä syynä matemaattisen oppimisvaikeuden muodostumiseen pidetään juuri tällaista yksilöllistä itsestään sisäisesti kehittyneitä älyllistä vikaa (Heyd-Metzuyanin, 2012). Vika estää oppilasta oppimasta matematiikkaa tavalliseen tapaan, erityisesti matemaattisen ajattelun osalta (Heyd-Metzuyanin, 2012). Matemaattisen oppimisvaikeuden muodostumisen syitä etsitään yhä. Matemaattisesta oppimishäiriöstä ja sitä aiheuttavista tekijöistä tulee vielä tehdä lisää tutkimusta, jotta saadaan kattavampia tuloksia.

On tärkeää huomata MLD ajoissa, jotta oppilaalle voidaan tarjota oikeanlaista yksilöllistä tukea (Desoete ym., 2004; Hanley, 2005). Aikaisella tunnistamisella voidaan saada oppilaalle riittävästi apua, jolloin mahdollisesta kehitysvaiheessa olevasta matemaattisesta oppimisvaikeudesta ei välttämättä muodostu vakavaa pysyvää oppimisvaikeutta. Matemaattisten oppimisvaikeuksien vähentymisessä on saatu yleisesti ottaen parempia tuloksia kuin lukemiseen liittyvien oppimisvaikeuksien vähentymisessä. (Hanley, 2005.)

3.3 Matemaattisen identiteetin vaikutus oppimisvaikeuteen

Oppimisvaikeudet eivät välttämättä johdu pelkästään yksilöllisistä syistä, vaan oppilas, opettaja sekä oppilaan sosiaalinen ympäristö ovat yhdessä vaikuttaneet matemaattisen oppimisvaikeuden muodostumiseen (Black, 2004; Heyd-Metzuyanin, 2012). Useimmissa tutkimuksissa yksilölliset syyt nostetaan kuitenkin esille vaikuttavampina tekijöinä kuin sosiaaliset syyt. Matemaattisella identiteetillä ja koulumenestyksellä on kuitenkin vahva yhteys toistensa kanssa (Bishop, 2012).

Heikommat oppilaat, kuten MLD-oppilaat, saavat tehtäviä tehdessään usein erilaista opastusta kuin menestyvämmät oppilaat. Useissa tutkimuksissa suositellaan käyttämään heikompien oppilaiden kanssa erilaisia metodeja kuin menestyvämpien oppilaiden kanssa. Heikoimpien ja menestyvämpien oppilaiden identiteetit eroavat toisistaan huomattavasti, sillä heikoille annetaan erityyppisiä luokahuoneharjoituksia kuin menestyvimmillä oppilaille. Vuorovaikutustilanteet heikompien oppilaiden kanssa ovat kontrolloidumpia, mutta he saavat enemmän huomiota. Luokan kanssa keskustelussa lahjakkaammille oppilaille sallitaan enemmän vapauksia puhua, jolloin heidän on helpompi pyrkiä yhteisymmärrykseen opettajan kanssa. Identiteettierot voivat johtua tasoryhmittelystä tai normaalin luokan sisäisistä opettajan tekemistä ryhmittelyistä, jossa osaa oppilaista pidetään parempina johtuen heidän kyvyistään. (Black, 2004; Heyd-Metzuyanin, 2012.)

Epäonnistumisen kokemukset voivat aiheuttaa oppilaalle ahdistusta ja pelkoa (Huhtala ym., 2004). Mikäli oppilas on vahvasti matematiikka-ahdistunut, hänen saavutuksensa matematiikassa ovat yleensä heikkoja. Kun ahdistus kasvaa, tulokset heikkenevät entisestään. Matemaattisten suoritusten parantuessa yleensä myös matematiikka-ahdistus vähenee. Kyseisen ahdistuksen huonoja seurauksia voidaan vähentää kontrolloimalla oppilaan käsitystä itsestään matematiikan oppijana sekä hänen asennettaan matematiikkaa kohtaan. (Xin Ma, 1999.) Solomonin (2007) mukaan tasoryhmittelyssä myös paremman tasoryhmän heikoimmilla oppilailla, erityisesti tytöillä, on esiintynyt matematiikka-ahdistusta. Paremmassa ryhmässä oppilaalta vaaditaan ja odotetaan enemmän. Mikäli oppilaan on vaikea täyttää odotukset, ei hän välttämättä näe itseään hyvänä oppilaana. (Solomon, 2007.) Joskus huonot kokemukset voivat aiheuttaa oppilaille jopa matematiikkapelkoa. Oppilas ei opi yhtä hyvin kuin muut oppilaat, sillä matematiikkapelko estää häntä ajattelemasta matemaattisesti. Mitä voimakkaampi matematiikkapelko oppilaalla on, sen heikommin hän menestyy suorituksissaan. (Huhtala ym., 2004.)

Oppilaiden ja opettajien välisestä vuorovaikutuksesta ei ole Heyd-Metzuvanin (2012) mukaan tehty vielä riittävästi tutkimusta. Lisätutkimusten avulla tulisi selvittää, miten oppilaalle voi

muodostua heikko matemaattinen identiteetti sekä heikot matemaattiset taidot. Tutkimuksessa tulisi keskittyä erityisesti siihen, millaista on heikomman oppilaan ja opettajan välinen vuorovaikutus. 1990-luvun jälkeen on tutkittu sitä, kuinka oppilaan tunteet, uskomukset itsestä ja matematiikasta sekä esimerkiksi matematiikka-ahdistus voivat heikentää matematiikan tehokasta oppimista. Heyd-Medzuyaninin (2012) mukaan tutkimisen ongelmaksi on muodostunut tutkimusmenetelmä, sillä käytetyt kyselyt ja haastattelut eivät ole sopiva tapa tutkia vuorovaikutusta ja oppimisprosessia. Heyd-Metzuyanin käyttää omassa tutkimuksessaan apuna videointia ja prosessoi jälkepäin oppilaan ja opettajan välistä vuorovaikutusta. (Heyd-Metzuyanin, 2012.) Linnanmäen (2004) mukaan heikkojen oppilaiden opettamista on vaikeaa tutkia, sillä opetus eri kouluissa on useimmiten hyvin erilaista.

Oppilaan minäkuva kehittyy Linnanmäen (2004) mukaan eniten ensimmäisten kouluvuosien aikana. Minäkuva ja oppilaan identiteetti ovat yhteydessä toisiinsa. Voidaan päätellä, että oppilaan matemaattinen identiteetti ei vielä ensimmäisten kouluvuosien aikana ole kovin pitkälle kehittynyt. Matemaattiset oppimisvaikeudet diagnosoidaan yleensä jo ensimmäisen ja kolmannen kouluvuoden välillä. Tästä voidaan vetää johtopäätös, että heikko matemaattinen identiteetti ei ole merkittävä tekijä matemaattisen oppimisvaikeuden synnyssä. Oppilaiden minäkuvan ja oppimistulosten suhde vahvistuu vasta viidennen luokan jälkeen (Linnanmäki, 2004). Linnanmäen (2004) tutkimuksen mukaan tutkimusjoukon kahdeksannen luokan oppilaista ei löytynyt enää yhtään sellaista oppilasta, joka suoriutuisi heikosti ja jolla siitä huolimatta olisi myönteinen minäkuva.

4 Johtopäätökset

Matemaattisella identiteetillä tarkoitetaan oppilaan käsitystä itsestään erityisesti matemaattisissa tilanteissa. Identiteetti on moniulotteinen ja se vaihtuu tilanteen mukaan. Identiteettiin vaikuttavia tekijöitä on paljon. Matemaattinen identiteetti muodostuu oppilaalle kaiken ympärillä tapahtuvan toiminnan vaikutuksesta, mutta myös menneisyyden tapahtumat vaikuttavat siihen. Muut oppilaat voivat vaikuttaa oppilaan matemaattiseen identiteettiin sekä heikentäen että vahvistaen sitä. Toisinaan oppilaan identiteetti voi vuorovaikutustilanteista johtuen olla jopa täysin vääristynyt. Oppilaan minäkuva liittyy tiiviisti oppilaan matemaattiseen identiteettiin.

Matemaattiset oppimisvaikeudet ja heikko matemaattinen identiteetti ovat yleensä yhteydessä toisiinsa. Matemaattiset oppimisvaikeudet yleensä heikentävät oppilaan matemaattista identiteettiä. Tähän voi olla syynä myös se, että oppilas asettaa itsensä heikommaksi verrattuna muihin. Solomonin tutkimuksen mukaan identiteetti kehittyy toistuvien luokassa tapahtuvien asettelujen myötä (Solomon, 2007). Heikot taidot omaava oppilas asettaa itsensä muiden alapuolelle, ja hänelle kehittyy todennäköisesti myös heikompi matemaattinen identiteetti. Tällä hetkellä kiistellään paljon siitä, pitäisikö erityisoppilaiden olla samassa luokassa muiden oppilaiden kanssa vai pitäisikö heille järjestää opetusta eri luokkatilassa erityisopettajan kanssa. Aiheeseen liittyy myös mahdollinen tasoryhmittely. MLD-oppilaat voivat saada tarvitsemaansa tukea pienemmässä erityisryhmässä. Toiseen ryhmään siirtäminen voi toisaalta heikentää heidän matemaattista identiteettiään, sillä oppilas asettaa itsensä alemmaksi verrattuna muihin. Solomonin (2007) tutkimuksen mukaan tasoryhmittelyn paremmassakaan ryhmässä oleminen ei takaa erityisen hyvää matemaattista identiteettiä. Hyvässä ryhmässä vaatimuksia on enemmän, jolloin oppilas ei välttämättä tunne itseään riittävän hyväksi parhaimpiin oppilaisiin verrattuna. Aihe on ymmärrettävistä syistä kiistanalainen. Uskoakseni ongelmaan ei löydy yhtä kultaista keskitietä, sillä toiselle toimiva ratkaisu ei välttämättä toimi toiselle oppilaalle.

Ei voida kuitenkaan sanoa, että MLD-oppilaalla on varmasti heikko matemaattinen identiteetti. Se, kuinka paljon oppilas on kohdannut vaikeuksia matematiikassa vaikuttaa matemaattisen identiteetin tasoon. Erityisesti ensimmäisillä luokka-asteilla oppilaan matemaattinen identiteetti ei ole vielä kovin pitkälle kehittynyt. Esimerkiksi Dana-tapaustutkimuksessa oppilaalla oli paljon motivaatiota oppia matematiikkaa ja vahvan osallistujan identiteetti, mutta hän ei lopulta kyennyt oppimaan juurikaan uusia asioita. Jatkuva haasteiden kohtaaminen johti lopulta ei-osallistuvan identiteetin muodostumiseen ja täten heikompaan matemaattiseen identiteettiin. Linnanmäen

(2004) tutkimuksen mukaan heikkojen kakkosluokkalaisten oppilaiden minäkuvan kehitys oli kielteisempi kuin paremmin suoriutuvien minäkuvan kehitys.

Matemaattinen oppimisvaikeus johtuu useimpien tutkimusten mukaan yksilöllisistä syistä. Myös vuorovaikutuksella muiden kanssa sekä oppilaan omalla matemaattisella identiteetillä voi kuitenkin olla oma osansa vaikeuksien muodostumiseen. Uskon, että yksilölliset syyt ovat useimmiten oleellisin MLD:n aiheuttaja, mutta oppilaan matemaattinen identiteetti, opettaja, muut oppilaat, ympäristö ja vuorovaikutustilanteet voivat joko pahentaa oppimisvaikeutta tai helpottaa sitä.

Matemaattisen oppimisvaikeuden alatyypien jaottelu sekä tutkimuksissa esiintyvät piirteet täydentävät hyvin toisiaan. Kaikki piirteet saatiin jaoteltua sopiviin alatyyppeihin. Merkittävimmiksi piirteiksi oppilaille tutkimuksissa mainittiin vaikeudet sanallisissa tehtävissä sekä vaikeudet peruslaskuissa, joissa oppilaan tulisi käyttää aikaisemmin opittuja peruslaskusääntöjä. Jälkimmäinen piirre viittaa siihen, että oppilaiden on vaikea noutaa tiettyjä asioita heidän muististaan. MLD-oppilaiden erilaiset piirteet, kuten proseduraalisen matemaattisen oppimisvaikeuden alatyypissä esille nousut sormilla laskenta, voivat tuottaa oppilaille häpeän tunnetta ja alemmuutta. Nämä voivat aiheuttaa oppilaan minäkuvan ja identiteetin heikkenemistä.

Opettajan tulisi pyrkiä kehittämään oppilaan matemaattista identiteettiä positiiviseen suuntaan. Hänellä voi olla merkittävä vaikutus oppilaan matemaattiseen identiteettiin. Opettajan pitäisi myös valvoa oppilaiden välisiä vuorovaikutustilanteita, jotta oppilaiden keskinäinen vuorovaikutus olisi tasapainoista. Opettajalla itsellään tulee olla vahva matemaattinen identiteetti, kiinnostus matematiikkaan ja motivaatiota opettamiseen, jotta hän voi toimia oppilaan identiteetin kehittäjänä mahdollisimman hyvin. Pyrkimällä antamaan oppilaalle onnistuneita kokemuksia, kuten toimivia vuorovaikutustilanteita, myönteistä palautetta ja onnistumisten elämyksiä, voidaan parantaa heikonkin oppilaan suhtautumista matematiikkaan (Huhtala ym., 2004), minäkuvaa ja matemaattista identiteettiä (Linnanmäki, 2004). Paremman minäkuvan saavuttamisella pyritään parantamaan oppilaan koulumenestystä (Linnanmäki, 2004). Oppilas muistaa osan kokemuksista vielä vuosienkin taakse. Kokemukset vaikuttavat siihen, miten oppilas kohtaa matematiikan myöhemmässä vaiheessa elämäänsä. (Huhtala ym., 2004.)

Usein opettajat kohtelevat ja neuvovat MLD-oppilaita kontrolloivammin kuin oppilaita, joilla ei ole diagnosoitu MLD:tä. Useat tutkimukset suosittelevat perinteisistä poikkeavia toimintatapoja MLD-oppilaiden kanssa. Opettajan on kuitenkin varottava, ettei hän omalla käytöksellään leimaa oppilasta huonoksi matematiikan oppijaksi, eikä aseta oppilasta passiivisen oppijan rooliin.

Leimautuminen voi aiheuttaa huonoja vuorovaikutustilanteita niin oppilaan ja opettajan, kuin oppilaan ja muiden oppilaiden välillä. Passiivisessa roolissa oppilas ei pysty kehittämään omaa ajatteluaan. Matemaattisesti heikoksi tai MLD-oppilaaksi leimautuminen voi aiheuttaa heikkoa matemaattista identiteettiä ja muuttaa vuorovaikutusta sekä oppilaan ja opettajan että oppilaan ja muiden oppilaiden välillä. Heikko identiteetti ja vuorovaikutus sekä matemaattinen oppimisvaikeus voivat muodostaa ikävän oravanpyörän, josta on vaikea päästä pois. Oppimisvaikeuksien sijasta voidaan puhua oppilaiden eroista matemaattisissa suorituksissa (Linnanmäki, 2004). Tällöin oppilaita ei luokitella muusta ryhmästä poikkeaviksi, vaan käytetään arvoneutraalia ilmaisua kuvaamaan oppilaiden suoritusten eroja (Linnanmäki, 2004). Välttämällä leimaavaa luokittelua voidaan välttää oppilaan leimautumista muiden silmissä.

Merkittävää on myös se, miten oppilas näkee matematiikan elämässään. Heikompi oppilas, joka opettelee pääasiassa suoraviivaisesti algoritmeja, ei välttämättä näe matematiikkaa tarpeellisena käytännön elämässä. Paremmalla oppilaalla on mahdollisuudet ehtiä oppimaan matematiikassa enemmän. Peruslaskutoimitusten lisäksi oppilas voi oppia, miten matematiikkaa voidaan hyödyntää käytännössä ja mikä on sen merkitys elämässä. Se, että oppilas ymmärtää matematiikan merkityksen, on motivoivaa ja edistää todennäköisesti matematiikan oppimista. Solomonin artikkelissa esiintynyt oppilas ehdottaakin, että matematiikan opettamiseen pitäisi lisätä tutkimuksia, jotka lisäävät matematiikan kiinnostavuutta (Solomon, 2007) ja käytännönläheisyyttä.

Tutkimuksen mukaan vahvan identiteetin aktivoiminen voi parantaa oppimissuoritusta ja heikon identiteetin aktivoiminen taas heikentää sitä (Ambady ym., 2001). Aktivoinnin piirteenä oli käytetty muun muassa sukupuolta. Matematiikan vaikeuksista kärsivien oppilaiden kanssa on saavutettu edistysaskeleita, kun opetustilanteessa on ymmärretty matemaattinen oppimisvaikeus vaikeuksien taustalla mutta vältetty vaikeuksien korostamista (Linnanmäki, 2004).

Gradun tavoitteena oli perehtyä oppilaan matemaattiseen identiteettiin ja matemaattiseen oppimisvaikeuteen, sekä selvittää onko näillä käsitteillä yhteyttä toisiinsa. Kummastakin aiheesta löytyi riittävästi tutkimuksia ja löytyneet tutkimustulokset tukivat pääosin toisiaan. Identiteetin ja matemaattisen oppimisvaikeuden yhteys tarvitsee yhä erityisesti empiiristä lisätutkimusta. Tutkimuksista käy ilmi, että matemaattisen identiteetin ja matemaattisten saavutusten välillä on yleensä yhteys. Tutkimusten perusteella voidaan päätellä, että matemaattiset oppimisvaikeudet heikentävät yleensä oppilaan matemaattista identiteettiä. Oppilas, jolla on huono matemaattinen identiteetti, ei yleensä pärjää matematiikassa. Heikko matemaattinen identiteetti ei kuitenkaan ole merkittävä tekijä matemaattisen oppimisvaikeuden muodostumisessa, vaan siihen vaikuttavat

pääasiassa yksilölliset syyt. Heikko matemaattinen identiteetti voi kuitenkin heikentää oppilaan matemaattisia suorituksia oman tasonsa alapuolelle, mutta tällöin kyseessä ei ole virallisesti diagnosoitu matemaattinen oppimisvaikeus MLD. Heikot matemaattiset taidot eivät automaattisesti tarkoita, että oppilaalla olisi MLD. Matemaattisten taitojen kohentuminen parantaa yleensä myös oppilaan matemaattista identiteettiä.

Lähdeluettelo

- Ambady, M., Shih, M., Kim, M., & Pittinsky, T. L. (2001). Stereotype susceptibility in children: Effects of Identity Activation on Quantitative Performance. *Psychological Science*, 2(5), 385-390. www.wjh.harvard.edu/~na/children.pdf (Internet-lähde 25.11.2013)
- Anderson, K. T. (2009). Applying positioning theory to the analysis of classroom interactions: Mediating micro-identities, macro-kinds, and ideologies of knowing. *Linguistics and Education*, 20, 291-310.
- Bishop, J. P. (2012). "She's Always Been the Smart One, I've Always Been the Dumb One": Identities in the Mathematics Classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(1), 37-47.
- Black, L. (2004). Differential participation in whole-class discussion and the construction of marginalized identities. *Journal of Educational Enquiry*, 5(1), 33-54.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., & Hammill, D. D. (2000). Characteristic Behavior of Student with LD Who Have Teacher-Identified Math Weaknesses. *Journal of Learning Disabilities*, 33, 167-199.
- Cobb, P., Gresalfi, M., & Hodge, L. L. (2009). An interpretive Schemes for Analyzing the Identities That student Develop in Mathematics Classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4(1), 40-68.
- Desoete, A., Royers, H., & De Clercq, A. (2004). Children with Mathematics Learning Disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 49-61.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 3-15.
- Gootenboer, P., & Zevenbergen R. (2008). Identity as a Lens to Understand Learning Mathematics: Developing model. <http://www.merga.net.au/documents/RP262008.pdf> (Internet-lähde 22.1.2014)
- Hanley, T. V. (2005). Commentary on Early Identification and Interventions for Student With Mathematical Difficulties: Make Sense – Do the Math. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 345-349.

Heyd-Metzuyanin, E. (2012). The co-construction of learning difficulties in mathematics teacher student interactions and their role in the development of disabled mathematical identity. *Educational Studies of Mathematics*, 83(3), 341-368.

Huhtala, S., & Laine, A. (2004). "Matikka ei ole mun juttu" – Matematiikkavaikeuksien syntyminen ja niihin vaikuttaminen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., Malinen, P. (toim). *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Kopijyvä Oy, 320-346.

Linnanmäki, K. (2004). *Minäkäsitys ja matematiikan oppiminen*. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T., Malinen, P. (toim). *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Kopijyvä Oy, 241-254.

Murphy, M. M., Mazzocco, M. M. M, Hanich, L. B., & Early, M. C. (2007). Cognitive Characteristics of Children With Mathematics Learning Disability (MLD) Vary as a Function of the Cutoff Criterion Used to Define MLD. *Journal of Learning Disabilities*, 40, 458-478.

Solomon, Y. (2007). Experiencing mathematics classes: ability grouping, gender and the selective development of participative identities. *International Journal of Educational Research*, 46(1-2), 8-19.

Xin Ma. (1999). A Meta-Analysis of the Relationship Between Anxiety Toward Mathematics and Achievement in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 520-540.