Ylitalo Paula

Luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta ja toiminnallisuuden merkityksestä ymmärtävän oppimisen tukemisessa

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma
KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA
Luokanopettajakoulutus
2018

Oulun yliopisto
Kasvatustieteiden tiedekunta
Luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta ja toiminnallisuuden merkityksestä ymmärtävän oppimisen tukemisessa (Paula Ylitalo)
Pro gradu -tutkielma, 66 sivua, 1 liitesivu
toukokuu 2018

Tämän pro gradu -tutkielman tavoitteena on selvittää, millä tavalla maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijat käsittävät matematiikan toiminnallisen oppimisen ja toiminnallisuuden merkityksen matematiikan ymmärtävän oppimisen tukemisessa. Lisäksi selvitetään, millaiset tekijät edellä mainittuihin opiskelijoiden käsityksiin ovat opiskelijoiden kokemusten mukaan vaikuttaneet luokanopettajaopintojen aikana. Tutkielman aihe on ajankohtainen, sillä nykyisissä Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) toiminnallisuus ja laaja-alaisen osaamisen tavoitteet sekä elinikäisen oppimisen tavoite ovat aiempaa keskeisemmin esillä. Sen seurauksena keskustelu näistä aiheista on opetusalalla yhä vilkasta. Tässä tutkielmassa on käsitelty tutkimuskysymysten kannalta olennaisia käsitteitä ja aiheita yhdistäen useampia eri teorioita ja tutkimuksista saatua tietoa. Tutkielma on lähtökohdiltaan laadullinen. Käsityksiä tutkittaessa tutkimusote on fenomenografinen.

Tutkielman aineisto on kerätty käyttäen puolistrukturoitua teemahaastattelua. Aineisto koostuu erään suomalaisen yliopiston luokanopettajaopiskelijoiden haastatteluista. Haastateltavia oli yhteensä kuusi, ja he kaikki ovat opintojensa maisterivaiheessa. Aineisto on analysoitu Niikon (2003) fenomenografisen analyysin mallin mukaisesti. Aineiston perusteella syntyneitä kategorioita on tulkittu myös teoriaohjaavan analyysin periaattein, sillä tämä tutkielma aiheineen pohjautuu tutkijan aiemmin tekemään kandidaatin tutkielmaan.

Tulokset osoittavat, että luokanopettajaopiskelijat käsittivät matematiikan toiminnallisen oppimisen ensinnäkin oppilaan aktiivisena työskentelynä ja merkitysten rakentamisena, sekä toisekseen eheyttävänä ja oppimisympäristöä laajentavana oppimisena. Toiminnallisuuden merkitys matematiikan ymmärtävän oppimisen tukemisessa on opiskelijoiden mukaan tärkeä, mutta syvällinen ymmärrys ei seuraa toiminnallisuudesta kuitenkaan itsestään. Käsityksiin olivat vaikuttaneet omakohtaiset ja sivusta seurannen näkökulmasta saadut kokemukset. Merkittävimpiä käsityksiin vaikuttaneita tekijöitä olivat opiskelijoiden mukaan luokanopettajaopintojen ainedidaktiset kurssit, sekä taito- ja taideaineiden kurssit ja sivuaineet.

Fenomenografisen tutkimuksen tulokset ovat aina tutkijan tekemistä tulkinnoista riippuvia. Tulokset ovat tietyn ryhmän käsityksistä tietystä ilmiöstä. Siten ne eivät ole yleistettävissä. Luotettavuuteen vaikuttaa tutkijan tekemien tulkintojen ja muodostettujen kategorioiden uskollisuus aineistoa kohtaan, sekä käytettyjen menetelmien jäljitettävyys. Tutkielman tarkoituksena on herättää keskustelua siitä, millä tavoin ajankohtaisia oppimiseen liittyviä ilmiöitä käsitetään. Lisäksi omien käsitysten pohtiminen työelämään astumisen kynnyksellä on luokanopettajaopiskelijoille hyödyllistä.

Avainsanat: matematiikka, toiminnalliset menetelmät, toiminnallisuus, oppiminen, ymmärtäminen

Sisältö

1 Johdanto

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) myötä toiminnalliset oppimismuodot ja laaja-alaiset osaamistavoitteet ovat nousseet entistä keskeisemmiksi. Peruskoulujen luokilla 1-6 uudet perusteet ovat olleet antamassa opetuksen järjestämiselle raameja syksystä 2016 lähtien. Sitä kautta tämän pro gradu -tutkielman aihe on ajankohtainen. Tutkielman tutkimustehtävänä on selvittää maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta ja sen merkityksestä matematiikan ymmärtävän oppimisen tukemisessa. Näiden opiskelijoidenvalmistuessa ja astuessa työelämään on omien käsitysten pohtiminen hyödyllistä ja omaa opettajuutta kehittävää. Aihe on ajankohtainen ja kiinnostava myös tutkijan omalla kohdalla tulevana luokanopettajana ja matematiikan aineenopettajana.

Matematiikan toiminnallinen ja ymmärtävä oppiminen sekä uudet Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014) toiminnallista oppimista ja laaja-alaisia tavoitteita koskevine sisältöineen olivat kiinnostuksen kohteena myös tutkijan kandidaatin tutkielmassa. Tässä pro gradu -työssä keskitytään siihen, kuinka aiheeseen liittyvät käsitteet näyttäytyvät luokanopettajaopiskelijoille, jotka ovat opinnoissaan maisterivaiheessa eli ovat jo suorittaneet kandidaatin tutkinnon ja työelämään siirtyminen lähestyy. Tutkielma edustaa laadullista tutkimusta ja siinä käytetään fenomenografista lähestymistapaa käsitysten kuvaamiseen, analysointiin ja niiden välisten suhteiden ymmärtämiseen. Tutkielmaa varten kerätty aineisto kerättiin maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoille tehdyistä teemahaastatteluista, joissa pyrittiin antamaan tutkittaville teemojen kautta mahdollisuuksia kertoa käsityksistään, ja pohtia niihin vaikuttaneita tekijöitä. Aineisto koostuu yhteensä kuudesta haastattelusta.

Opetussuunnitelman perusteissa (2014) tavoitteiden taustalla on oppimiskäsitys, jossa oppilas nähdään aktiivisena toimijana. Oppilas oppii toimimaan ja ratkaisemaan ongelmia niin itsenäisesti kuin yhdessä muiden kanssa. Tavoitteissa korostuu oppimisen monimuotoisuus ja kontekstuaalisuus (POPS, 2014). Tämän tutkielman teoreettisessa viitekehyksessä tarkastelun yhtenä kohteena oleva matematiikan toiminnallinen oppiminen kiteytyy opetussuunnitelman perusteiden oppimiskäsityksen ja oppimisen monipuolisen tukemisen kanssa yhtäläisiin ajatuksiin.

Matematiikan oppiainekohtaisissa tavoitteissa (POPS, 2014) pidetään tärkeänä, että oppilas ymmärtää matematiikan hyödyllisyyden. Oppilas huomaa tarvitsevansa matematiikkaa omassa arjessaan, ja huomaa myös sen merkityksen yhteiskunnassa. Matematiikan tietojen ja taitojen soveltaminen erilaisissa tilanteissa on tärkeä taito. Elämää varten oppimista voidaan tukea esimerkiksi toiminnallisuudella liittäen matematiikka mielekkäästi oppilaan kokemusmaailmaan. Perusteiden (2014) arvopohjaan kuuluu edellytyksien luominen oppilaan elinikäiselle oppimiselle. Tässä tarvitaan monipuolisia työtapoja sekä oppilaan laaja-alaisen osaamisen kehittämistä. Eheyttämällä ja monialaisilla oppimiskokonaisuuksilla pyritään kehittämään oppimismahdollisuuksia, jotta oppilaan on mahdollista ymmärtää opittavien asioiden väliset yhteydet toisiinsa (Cantell, 2015). Eheyttäminen eli oppiainerajoja ylittävä opetus ja oppiminen tukee monipuolista ymmärtämistä ja antaa myös perusteita sekä uudenlaisia mahdollisuuksia toiminnallisuuden ja aktiivisen oppimisen lisäämiselle. Toiminnallisuuden ja konkretian rooli on olennainen matematiikan oppimisen tukemisessa (POPS, 2014). Kun oppilaat oivaltavat yhteyksiä opiskeltavien asioiden välillä, sekä niiden merkityksiä omassa elämässään, on heillä paremmat edellytykset kokea opiskelu mielekkääksi (Halinen & Jääskeläinen, 2015). Sen lisäksi, että oppilas ymmärtää matemaattisten taitojen hyödyllisyyden, on tärkeää myös ymmärtää matematiikkaa itsessään. Tutkielmassa käsitelty matematiikan ymmärtävän oppimisen käsite kuvaa matematiikan syvällisemmän ymmärtämisen hyödyllisyyttä oppilaalle itselleen.

Toiminnallisten työtapojen avulla voidaan vaikuttaa myös oppilaan motivaatioon. Käyttämällä monipuolisia työtapoja voidaan tukea mahdollisuuksia onnistumisen kokemuksiin, sitouttaa oppilas oppimiseen liittämällä oppiaines hänen kiinnostuksen kohteisiinsa ja tehdä opiskelusta mielekästä ja vaihtelevaa esimerkiksi oppimista tukevien pelien ja leikkien avulla (Halinen et al., 2016; Mononen, Aunio, Väisänen, Korhonen, & Tapola, 2017; Schunk, 2009).

Luokanopettajaopiskelijoiden käsitykset toiminnallisesta oppimisesta voivat olla hyvin erilaisia, ja niissä voi toisaalta olla hyvin paljon samankaltaisuuksia riippuen monesta tekijästä. Näihin käsityksiin ovat voineet vaikuttaa muun muassa omat kouluaikaiset tai luokanopettajakoulutuksessa saadut kokemukset, oma kiinnostuneisuus asiaa kohtaan sekä muualta saadut kokemukset. Käsityksiin voi vaikuttaa myös eri tiedonlähteet ja toisten näkemykset aiheesta. Käsitykset vaihtelevat yksilöiden välillä, mutta myös kunkin yksilön käsitykset muuttuvat erilaisten kokemusten myötä (Huusko & Paloniemi, 2006; Metsämuuronen, 2008).

Toiminnallisuuden merkitystä matematiikan oppimisen tukemisessa on aiemmissa tutkimuksissa perusteltu ja sitä on tarkasteltu myös kriittisestä näkökulmasta. Jotta se todella tukisi oppimista ja matematiikan sisältöjen ymmärtämistä, on siihen perehdyttävä, ja osattava hyödyntää oikealla tavalla (McNeil & Jarvin, 2007; Morin & Samelson, 2015; Moyer, 2001). Jo opiskeluvaiheessa on tärkeää tiedostaa omia käsityksiään, ja pohtia niitä, sillä tiedostaessaan käsityksiään opettaja pystyy arvioimaan niiden mahdollisia vaikutuksia opetukseensa. Käsitykset ilmiöistä ja niiden välisistä suhteista vaikuttavat ihmisen käyttäytymiseen (Niikko, 2003). Kuitenkaan käsitykset eivät välttämättä suoraan vaikuta siihen, kuinka ihminen toimii todellisuudessa ja toisaalta käsitykset eivät myöskään ole pysyviä (Huusko & Paloniemi, 2006; Niikko, 2003). Tämän vuoksi tulee muistaa, että tutkimuksentekohetkellä haastateltavien esille tuomat käsitykset ovat sen hetkisiä, eikä haastatteluilla saada selville kenenkään täydellistä käsitystä, sillä haastattelujen tulokseen vaikuttaa Hirsjärven ja Hurmeen (2008) mukaan aina haastattelutilanne, sekä haastattelija että haastateltava.

Tässä tutkielmassa käsitellään aiheen teoreettista viitekehystä, joka pohjautuu syvennettynä ja laajennettuna tutkijan kandidaatin tutkielmassa kirjoitettuun, tutkimuksen metodologisia lähtökohtia, aineiston keruu- ja analysointitapoja sekä tutkimustuloksia. Lisäksi pohditaan tutkimuksen eettisyyttä ja luotettavuutta ja esitetään tuloksista johtopäätökset liittäen ne aiempaan teoriaan. Lopuksi yhteenvedossa palautetaan keskustelu yhteiskunnalliselle tasolle ja esitetään aiheeseen liittyen jatkotutkimusaiheita.

2 Tutkimuksen tavoite ja tutkimuskysymykset

Tämän tutkimuksen tavoitteena on selvittää maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoiden (jäljempänä tässä tutkielmassa *opiskelijat*) käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta sekä siitä, kuinka toiminnallisuus edistää matematiikan oppimista ja ennen kaikkea matematiikan ymmärtävää oppimista. Taustalla on kiinnostus herättää mahdollisesti keskustelua siitä, millä tavalla pian valmistumassa olevat opiskelijat voivat tulevassa työssään tukea matematiikan sisältöjen parempaa ymmärtämistä toiminnallisten menetelmien avulla uusien perusteiden mukaisesti. Lisäksi keskustelua aiheesta toivotaan heräävän jo luokanopettajaopintojen alusta lähtien. Näin voidaan pohtia esimerkiksi luokanopettajaopintojen merkitystä tästä aiheesta rakentuneille käsityksille, ja tarvittaessa jopa pohtia, onko mahdollista tarvetta kehittää opintojen sisältöjä johonkin suuntaan.

Tutkimuskysymykset ovat muotoutuneet tutkielman edetessä ja myös tutkimustulosten myötä. Näihin kysymyksiin tutkielmassa pyritään vastaamaan:

1. Millaisia käsityksiä opiskelijoilla on matematiikan toiminnallisesta oppimisesta?

2. Miten opiskelijat ajattelevat toiminnallisuuden tukevan matematiikan ymmärtävää oppimista?

3. Millaisten tekijöiden opiskelijat kokevat vaikuttaneen omiin käsityksiinsä luokanopettajaopintojensa aikana?

Ensimmäisen tutkimuskysymyksen tarkoitus on saada ymmärrys siitä, millä tavalla opiskelijat käsittävät toiminnallisen oppimisen, ja mitä se heidän käsitystensä mukaan on erityisesti matematiikassa. Toiminnallinen oppiminen voidaan käsittää hyvin monella tapaa, ja sen vuoksi on tärkeää selvittää ensin juuri tähän tutkielmaan haastateltujen opiskelijoiden käsitykset, jotta voidaan tulkita seuraavaan tutkimuskysymykseen saatuja vastauksia. Toinen kysymys liittää toiminnallisuuden matematiikan ymmärtävään oppimiseen, ja pyrkii selvittämään opiskelijoiden käsityksiä näiden välisestä suhteesta. Kolmannen kysymyksen on tarkoitus löytää käsityksiin vaikuttaneista tekijöistä ne, joita opiskelijat pitävät tärkeimpinä.

3 Teoreettinen viitekehys

Tämän tutkielman teoreettinen viitekehys koostuu tutkimuskysymysten ja aineiston kannalta olennaisista käsitteistä ja aiheista. Teoreettinen viitekehys on osittain tutkijan kandidaatin tutkielmassa tehtyä vastaava, mutta sitä on laajennettu ja syvennetty niiltä osin kuin tämän tutkielman aineiston analyysin tuloksena saatu tieto vaatii. Aluksi lähestytään aihetta laajemmasta näkökulmasta tarkastellen Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014) keskiössä olevan laaja-alaisen osaamisen, eheyttämisen ja 2000-luvun taitojen yhteyttä. Viitekehyksessä käsitellään matemaattisten taitojen oppimista, jotta ymmärrettäisiin, mitä matematiikan oppiminen tarkoittaa, ja miksi matematiikan toiminnallisella oppimisella on merkitystä matematiikan ymmärtämiselle. Sen jälkeen keskitytään matematiikan toiminnalliseen oppimiseen, matematiikan ymmärtävään oppimiseen, ja lopuksi tarkastellaan toiminnallisuuden merkitystä ymmärtävän oppimisen edistämisessä. Lisäksi käsitellään oppimismotivaatiota, johon voidaan vaikuttaa toiminnallisuudella, ja joka auttaa oppilasta pyrkimyksessä ymmärtää matematiikkaa paremmin.

3.1 Oppiminen itseä ja tulevaisuutta varten

Opetussuunnitelman perusteissa (2014) on laadittu tavoitteet laaja-alaiselle osaamiselle osa-alueittain. Tarve laaja-alaiselle osaamiselle seuraa ympäröivän maailman muuttumisesta (Halinen & Jääskeläinen, 2015). Perusteissa ”laaja-alaisella osaamisella tarkoitetaan tietojen, taitojen, arvojen, asenteiden ja tahdon muodostamaa kokonaisuutta” (POPS, 2014, 20). Koska tässä tutkielmassa ollaan kiinnostuneita toiminnallisen ja ymmärtävän oppimisen näkökulmista, käydään seuraavaksi läpi laaja-alaisen osaamisen tavoitteissa mainitut toiminnallisten menetelmien käyttäminen. Toiminnallisuutta näissä tavoitteissa perustellaan muun muassa suunnittelu-, päättely-, vuorovaikutus- ja ongelmanratkaisutaitojen kehittämisen kannalta.

Ajattelun ja oppimaan oppimisen (L1) tavoitteissa toiminnallisuuteen viittaa vuorovaikutus ympäristön kanssa, havaintojen tekeminen, omien kokemusten merkitys tiedon rakentumisessa, tutkiva ja luova työskentely, yhdessä tekeminen sekä työtapoina esitetyt leikit, pelillisyys, taiteen eri muodot, fyysinen aktiivisuus sekä kokeellisuus, teknologisten ja muiden apuvälineiden käyttö. Kulttuurisen osaamisen, vuorovaikutuksen ja ilmaisun (L2) tavoitteissa annetaan oppilaalle mahdollisuus ilmaista ajatteluaan eri tavoin (visuaalinen ilmaisu, liike, oman kehon käyttäminen), joka voidaan tulkita toiminnallisuutena. Itsestä huolehtimisen ja arjentaitojen (L3) tavoitteissa mainitaan esimerkiksi taitojen harjoittelu omasta taloudesta huolehtimiseen, mikä voi olla esimerkiksi rahankäytön harjoittelua. Monilukutaito (L4) määritellään taidoksi ”hankkia, yhdistää, muokata, tuottaa, esittää ja arvioida tietoa eri muodoissa, eri ympäristöissä ja tilanteissa sekä erilaisten välineiden avulla” (POPS, 2014, 22). Tieto- ja viestintäteknologian (L5) tavoitteissa näkyy tutkiva ja luova työskentely teknologian välineitä hyödyntäen. Työelämätaitoja (L6) koskevat tavoitteet sisältävät ryhmä- ja projektityöskentelyä, ja suunnittelun, hypoteesien asettamisen, vaihtoehtojen testaamisen ja johtopäätösten tekemisen oppimista. Osallistumisen, vaikuttamisen ja kestävän tulevaisuuden rakentamisen (L7) tavoitteissa nostetaan vielä esille yhdessä työskentely, neuvotteleminen ja ristiriitojen ratkaisemisen sekä kriittisen tarkastelun tärkeys (POPS, 2014).

Eheyttäminen ja monialaisuus näkyvät nykyisin opetussuunnitelman perusteissa (2014) muun muassa monialaisten oppimiskokonaisuuksien järjestämisenä. Se tarkoittaa, että eri oppiaineissa käsitellään samoja teemoja yhtäaikaisesti, jolloin niiden ymmärtäminen on monipuolisempaa, ja saadaan muodostettua oppisisällöistä kokonaisuuksia yli oppiainerajojen (Cantell, 2015). Halisen ja Jääskeläisen (2015) mukaan monialaisten oppimiskokonaisuuksien lähtökohtina on oppilaiden aktiivinen rooli sekä aito toimijuus. Oppilaat pääsevät työskentelemään toiminnallisesti sellaisten aiheiden parissa, jotka he itse kokevat merkityksellisiksi (Halinen & Jääskeläinen, 2015). Monialainen oppiminen, oppiaineiden rinnakkaisuuden tavoitteena on monipuolinen ymmärrys. Kuitenkin monialaisuuden käsite jättää mahdollisuuden, että eri oppiaineiden sisällöt eivät muodosta eheää kokonaisuutta. Eheyttäminen sen sijaan edellyttää eri oppiaineiden integraatiota, jolloin tavoitteena on yhteisen ymmärryksen, kokonaisvaltaisen käsityksen luominen tarkasteltavasta ilmiöstä (Cantell, 2015).

Viime aikoina on keskusteltu paljon tulevaisuuden oppimistarpeista ja tuotu esille laaja-alaisen ymmärtämisen tärkeys sekä opetuksen tavoitteena oppiminen elämää varten (Cantell, 2015). Dede (2010) on kirjoittanut tähän liittyen 2000-luvun taidoista (*21st Century Skills*), jotka ovat yhteiskunnassa nykyään ja tulevaisuudessa jokaiselle tarpeellisia. Nämä taidot eivät ole ominaisia ainoastaan tälle ajalle eivätkä ne ole uusia (Dede, 2010; Rotherham & Willingham, 2009; Voogt, Erstad, Dede, & Mishra, 2013). Deden (2010) mukaan esimerkiksi yhteistyö- ja vuorovaikutustaidot ovat aina olleet tärkeitä, mutta tällä tieto- ja viestintäteknologian aikakaudella niiden merkitys on kasvanut. Kyky yhteistoiminnalliseen vuorovaikutukseen on välttämätöntä, ja siihen vaaditut taidot monimutkaisempia kuin aiemmin (Dede, 2010).

Olennaista taitojen oppimisessa on osata soveltaa niitä ja ymmärrystään arjessa vastaan tulevissa tilanteissa (Dede, 2010). Näiden taitojen osaamista ei kuitenkaan yleensä koulussa arvioida. Arviointi kohdistuu mittaamaan enemmän sitä, kuinka sujuvasti oppilas toistaa oppimiaan abstrakteja taitoja, eikä kiinnitetä huomiota oppilaan kykyyn tehdä ratkaisuja monimutkaisempaa ajattelua ja soveltamista vaativissa tilanteissa (Dede, 2010). Nyky-yhteiskunnassa sekä tulevaisuudessa tarvittavista taidoista on olemassa yleinen käsitys (Dede, 2010; Voogt et al., 2013). Yleisen käsityksen mukaan oppimiseen ja ajatteluun liittyvistä taidoista tärkeimpinä pidetään muun muassa kommunikaatio- ja vuorovaikutustaitoja, kriittistä ajattelua, ongelmanratkaisutaitoja, digilukutaitoa, luovuutta sekä oppimaan oppimisen taitoja (Dede, 2010.; Voogt et al., 2013). Nämä taidot ovat täten hyvin samankaltaisia kuin Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) laaja-alaisen osaamisen tavoitteet. Perusteissa (2014) korostetaan monilukutaitoa, eli taitoa monipuoliseen erilaisten kielten, esimerkiksi matematiikan kielen, hallintaan.

Näiden taitojen opettaminen ja arvioiminen on Rotherhamin ja Willinghamin (2009) mukaan haasteellista. Tässä tehtävässä onnistumiseksi on koulun ja opetuksen sekä käytettävien menetelmien uudistuttava. Vielä nykyään 2000-luvun taitoja kehittäviä työtapoja, kuten ongelmalähtöistä oppimista tai projektioppimista hyödynnetään melko vähän, vaikka niitä pidetään yleisesti tehokkaana tapana oppia. Tällaisten oppilaslähtöisten työskentelytapojen vahvuutena on mahdollisuus toimia aitojen ongelmien parissa ja kokea osallisuutta yhteisön jäsenenä yhteistoiminnallisten työtapojen myötä. Taitojen oppimisen yhteydessä oppilaan pinnallinenkin tieto aiheista kehittyy syvällisemmäksi ymmärtämiseksi. Tällöin oppilas oppii soveltamaan oppimaansa paremmin uusissa vastaantulevissa tilanteissa (Rotherham & Willingham, 2009).

3.2 Matemaattisten taitojen oppiminen

Matemaattisista taidoista varhaisimmat kehittyvät lapsella jo ennen syntymää (Mononen et al., 2017). Tässä käsitellään muutamia ennen kouluikää sekä koulussa opittavia keskeisiä taitoja. Keskeisiä matemaattisia taitoja ovat esimerkiksi lukumääräisyyden taju, laskemisen taidot, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen ja aritmeettiset perustaidot (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2016; Mononen et al., 2017). Lukumääräisyyden tajulla tarkoitetaan kykyä havaita lukumäärien ero esimerkiksi numeroina tai kappaleiden määrinä. Lisäksi tämä taito näkyy pienien lukumäärien määrittämisenä ilman yksittäisten kappaleiden laskemista. Laskemisen taitoihin kuuluu alussa lukusanojen luetteleminen oikeassa järjestyksessä kohdistaen kukin lukusana oikea-aikaisesti (yksi yhteen -suhde) yhtä esinettä kohden, ja ymmärtäen, että viimeisenä sanottu lukusana kertoo laskettujen esineiden lukumäärän (kardinaalisuus). Näihin taitoihin kuuluu myös ymmärrys siitä, ettei ole väliä, missä järjestyksessä esineet laskee, kunhan laskee kunkin vain kerran. Laskemisen taitojen kehittyessä lapsi pystyy laskemaan lukumääriä eri tavoilla (sekä eteen- että taaksepäin, aloittaen keskeltä lukujonoa, hyppäyksittäin) ja lukualueen laajentuessa. Näihin taitoihin liittyy myös numerosymbolien hallinta eli esimerkiksi neljän legon (lukumäärä), lukusanan neljä ja numerosymbolin 4 yhdistäminen (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2016; Mononen et al., 2017).

Matemaattisten suhteiden ymmärtämisen taitoihin kuuluvat matemaattis-loogiset taidot, matemaattisten symbolien käytön ymmärtäminen, aritmeettiset periaatteet, paikka-arvo sekä kymmenjärjestelmä (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2016; Mononen et al., 2017). Matemaattis-loogisiin taitoihin kuuluu vertailu (enemmän, vähemmän), luokittelu eri kriteerein (väri, koko, muoto), sarjoittaminen eli tiettyyn järjestykseen laittaminen ja yksi yhteen -suhteen ymmärtäminen. Matemaattisten symbolien käytön ymmärtäminen sisältää laskuoperaatioiden symbolien (+, -,·, :) sekä vertailusymbolien (=,>,<,≠) tunnistamisen ja ymmärtämisen. Aritmeettiset periaatteet ovat laskutoimituksissa käytettäviä loogisia periaatteita, joiden hallinta tekee ongelmanratkaisusta sujuvampaa. Näitä periaatteita ovat esimerkiksi lukujen hajottaminen pienempiin osiin eri tavoilla, vaihdannaisuus (järjestyksellä ei ole väliä yhteen- ja kertolaskussa), liitännäisyys yhteen- ja kertolaskussa (osat voi hajottaa uudelleen vaikuttamatta tulokseen, esim. (a+b)+c=a+(b+c)), yhteen- ja vähennyslaskun sekä kerto- ja jakolaskun käänteisyys (Aunio & Niemivirta, 2010; Aunio & Räsänen, 2016; Mononen et al., 2017). Paikka-arvo tarkoittaa numeron saamaa arvoa tietyssä luvussa (esim. neljä (4) saa arvon 40 luvussa 45). Paikka-arvon ymmärtäminen auttaa lasta merkitsemään kuulemansa luvun oikein (esim. neljäkymmentäviisi ei kirjoiteta 405 vaan 45, ns. päällekirjoittamisen sääntö). Kymmenjärjestelmää käyttäessä paikkamerkintöinä ovat ykköset, kymmenet, sadat ja niin edelleen. Nämä ymmärrettyään lapsi oppii myös kymmenes-, sadas- ja tuhannesosat (Mononen et al., 2017).

Monosen ja kumppaneiden (2017) mukaan aritmeettiset perustaidot eli yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaidot kehittyvät käyttämällä ensin lukujen luettelemista ja esineitä apuna, ja siirtymällä vähitellen abstraktimpaan laskemiseen. Näihin taitoihin kuuluu myös vastauksen muistista palauttaminen eli aritmeettisten faktojen muistaminen. Kouluiässä näitä taitoja kehitetään laajemmalla lukualueella, luonnollisilla luvuilla ja rationaaliluvuilla. Rationaalilukujen eli murto-, desimaali- ja prosenttilukujen ymmärtäminen on usein lapsille haastavaa, sillä luonnollisille luvuille opittu ajattelutapa ei päde rationaaliluvuille. Samoin negatiivisten lukujen ymmärtäminen voi osoittautua vaikeaksi ennen kuin lapsi hahmottaa luvut lukusuoralla. Kouluikäisenä lapsen aritmeettiset taidot kehittyvät yhä sujuvammiksi ja niitä aletaan soveltaa. Myös laskustrategiat kehittyvät (Mononen et al., 2017).

Matematiikan oppimisprosessiin liittyvät myös sille ominainen tiedonlaatu. Seuraavaksi tarkastellaan matemaattisen tiedon osalta käsitteellistä ja toimenpiteellistä tietoa, joita tarvitaan, kun pyritään ymmärtämään matemaattisia ongelmia. Hiebertin ja Lefevren (1986) määrittelemät käsitteellisen ja toimenpiteellisen tiedon käsitteet ovat laajalti tunnettuja. Näiden määritelmien mukaan käsitteellinen tieto (*conceptual knowledge*) tarkoittaa verkostoa, jossa tiedon osat ovat yksilön mielessä toisiinsa nähden tietyssä suhteessa. Oppija konstruoi oppimiaan tietoja osaksi tätä verkostoa tunnistaen tiedon osien suhteet toisiinsa. Toimenpiteellinen tai proseduraalinen tieto (*procedural knowledge*) puolestaan tarkoittaa tietoa matematiikan formaalista kielestä symboleineen sekä matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa olennaista algoritmeja koskevaa tietoutta (Hiebert & Lefevre, 1986).

Näiden käsitteiden käyttö ei kuitenkaan ole yksiselitteistä, ja niitä on tarkasteltu uudelleen kriittisesti. Star (2005) tuo esille Hiebertin ja Lefevren (1986) määritelmien liiallisen yksioikoisuuden, sillä ne eivät huomioi matemaattisen tiedon luonnetta riittävän laajasti. Starin (2005) mukaan käsitteellisen tiedon määritelmä kuvaa monipuolista ja syvää tiedonlaatua, kun taas toimenpiteellisen tiedon määritelmä jättää kyseisen tiedon laadultaan yksinkertaiseksi, jossa yhteyksiä tai suhteita löytyy ainoastaan laskutoimituksen sisäisten vaiheiden väliltä. Lisäksi jälkimmäisessä määritelmässä puhutaan oikeastaan vain algoritmien osaamisesta, mikä tarkoittaa esimerkiksi kertolaskun allekkain laskun osaamista vaiheittain. Määritelmässä jätetään Starin (2005) mukaan huomioimatta niin sanotut nyrkkisäännöt, proseduurien soveltaminen sekä ongelmanratkaisutehtävissä olennaisten omien ratkaisutekniikoiden löytäminen (Star, 2005).

Star (2005) esittääkin vaihtoehtoisen määritelmän, jossa toimenpiteellisen tieto on laadultaan syvällisempää sisältäen ymmärtämisen, joustavuuden ja kriittisen päättelyn näkökulmat. Tässä määritelmässä korostetaan erityisesti joustavuuden merkitystä. Joustavuudella tarkoitetaan kykyä hyödyntää monipuolisesti opittuja taitoja, jolloin esimerkiksi ei rajoituta yhtälönratkaisussa tiettyyn opeteltuun kaavaan, vaan valitaan joustavasti kuhunkin ongelmaan sopiva ja tehokas ratkaisutapa (Star, 2005). Tällöin oppilaan ymmärrys on syvällisempää, ja hän tiedostaa, minkä vuoksi käyttää ongelmaa ratkaistessaan niitä laskutoimituksia, joita käyttää.

Käsitteiden, symbolien ja proseduurien oppimisen lisäksi matematiikan oppiminen on näiden välisten suhteiden ymmärtämistä (Hiebert & Lefevre, 1986), sekä taitoa käyttää niitä joustavasti ja kriittistä ajattelua hyödyntäen erilaisissa tilanteissa (Star, 2005).

Baroodyn, Feilin ja Johnsonin (2007) toimesta on esitetty edelleen vaihtoehtoinen näkökulma näitä käsitteitä koskien. He tuovat esille, että edellä mainitut käsitteet on määritelty toisistaan irrallisina, vaikka pedagogisesti ja psykologisesti ajateltuna nämä tiedon laadut ovat olennaisesti yhteydessä toisiinsa (Baroody et al., 2007). Laaja käsitteellinen tieto on välttämätöntä syvän toimenpiteellisen tiedon kannalta ja vastaavasti toisinpäin. Käsitteellisen ja toimenpiteellisen tiedon yhdistämisellä voidaan tukea oppimista tarjoten oppilaalle keinoja tehokkaampaan, virheriskiä vähentävään ongelmanratkaisuun. Syvällisemmän ymmärtämisen myötä oppilas tunnistaa myös arjessaan tilanteita, joissa tarvitaan matemaattista osaamista, ja osaa soveltaa oppimaansa niissä (Baroody et al., 2007).

Pystyäkseen hallitsemaan erilaisen matemaattisen tiedon, kuten minkä tahansa tiedon, jäsentymistä mielessään, oppilas tarvitsee metakognitiivista tietoa ja taitoa. Metakognitio on oman tietämisen ja ajattelun tunnistamista ja tiedostettua ohjaamista (Halinen et al., 2016; Hsu, Iannone, She, & Hadwin, 2016; Iiskala & Hurme, 2006). Metakognition merkitys oppimisessa on tiedostaa ja ohjata omaa oppimista. Erityisesti matematiikassa haasteellisten ongelmien kohtaaminen ja ratkaiseminen vaativat metakognitiivisia taitoja (Hsu et al., 2016). Samoin tavoitteellinen oppiminen, jossa oppija arvioi toimintansa tarkoituksenmukaisuutta, on metakognitiivisen tiedon ja taidon hyödyntämistä (Iiskala & Hurme, 2006).

3.3 Matematiikan toiminnallinen oppiminen

McNeilin ja Jarvinin (2007) mukaan toiminnallisuutta ja toiminnallisten välineiden käyttöä korostavia Piaget'n, Brunerin ja Montessorin tunnettuja teorioita pidetään edelleen oppimisen tuen kannalta tärkeinä. Samoin Deweyn (1957) ajatukset linkittyvät tämän tutkielman aiheisiin hyvin läheisesti. Kuitenkaan näitä teorioita ei käsitellä tässä tutkielmassa, vaan toiminnallista oppimista lähestytään tuoreempien lähteiden kautta ja määritellen käsitettä tutkielmassa aiemmin esitetyt näkökulmat huomioiden. Toiminnallisella oppimisella ymmärretään yleensä oppimisvälineiden, -pelien, teknologian ja yhteistoiminnallisuuden hyödyntäminen oppimisen tukena. Se on siten monipuolista tekemistä ja havainnollistamista oppimisen edistämiseksi. Toiminnallinen oppiminen ajatellaan usein tekemällä oppimiseksi (*learning by doing*), joka on käsitteenä peräisin Deweyn kasvatusfilosofiasta. Oppiminen on Deweyn (1957) mukaan kokemusten hankkimista konkreettisten arjen tilanteiden lähtökohdista luotujen tilanteiden kautta. Väkevän (2011) tiivistämänä Deweyn pedagogiikan keskiössä on aktiivinen oppija sekä yhteisöllinen oppiminen ja oppiminen elämää varten.

Edwards (2015) kuvailee toiminnallisen oppimisen (*active learning*) tarkoittavan oppilaan aktiivista roolia oppimisprosessissaan. Siihen kuuluu niin älyllisesti, sosiaalisesti kuin fyysisestikin aktiivista oppimista. Ymmärtääkseen opiskeltavaa asiaa, oppilaan tulee oppimisessaan käyttää kriittistä ja syvällistä ajattelua eli oppiminen on älyllisesti aktiivista. Sosiaaliseen aktiivisuuteen kuuluvat muun muassa pari- tai ryhmäkeskustelut sekä ryhmäprojektit, joissa oppilas työskentelee aktiivisesti muiden kanssa, ja siten prosessoi opittavaa sisältöä aktiivisesti. Fyysinen aktiivisuus oppitunneilla tukee luonnostaan aktiivisten lasten oppimista. Oppimistilanteissa voidaan samanaikaisesti yhdistää kaikkia näitä aktiivisuuden muotoja (Edwards, 2015).

Toiminnallisuudella on aina oltava päämääränä tukea tarkoituksenmukaista, oppimistavoitteiden suuntaista oppimista (Edwards, 2015). Toiminnan tarkoituksena on edistää kriittisen ajattelun kehittäminen niin, ettei oppimisesta tule vain tiedon ulkoaoppimista. Ymmärtämisen tueksi toiminnallinen oppiminen mahdollistaa oppilaalle monipuolisia tapoja tiedon etsimiseen ja tarkasteluun. Opitusta tiedosta tulee oppilaalle hyödyllistä ja soveltamiskelpoista, jolloin siitä pystytään johtamaan myös uusia ideoita elinikäisen oppimisen mukaisesti (Edwards, 2015). Edwardsin (2015) teoriassa näkyy Deweyn (1957) filosofian ajatuksia.

Tässä tutkielmassa, kuten aiemmin tutkijan kandidaatin tutkielmassa, toiminnallisuudella ymmärretään toiminnallisten oppimisvälineiden ja pelien käyttö, leikin, taito- ja taideaineiden integroiminen oppimiseen sekä eheyttäminen myös muiden oppiaineiden kanssa. Toiminnallisuutta on liikunnallisuuden lisääminen oppitunneille ja oppimisympäristön laajentaminen luokkahuoneen ulkopuolelle, sekä vuorovaikutukselliset, yhteistoiminnalliset työskentelymuodot. Lisäksi toiminnallisuus voi näkyä esimerkiksi tutkivassa, ongelmalähtöisessä ja kokemuksellisessa oppimisessa, mutta nämä käsitteet rajautuvat kuitenkin tässä tutkielmassa ulkopuolelle. Oppimisvälineiksi nähdään kuuluvan niin konkreettiset kuin digitaalisetkin oppimisvälineet. Tämä tarkoittaa perinteisten oppimisvälineiden ja -pelien lisäksi teknologian tarjoamia oppimisvälineitä ja pelejä, joilla tuetaan matematiikan oppimista.

Kehityspsykologian, koulutuksen ja kasvatuksen aloilla on yleisesti ajateltu, että matematiikan oppiminen on aina helpompaa toiminnallisten ja konkreettisten välineiden avulla, mutta toiminnallisten menetelmien toimivuutta on myös tutkittu kriittisestä näkökulmasta (McNeil

& Uttal, 2009). Esimerkiksi konstruktivistinen ja ongelmalähtöinen oppiminen vaativat tiedon etsimisen aikana oppilaalta niin suurta ponnistelua asioiden työmuistissa pysymiseksi, että myöhempää tarvetta varten pitkäkestoiseen muistiin tieto ei pääse kertymään (Kirschner, Sweller, & Clark, 2006). Mikäli muutoksia pitkäkestoisessa muistissa ei tapahdu, ei myöskään oppiminen edisty. Lisäksi tällaisten oppimismenetelmien ongelmana on nähty oppimisen jääminen puutteelliseksi, jos opettaja ei ohjeista riittävän selkeästi (Kirschner et al., 2006). Toiminnallisen oppimisen ei yleisesti kuitenkaan tarvitse tarkoittaa oppimista, jossa oppilaiden tulee selvitä hyvin vähäisellä ohjauksella kokien epävarmuutta tekemisestään ja oppimisestaan. Sen sijaan tavoitteena toiminnallisella oppimisella on luoda oppilaalle syvällinen ymmärrys, jota hän voi jatkossa hyödyntää matematiikkaa oppiessaan, sekä omassa arjessaan vastaantulevissa matemaattisia taitoja vaativissa tilanteissa. Ymmärtäessään opittavan asian, tulee oppimisesta pysyvää (Moyer, 2001).

Kirschnerin ja kumppaneiden (2006) tutkimuksessa kuvattu liian itsenäinen toiminnallinen ja tutkiva oppiminen voi johtaa turhautumiseen ja väärinymmärrykseen. Jotta oppilaan turhautuminen ja vääränlaiset johtopäätökset voidaan välttää, on toiminnallisia menetelmiä osattava käyttää ja niiden käyttöön ohjeistaa niin, etteivät ne tee oppimisesta entistä vaikeampaa. On varmistettava, työskentelytapa sopii käsiteltävälle aiheelle, ja että oppilas ymmärtää, miten ja miksi valittua välinettä tai muuta työskentelytapaa käytetään. Opettajan ohjeistusta tai yhteenvetoja ei tarvitse sulkea pois. Päinvastoin ne tukevat toiminnallista oppimista. Oppilaan ei tarvitse selvitä yksin. Sen sijaan toiminnallisuutta voidaan pitää yhtenä lisäväylänä, jonka kautta voidaan muun muassa motivoida sekä tehostaa opiskeltavan matematiikan aiheen syvällisempää ymmärtämistä.

Toiminnallisilla työtavoilla voidaan aktivoida oppilasta monella tavalla. Ajattelun lisäksi on hyödyllistä aktivoida kehoa, sillä liikkuminen tukee oppimista ja aivojen kehittymistä (Jaakkola, 2012). Liikkuminen oppitunnilla voi parantaa oppilaiden keskittymistä (Grieco, Jowers, & Bartholomew, 2009). Eräässä kolmevuotisessa tutkimuksessa on myös todettu, että liikunnan lisäämisellä oppitunneille ei ole heikentävää vaikutusta oppimistuloksiin. Tämä tulos voi selittyä liikunnan positiivisilla vaikutuksilla keskittymiseen, muistiin ja opetustilanteessa käyttäytymiseen (Donnelly et al., 2009).

Perinteisten toiminnallisten työtapojen lisäksi liikunnassa on siten potentiaalia toiminnallisen oppimisen välineenä. Liikunnan avulla voidaan kehittää lapsen oppimisvalmiuksia esimerkiksi havaintomotoristen ja hienomotoristen taitojen kautta sekä opettaa monipuolisesti erilaisia sisältöjä eri oppiaineista (Huisman & Nissinen, 2005). Huismanin ja Nissisen (2005) mukaan liikuntaa voidaan hyödyntää vaikkapa suuntia ja etäisyyksiä opetellessa tai käsitteiden, suhteiden ja määrien sekä muotojen hahmottamisessa. Näin lapsi oppii perusteita niin kielelliseen kuin matemaattiseen ja tieteelliseenkin opiskeluun. Lisäksi liikunta on oppimiskanavana luontainen yhteistyö- ja ongelmanratkaisutaitojen oppimiselle. Liikkuminen on usein lapselle ominainen tapa keskittyä ja suunnata tarkkaavaisuutta. Sen avulla voi helposti kerrata opeteltua asiaa, ja siten edistää opittujen tietojen ja taitojen ymmärtämistä (Huisman & Nissinen, 2005).

Liikunnalla voidaan vaikuttaa myös lapsen tiedollisen toiminnan edistämiseen (Syväoja et al., 2012). Näitä tiedollisia toimintoja ovat esimerkiksi tarkkaavaisuus, ajattelu ja muisti sekä ajattelua ja muita tiedollisia toimintoja ohjaava toiminnanohjaus (Syväoja et al., 2012). Eräässä tutkimuksessa on tutkittu muun muassa liikuntakerhoon osallistuvien 9-vuotiaiden lasten tiedollisia toimintoja kerhotoiminnan aikana. Tutkimuksen mukaan liikuntakerhossa reippaimmin liikkuneet lapset pärjäsivät edistyneempää toiminnanohjausta vaativissa tehtävissä paremmin kuin vähemmän liikkuneet lapset (Castelli, Hillman, Hirsch, Hirsch, & Drollette, 2011).

3.4 Matematiikan ymmärtävä oppiminen

Matematiikan oppimisen tavoitteena on syvällinen ja monipuolinen ymmärtäminen. Vaikka esimerkiksi laskukaavoja keskiarvon tai pinta-alojen laskemiseen voi oppia ulkoa ymmärtämättä täysin, mitä ollaan tekemässä, on se oppilaan muistille turhan kuormittavaa ja aiheuttaa ongelmia uusien taitojen ja tietojen oppimisessa (Hiebert & Wearne, 2003). Matematiikan ymmärtäminen vaatii Hiebertin ja Wearnen (2003) mukaan kiinnostusta tutkia ja kysyä, mistä matematiikassa oikeastaa on kyse. Kun oppilaan luottamus omaan osaamiseensa kasvaa, hän kykenee kohtaamaan ja ratkaisemaan myös uudenlaisia matemaattisia ongelmia (Hiebert & Wearne, 2003). Ymmärtäminen ja matemaattisten ongelmien ratkaiseminen eivät kuitenkaan ole täysin haasteettomia, vaan vaativat oppilaalta älyllistä ponnistelua (Hiebert & Wearne, 2003; Warshauer, 2015).

Warshauerin (2015) mukaan oppilaan pyrkiessä ymmärrykseen älyllisen ponnistelun on kuitenkin oltava tuottoisaa. Ongelmien on oltava sopivan haasteellisia, jotta ne vastaavat oppilaan kykyjä ja niiden ratkaiseminen on hänelle mahdollista. Myös epäonnistumiset kuuluvat joka tapauksessa oppimiseen. Kun oppilas saa ratkaistua ongelman, joka vaati häneltä ponnistelua, hän saa siitä pätevyyden ja mielihyvän kokemuksen, ja on askeleen lähempänä matematiikan syvällisempää ymmärtämistä. Joskus ymmärtäminen on haasteellista ja sen saavuttamattomuus voi aiheuttaa oppilaalle turhautumista (Warshauer, 2015). Onnistumisen kokemukset ja tunteet vaikuttavat oppilaan minäkuvaan eli siihen, millaisena matematiikan oppijana ja osaajana hän itsensä näkee (Pinxten, Marsh, De Fraine, Van Den Noortgate, & Van Damme, 2014). Positiivisilla tunteilla ei kuitenkaan ole suoraa vaikutusta oppilaan matemaattiseen suoriutumiseen. Vaikutus tulee positiivisemman minäkuvan synnyttyä. Siten matematiikan oppimisessa saadut positiiviset kokemukset ovat oppilaan oppimisessa ja minäkuvan rakentumisessa olennaisia (Pinxten et al., 2014).

Ongelmanratkaisutehtävillä on tärkeä rooli oppilaan ymmärryksen kehittämisessä ja syventämisessä (Hiebert & Wearne, 2003). Matematiikan kuuluu olla jossakin määrin haasteellista. Opettajan on osattava tukea oppilasta ongelmanratkaisussa oikealla tavalla, jottei haasteellisuus johtaisi liialliseen turhautumiseen. Oppilaan ei tarvitse välttämättä löytää ratkaisua yksin, mutta sen sijaan, että opettaja johdattelisi oppilasta liikaa, on ymmärtämisen kannalta hyödyllistä joutua pohtimaan ongelmaa hieman syvällisemmin (Hiebert & Wearne, 2003). Monosen ja kumppaneiden (2017) mukaan esimerkiksi sanallisissa tehtävissä, joissa sidotaan usein matemaattinen toiminta arjen tilanteisiin, on Suomessa nykyisin huomioitu paremmin lapsen kriittiseen päättelyyn kannustaminen. Sanalliset ongelmanratkaisutehtävät pyritään jättämään avoimiksi, jolloin on mahdollisuus useampaan ratkaisuvaihtoehtoon. Tällaiset tehtävät vaativat oppilaalta aktiivista toimintaa, kun opettajan tehtävänä on saada oppilas itse pohtimaan erilaisia vaihtoehtoja. Opettaja tukee oppilasta tarpeen mukaan niin, että tehtävät ovat jokaiselle sopivan haastavia uuden oppimista varten (Mononen et al., 2017).

Oppilas rakentaa ymmärrystään matematiikassa aiemmin oppimansa tiedon ja kokemustensa pohjalta (Battista, 2007). Esimerkiksi geometrisista käsitteistä kohtisuoruuden oppiminen eräässä viidennen luokan oppilaiden tapauksessa eteni Battistan (2007) mukaan konkreettisesta kohti abstraktimpaa ja matemaattisempaa käsitystä. Prosessi oli hankala ja vaati oppilailta paljon ajatustyötä. Oppimisprosessin haastavuutta lisäsi se, että jokaisella oppilaalla oli alussa omanlaisensa käsitys. Näitä alkuperäisiä käsityksiä heidän tuli kyseenalaistaa ja pystyä muokkaamaan oppimisprosessin aikana. Tällaiset oppilaiden omat käsitykset, jotka ovat ristiriidassa matemaattisen oikeiden käsitysten kanssa, saattavat jarruttaa oppilaan oppimista ja aiheuttaa oppimisvaikeuksia. Opettajan on tunnistettava tällaiset tilanteet, ja tuettava oppilasta uuden tiedon rakentamisessa oppilaantuntemustaan hyödyntäen (Battista, 2007).

Krathwohl (2002) on tehnyt yleiskatsauksen Bloomin uudistetusta taksonomiasta, joka kuvaa oppimisen eri tasoja tiedon eri tyyppien ja kognitiivisten tavoitteiden kautta. Taksonomia on siten kaksiulotteinen. Tiedolle asetetut tyypit ovat faktatieto, käsitteellinen tieto, toimenpiteellinen tieto sekä metakognitiivinen tieto (Krathwohl, 2002). Näitä ei tässä kohtaa käsitellä laajemmin, sillä eri tiedon tyyppejä on käsitelty matematiikan osalta jo matemaattisten taitojen oppimista koskevassa luvussa.

Uudistetun taksonomian kognitiiviset tavoitteet ovat Krathwohlia (2002) mukaillen hierarkkisessa tasoissa yksinkertaisemmasta kompleksisempaan: muistaminen, ymmärtäminen, soveltaminen, analysoiminen, arvioiminen ja luominen. Muistamisella tarkoitetaan asioiden mieleen palauttamista pitkäkestoisesta muistista. Esimerkkinä muistamisen tasosta on, että oppilas tunnistaa listalta halutun asian tai hän pystyy palauttamaan sen mieleensä. Ymmärtäminen vaatii jo merkitysten tulkitsemista erilaisista suullisista, kuvallisista ja kirjoitetuista viesteistä. Ymmärtääkseen oppilaan tulee tämän taksonomian puitteissa osata tulkita ja esittää omin sanoin, antaa esimerkkejä, luokitella, tiivistää, päätellä, vertailla ja selittää syy-seuraussuhteiden avulla. Soveltamisen tasolla oppilas osaa käyttää oppimaansa hyödyksi annetussa uudessa tilanteessa (Krathwohl, 2002).

Analysoiminen katsotaan materiaalin pilkkomiseksi ja osien keskinäisten suhteiden määrittelyksi (Krathwohl, 2002). Tällöin oppilas osaa erotella, järjestellä sekä suhtautua lukemaansa kriittisesti. Arvioiminen on tiedon luotettavuuden tarkistamista ja arviointia määriteltyjen kriteerien perusteella. Taksonomian ylin taso, luominen, tarkoittaa aiemmin opittujen tietojen ja taitojen käyttämistä uuden toimivan kokonaisuuden luomiseen. Oppilas osaa tällöin luoda vaihtoehtoisia ratkaisuhypoteeseja ongelmalle, suunnitella, miten niitä voisi testata ja lopulta ratkaista ongelman (Krathwohl, 2002).

Edellä kuvatun Bloomin uudistetun taksonomian tasot mukailevat ajatusta ymmärtävään oppimiseen pyrkimisestä. Matematiikan oppimisen kontekstissa esimerkiksi soveltamisen tasolla oppilas pystyy ratkaisemaan sanallisen tehtävän, jossa täytyy laskea, kuinka paljon jää annetusta summasta rahaa jäljelle, kun ostetaan tietty määrä esineitä, tietyllä yksikköhinnalla. Vaikka kyseinen tehtävätyyppi olisi oppilaalle uusi, hän soveltamisen tasolla osaisi ratkaista sen käyttämällä kerto- ja vähennyslaskua oikeassa järjestyksessä.

3.5 Toiminnallisuuden mahdollisuudet matematiikan ymmärtävän oppimisen tukemisessa

Tämän luvun tarkoitus on tuoda esille teoreettista tietoa siitä, mitä perusteita toiminnallisen oppimisen hyödyntämiselle matematiikassa on, sekä miten toiminnallisilla menetelmillä on mahdollista tukea ymmärtävää oppimista matematiikassa. Toiminnallisuutta on syytä tarkastella myös kriittisestä näkökulmasta tuoden esille muutamia toiminnallisten menetelmien mahdollisia haasteita.

3.5.1 Matematiikan toiminnallisten oppimisvälineiden käyttö oppimisen tukemisessa

Kamiin, Lewisin ja Kirklandin (2001) mukaan toiminnalliset oppimisvälineet ovat lapsen loogis-matemaattisen tiedon muodostumisen kannalta hyödyllisiä silloin, kun ne edistävät lapsen ajattelua ongelmanratkaisussa. Kun ajattelusta seuraa oikeanlaisia päätelmiä, tapahtuu oppimista. Olennaista on valita sekä lapsen kehitystason että opeteltavan asian mukaan sopivat oppimisvälineet, sillä ajattelemattomasti valitut välineet voivat johtaa vääränlaiseen ajatteluun, eivätkä siten auta lasta ymmärtämään opiskeltavaa asiaa (Kamii et al., 2001).

Oppimisvälineiden yhteydessä Kamii ja Rummelsburg (2008) käyttävät myös käsitettä *physical-knowledge activities* viittaamaan välideiden avulla oppimisessa tärkeään fyysiseen toimintaan mentaalisen toiminnan tukena. Kamiin ja Rummelsburgin (2008) tutkimuksessa selvitettiin toiminnallisilla välineillä oppimisen merkitystä tilanteessa, jossa ensimmäisen luokan oppilailla oli haasteita lukumääräkäsitteiden ymmärtämisessä. Näille oppilaille haluttiin varmistaa pelien ja välineiden avulla ensin hyvä käsitys lukumäärästä, jotta aritmetiikan taitojen oppiminen myöhemmin onnistuisi. Lopulta tämän ryhmän oppilaat pärjäsivät aritmetiikassa paremmin perinteisesti edenneeseen vertaisryhmään nähden. Ryhmän parempaan osaamiseen vaikutti toiminnallisuuden kautta saatu jäsentyneempi fyysinen (värit, muodot), loogis-matemaattinen (esimerkiksi matemaattiset suhteet) ja sosiaalinen tieto (esimerkiksi kappaleiden nimet) (Kamii & Rummelsburg, 2008).

Näistä kolmesta tietotyypistä loogis-matemaattinen tieto rakentuu jokaisella yksilöllisesti omassa mielessä (Kamii & Rummelsburg, 2008). Tämä tarkoittaa, että jokainen päättää itse, ajatteleeko kahta kappaletta samanlaisina vai erilaisina, ja muodostaa mielessään numeerisen käsitteen. Kamiin ja Rummelsburgin (2008) tutkimuksessa oppilaat opiskelivat toiminnallisten aktiviteettien avulla, ja heitä rohkaistiin ajattelemaan loogis-matemaattisesti. Oppilaat muodostivat välineiden kesken useita matemaattisia suhteita pohtiessaan tehtäviä. Loogis-matemaattista ajattelua tuettiin peleillä, ja lisäksi niiden tehtävä oli motivoida oppilaita. Olennaista matematiikan opetuksessa on, ettei oppilaiden oleteta oppivan sellaista, mitä he eivät kehitystasonsa huomioon ottaen kykene vielä käsittelemään. Perustan ollessa hyvä ja vankka on vaativampiinkin asioihin helppo edetä (Kamii & Rummelsburg, 2008).

Morinin ja Samelsonin (2015) mukaan opettajan on olennaista miettiä, millaisia välineitä käytetään missäkin tilanteessa. Etenkin pienille oppilaille voi olla ymmärtämisen kannalta tärkeää, että käytettävä väline ja tehtävässä käsiteltävän sisältö ovat yhtäläisiä ja yhdennäköisiä. Isommille oppilaille välineiden ei tarvitse olla niin kuvaavia, vaan he ymmärtävät esimerkiksi eriväristen nappuloiden ja muiden abstraktimpienkin välineiden avulla. Joka tapauksessa huomiota kannattaa kiinnittää välineiden määrällisiin mittasuhteisiin, kuten niiden kokoeroihin. Liiallinen epäyhteneväisyys välineissä johtaa helposti vääränlaiseen päättelyyn. Esimerkiksi erimuotoisten ja erikokoisten välineiden suhteet voivat saada aikaan ristiriitaisen käsityksen. Isommat välineet saattavat oppilaasta vaikuttaa lukumäärältään suuremmilta kuin pienet välineet, jolloin neljän ison renkaan joukko näyttää suuremmalta kuin kuuden pienemmän kuution joukko (Morin & Samelson, 2015).

Opettajan on ohjattava oppimisvälineiden käyttöä määrätietoisesti, jotta toiminta olisi tarkoituksenmukaista ja oppimista tukevaa (Morin & Samelson, 2015). Vääränlaisten välineiden valinta tai niiden puutteellisesti ohjeistettu käyttö voi johtaa ongelmiin. Tällöin tavoitteena olleen matematiikan käsitteen ja käytetyn toiminnallisen välineen välille ei synny tavoiteltua käsitteellistä yhteneväisyyttä. Opettajan tulee osata käyttää välineitä niin, että matemaattiset käsitteet tuodaan niiden avulla mahdollisimman luontevasti oppilaan näkyville. Epäjohdonmukaisella tai epäyhtenevällä välineiden käytöllä voidaan hämmentää oppilasta, jolloin oppilas ei välttämättä kykene oppimaan sillä tasolla, mikä hänen potentiaaliaan vastaa, vaan niin sanotusti alisuoriutuu. Tarkoituksena toiminnallisten välineiden käytössä on tukea matematiikan oppimista tekemällä yhteneväisyyden kautta muutos konkreettisesta abstraktimpaan oppilaalle helpommaksi (Morin & Samelson, 2015).

Toiminnalliset välineet tarjoavat yhden lisäkanavan tiedon käsittelyyn, niillä on helppoa liittää opittava asia arkielämään ja toisaalta tehostaa asian mieleen painumista ja kokemusten syntymistä toiminnan avulla (McNeil & Jarvin, 2007). Kuitenkin välineillä voidaan saada aikaan myös negatiivisia vaikutuksia oppimisen kannalta. Välineiden käyttö voi johtaa pelkkään leikkimiseen, jolloin oppimista toivottua tavoitetta kohti ei tapahdu (McNeil & Jarvin, 2007; Morin & Samelson, 2015). Tähän voidaan päätyä McNeilin ja Jarvinin (2007) sekä Moyerin (2001) mukaan myös siinä tapauksessa, että opettaja haluaa käyttää toiminnallisia välineitä vain niiden hauskuuden vuoksi ja tehdäkseen oppimisesta monipuolisempaa. Tällöin oppilaan mahdollisuudet matematiikan sisältöjen tutkimiseen itselle merkityksellisellä ja mielenkiintoisella tavalla rajoittuvat olennaisesti (Moyer, 2001). Opettajalla voi mahdollisesti myös olla puutteellinen käsitys siitä, kuinka välineillä voidaan tukea matematiikan oppimista. Yhdenlainen väärinkäsitys voi olla esimerkiksi se, että oppimisvälineillä on vain tarkoitus herättää oppilaan mielenkiinto kohti käsiteltävää aihetta, eikä niinkään opettaa niiden avulla matemaattisia käsitteitä ja toimenpiteitä (McNeil & Jarvin, 2007; Moyer, 2001). Opettaja saattaa myös olettaa virheellisesti, että kun oppilas saa toimia aktiivisesti konkreettisen välineen kanssa, hän automaattisesti oppii (McNeil & Uttal, 2009). Opettajan epäjohdonmukaisen ja suunnittelemattoman toiminnan seurauksena oppilaalle puolestaan voi syntyä käsitys, että toiminnallisten välineiden kanssa toimiminen ei ole yhteydessä ”oikean” matematiikan opiskeluun (McNeil & Jarvin, 2007; Moyer, 2001).

McNeilin ja Jarvinin (2007) sekä Morinin ja Samelsonin (2015) mukaan oppimisvälineillä itsessään voidaan tehdä oppimisesta jopa tarkoituksen vastaisesti monimutkaisempaa. Ensiksi oppijan on tutustuttava välineeseen, sekä kyettävä liittämään se tarkoitettuun matematiikan käsitteeseen tai aiheeseen. Oppilaan on siten osattava käsittää väline symbolina (McNeil & Jarvin, 2007; Morin & Samelson, 2015). Vaikeuksia voi aiheutua lisäksi lapsen rajallisista kognitiivisista kyvyistä abstraktiin ajatteluun. Esimerkiksi yhtäsuuruuden käsitettä opiskeltaessa lapsen voi olla vaikeaa hahmottaa esineitä tiettyinä määrinä tai lukuina (McNeil & Jarvin, 2007). Tämän lisäksi kaikki oppimisvälineet eivät ole välttämättä käyttökelpoisia, eivätkä riittävästi yhteydessä matemaattisiin käsitteisiin (Moyer, 2001).

Näin ollen toiminnalliset välineet eivät oppimisen tukemisen kannalta itsestään selvä ratkaisu. McNeil ja Jarvin (2007) jopa suosittelevat saatujen todisteiden ja teorioiden pohjalta, että etenkin hyvin konkreettisten tai koulun ulkopuolisista konteksteista tuttujen välineiden (kuten lelujen) käyttöä matematiikan opetuksessa pohditaan kriittisesti, sillä juuri sellaiset välineet voivat viedä oppilaan huomion ja kiinnostuksen itse välineeseen eikä tarkoituksen mukaiseen matematiikan oppimiseen. Sen sijaan yksinkertaisemmat välineet voivat auttaa oppilasta ymmärtämään välineen matematiikan työkaluna, ja keskittymään opeteltaviin käsitteisiin. Oppimista helpottaa myös, jos oppilaalla on aikaa muodostaa selkeä yhteys välineiden käytön aikana muodostuneen konstruoidun käsityksen sekä oikean käsitteen symbolisen ilmentymän (esimerkiksi murtokakun osa) välille (McNeil & Jarvin, 2007).

3.5.2 Matematiikan oppimisympäristöjen ja aitojen kontekstien merkitys oppimiselle

Opetussuunnitelman perusteissa (2014) oppimisympäristöt määritellään joustaviksi ja monipuolisiksi sekä oppilaan aktiivista roolia tukeviksi. Monipuolisilla oppimisympäristöillä on mahdollista tuoda koulutyöskentelyyn autenttisuutta, ja eheyttää oppimista niin, että oppilaat huomaavat opiskelevansa omaa elämää ja tulevaisuuttansa varten (Halinen & Jääskeläinen, 2015). Oppimisympäristöjä pyritään laajentamaan luokkahuoneen ulkopuolelle, virtuaalisiin ympäristöihin sekä moniammatillisen pedagogisen yhteistyön kautta avautuviin ympäristöihin (Kangas, Kopisto & Krokfors, 2015). Tällöin otetaan huomioon lapsen elinympäristöt ja nähdään informaalin, epämuodollisen oppimisen mahdollisuudet formaalin, muodollisen opetuksen kanssa toisiaan täydentävinä resursseina, eikä suinkaan vastakkaisina näkökulmina oppimisen tai oppimisympäristöjen määrittämisessä (Kangas, Kopisto & Krokfors, 2015). Seuraavaksi esitellään muutamia esimerkkejä oppimisympäristöjen laajentamisesta ja niissä käytetyistä toiminnallisista työtavoista oppimisen tukemisessa aiheesta tehdyn tutkimuksen kautta.

Clarken ja Rochen (2009) tiivistämänä matematiikan aiheet voivat olla oppilaalle liian abstrakteja, ja opiskelu sen vuoksi tylsää tai merkityksetöntä. Oppilaille saattaa jäädä hyvin pinnallinen ymmärrys käsiteltävinä olevien ongelmien taustalla olevasta matematiikasta ja matemaattisista ideoista (Clarke & Roche, 2009). Matematiikan ymmärtämisen haastavuus voi johtua myös siitä, että matematiikan ideat usein ovat haastavia, eikä oppilas näe niiden yhteyttä arkeensa (Clarkson, 2010).

Matematiikka voidaan sijoittaa oppimisen helpottamiseksi johonkin käytännön ongelmaan (Clarke & Roche, 2009). Tällöin matematiikka pidetään selkeästi oppimisen keskiössä, ja konteksti toimii havainnollistamisessa. Tällaisilla tehtävillä voidaan haastaa ja myös sitouttaa oppilaita oppimiseensa. Ne voivat osoittaa oppilaalle, kuinka matematiikan avulla pystyy ymmärtämään syvällisemmin koko maailmaa. Nämä tehtävät vaativat yleensä useiden matematiikan taitojen ja käsitteiden hallitsemista, joten oppilaan ikä ja kehitystaso on huomioitava. Clarken ja Rochen (2009) tutkimuksessa seuraavaksi kuvattu tehtävä oli ratkaistavana viidesluokkalaisilla oppilailla.

Tutkimuksessa (Clarke & Roche, 2009) kuvatussa ongelmanratkaisutehtävässä oppilaat työskentelivät pareina. Heidän tuli ratkaista, mistäpäin maailmaa eräs kuva etäisyyskyltistä oli otettu. Kuvan kyltissä oli useita kaupunkien nimiä ja etäisyydet niihin. Osa pareista alkoi heti etsiä ratkaisua maailmankarttojen avulla, mutta osalla oli hankaluuksia keksiä, mistä lähteä liikkeelle. Opettaja oli oppilaiden tukena johdattelemassa heidän pohdintojaan oikeille urille.

Ratkaisun löytyminen edellytti monipuolista ajattelua, ja useita matematiikan taitoja. Ongelmaa täytyi tarkastella välillä yhdessä keskustellen, ja lopulta vastaus löydettiin. Ratkaiseminen vaati ongelmanratkaisutaitojen ja yhteistyötaitojen lisäksi mittaamista, mittakaavan käyttöä ja tulkintaa, viivaimen tai harpin käyttöä sekä kerto- ja jakolaskujen suorittamista (Clarke & Roche, 2009).

Matematiikan sijoittaminen kontekstiin erilaisten luovien tehtävien avulla voi tukea oppilaan ajattelukyvyn kehittymistä ja oppimista (Clarke & Roche, 2009). Tehtävissä voidaan yhdistää monia eri taitoja, ja olennaista on, että niitä voi ratkaista usealla eri tavalla. Toisaalta ne voivat osoittautua osalle oppilaista liian haastaviksi, sillä niissä täytyy keskittyä ja työskennellä sinnikkäästi. Ennestään matematiikan osaamisestaan epävarma oppilas saattaakin kokea matematiikan entistä epämiellyttävämmältä, jos hän ei saa tarpeeksi tukea tehtävissä. Vaarana on, että oppilaan minäkuva matematiikan oppijana vastoin tarkoitusta heikkenee. Tehtävien lopuksi on tärkeää tehdä yhteenveto, jotta eri tavoin ja eri tahdissa tehtävää ratkaisseet oppilaat saavat oppimastaan kokonaiskäsityksen (Clarke & Roche, 2009).

Matematiikasta voi tehdä oppilaille selkeämpää etenkin sellaisilla aidoilla ongelmilla, joita he kohtaavat arjessaan (Clarkson, 2010). Esimerkiksi Australiassa suoritetussa projektissa oppilaat suunnittelivat ja toteuttivat koulun puutarhan ylläpidon käyttäen matematiikkaa ja ongelmanratkaisutaitoja apunaan. Näin matematiikka koettiin itselle ja yhteisölle merkitykselliseksi, sillä sen avulla pystyttiin ratkaisemaan todellisia ongelmia ja lisäksi niiden ratkaiseminen oli oppilaille konkreettisesti näkyvää (Clarkson, 2010).

Oppimisympäristöllä on merkitystä oppimiselle monella tapaa (Kersaint, 2007). Oppimiseen vaikuttaa oppimisympäristön ominaisuuksien hyödyntämisen tavat. Kersaint (2007) on tarkastellut matematiikan oppimisympäristöjen ominaisuuksia, jotka tukevat oppimista. Vaikuttavia tekijöitä ovat se, missä oppiminen tapahtuu, millaiset mahdollisuudet oppilaalla on oppia, sekä miten matematiikan opetus on suunniteltu. Näillä tekijöillä oli tutkimusten mukaan merkitystä, mikäli koko koulu työskenteli parantaakseen oppilaiden oppimiskokemuksia (Kersaint, 2007). Koulun yhtenäinen monipuolisia oppimiskokemuksia tarjoava toimintakulttuuri on merkityksellinen oppimisen kannalta. Tämä ajatus näkyy myös Suomen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) toimintakulttuurin määrittelyssä.

Oppilaan oppimismahdollisuuksiin Kersaint (2007) viittaa oppimiselle varatulla ja käytellä ajalla. Lisäksi siihen liittyy opetuksen ja opetussuunnitelman koettu laatu oppilaan näkökulmasta. Kunnollisen ymmärtäminen ja syvällinen oppiminen vaativat aikaa. Toiminnalliset työskentelytavat usein vievät enemmän aikaa kuin perinteinen oppikirjan tehtävien tekeminen. Ajan varaaminen ja opetuksen laadukkuuteen panostaminen kuitenkin kannattavat, sillä niistä on oppilaalle hyötyä myös pitkällä tähtäimellä.

Kersaintin (2007) mukaan matematiikan opetuksen suunnittelu ja erityisesti niin kutsutun oppimisyhteisön luominen, sekä erilaisten oppijoiden huomioiminen ovat matematiikan oppimisen kannalta tärkeitä. Oppimista ei ajatella toiminnaksi, jota oppilas suorittaa yksikseen, vaan siihen kuuluu myös sosiaalinen vuorovaikutus ja yhteistoiminnallisuus. Oppilaat voivat oppia toisiltaan. Oppimisyhteisössä tarvitaan matemaattista lukutaitoa, jolla tarkoitetaan kykyä ymmärtää matematiikkaa, ja kommunikoida matemaattisissa konteksteissa ongelmia ratkaisten. Tämän lukutaidon kehittämiseksi tarvitaan matemaattisen ajattelun ja päättelyn harjoittelua monipuolisilla ongelmilla. Lisäksi matematiikan kieltä ymmärtääkseen oppilas tarvitsee matemaattista symboleja sekä sanoja. Oppilaan tulisi myös harjoitella monipuolisia esitysmuotoja kootakseen omaa ymmärrystään matematiikasta. Tavoitteena Kersaintin (2007) mukaan on matematiikan parempi ymmärtäminen. Oppimisympäristöjen suunnittelussa pyritään huomioimaan erilaiset, erilaisista taustoista tulevat oppilaat, jotta jokaisen olisi mahdollista oppia ja kokea osallisuutta oppimisestaan (Kersaint, 2007).

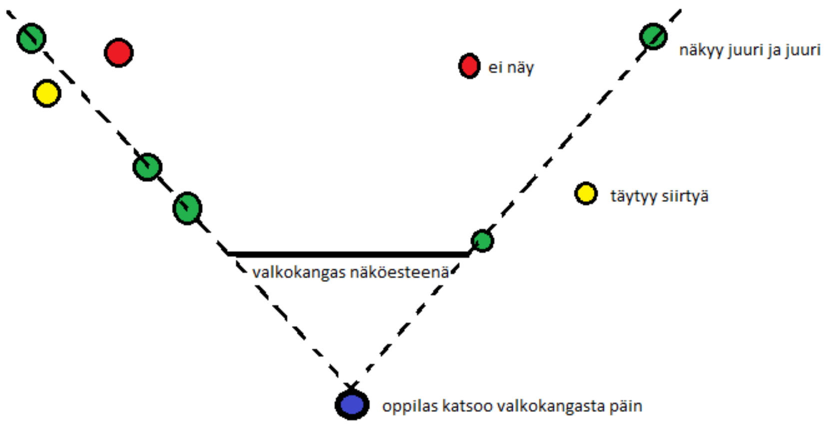
Oppimisympäristöt voivat joko tehokkaita tai tehottomia oppimisen näkökulmasta (Kersaint, 2007). Tutkimusten mukaan tehokkaat oppimisympäristöt tukevat matematiikan ymmärtämistä ja niissä käytetään hyödyksi toiminnallisuutta. Näissä ympäristöissä matematiikka tuodaan lähelle lapsen arkea ja lapsen tapaa käsittää maailma. Lisäksi oppilasta kannustetaan tekemään matemaattista ajatteluaan näkyväksi. Tehokkaissa oppimisympäristöissä vuorovaikutuksen rooli on tärkeä niin oppilaiden välisenä kuin oppilaan ja opettajan välillä (Kersaint, 2007). Myös Edwardsin (2015) mukaan monipuolisesti aktivoivan toiminnallisuuden sisällyttäminen oppimisympäristöön mahdollistaa sekä monipuolisempia oppimismahdollisuuksia että enemmän oppimisesta innostumisen. Tehottomina oppimisympäristöinä Kersaintin (2007) mukaan pidetään ympäristöjä, joissa ei rohkaista yhteistoiminnalliseen työskentelyyn. Tehottomuuteen liittyy myös oletus, että matematiikassa on olennaista muistaa faktoja sen sijaan, että kehitettäisiin oppilaan ongelmanratkaisutaitoja ja matemaattista ajattelua (Kersaint, 2007).

Toiminnallista oppimista voidaan hyödyntää monessa matematiikan aiheessa, esimerkiksi geometriassa. Seuraavaksi kuvatussa tutkimuksessa toiminnallisuus näkyy aktiivisena tekemisenä toiminnallisessa oppimisympäristössä luokkahuoneen ulkopuolella. Munier, Devichi ja

Merle (2008) tutkivat kulma-käsitteen oppimista toiminnallisilla menetelmillä. He olettivat, että toiminnallinen työskentely spatiaalisessa todellisuudessa motivoi oppilaita, ja oikeiden ongelmien ratkaisu konkreettisesti on merkityksellistä, ja täten johtaa syvällisempään oppimiseen. Tutkimuksessa matematiikan opiskelu tapahtui koulun pihalla, missä oppilaat työskentelivät arkisten esineiden parissa opetellessaan uutta käsitettä (Munier et al., 2008).

Munierin ja kumppaneiden (2008) tutkimuksessa opetuksen alussa ei käytetty ollenkaan kulma-käsitettä. Oppilaille annettiin tehtäväksi pohtia ja piirtää annetun kuvan avulla, minkä muotoinen alue jää näkemättä tietynlaisen näköesteen taakse, jos oppilas itse seisoisi esteen edessä. Osa oppilaista ymmärsi jo näin abstraktissa vaiheessa värittää oikeissa kulmissa lähtevien viivojen sisälle alueen, jota ei voisi nähdä. Kaikki oppilaat eivät vielä hahmottaneet tilannetta täysin, joten luokka siirtyi pihalle kokeilemaan sitä todellisuudessa (Munier et al., 2008).

Näköesteenä toimi valkokangas, jonka edessä yksi oppilas seisoi katse kohti kangasta. Valkokankaan takana muut oppilaat olivat eri etäisyyksien päässä ja siirsivät merkkikartioita niin, että esteen edessä seissyt oppilas kertoi, milloin ne näkyivät juuri ja juuri (ks. kuvio alla). Tällä tavalla saatiin aikaan suorat kartiorivit, ja niiden muodostamat viivat (puolisuorat) kuvastivat kulman kylkiä. Oppilaat tekivät myös havainnon, että näitä suoria voisi jatkaa periaatteessa loputtomiin asti. Luokassa palattiin vielä ensimmäisen tehtävän pariin erilaisia tilanteita piirtäen, ja alettiin käyttää matemaattista termiä *kulma*. Tästä edettiin oikeiden termien käyttämiseen ja harjoiteltiin erilaisia kulmia (Munier et al., 2008).



Kuvio 1. Havainnollistava kuvio Munierin ja kumppaneiden (2008) tutkimuksessa esitetystä oppimistilanteesta.

Tutkimuksen tuloksena oli, että suurin osa oppilaista hallitsi jatkossa aluksi esitetyn ongelmanratkaisutehtävien kaltaiset tehtävät. Tämän kaltainen toiminnallinen opetus todettiin olevan peruskouluissa toteuttamiskelpoista ja relevanttia. Oppilaat saivat kokeilla, tutkia ja aktivoida ajatteluaan, sekä pääsivät lisäksi korjaamaan kulma-käsitteeseen liittyviä virhekäsityksiään ja selkeyttämään ymmärrystään (Munier et al., 2008).

3.5.3 Sosiaalisen vuorovaikutuksen merkitys matematiikan oppimisessa

Díez-Palomar ja Olivé (2015) ovat selvittäneet tutkimuksessaan vuorovaikutuksen ja keskustelun merkitystä ymmärtävän oppimisen (*learning-with-understanding*) kannalta. Keskusteluilla voidaan parhaillaan saada aikaan merkityksellisiä oppimistilanteita, ja tukea matematiikan oppimista. Toisaalta dialogisessa vuorovaikutuksessa oppilaat saattavat esittää myös matemaattisesti epäpäteviä väitteitä (Díez-Palomar & Olivé, 2015).

Díez-Palomar ja Olivé (2015) määrittelevät dialogisen keskustelun vähintään kahden henkilön keskusteluksi, jossa osapuolet kykenevät puhumaan ja ovat motivoituneita yhteisymmärryksen löytämiseen matemaattisten ongelmien kohdalla. Tavoitteena on käyttää todistettavissa olevia väitteitä ymmärryksen saavuttamiseksi yhdessä. Todistaakseen väitteitään oppilaat käyttävät apunaan välineitä tai laskutoimituksia, jotta ryhmän jokainen oppilas pystyy toteamaan väitteen oikeellisuuden. Tällä tavalla tuetaan ryhmässä oppimista (Díez-Palomar & Olivé, 2015).

Yhteistoiminnallisuuden keinoin voidaan vaikuttaa positiivisesti matematiikan oppimiseen ja ymmärtämiseen ainakin joissain aiheissa (Mullins, Rummel, & Spada, 2011). Mullinsin ja kumppaneiden (2011) tutkimuksessa selvisi, että matematiikan käsitteellinen oppimateriaali sai oppilaat työskentelemään vastavuoroisesti (*elaboration*), selittämään ja perustelemaan väitteitä toisilleen niin, että kumpikin osallistui työskentelyyn yhtälailla. Lisäksi yhteistoiminta kehitti käsitteellisen tiedon oppimista tuottaen vähemmän virheitä yksin oppimiseen verrattuna (Mullins et al., 2011).

Toimenpiteellisen oppimateriaalin parissa työskentely ei sen sijaan tuottanut samanlaista positiivista tulosta, eikä oppiminen ollut tehokasta (Mullins et al., 2011). Oppilaat tekivät ongelmanratkaisua vuorotellen omien vahvuusalueiden mukaan neuvottelematta asiasta parin kanssa. Tällöin oppilaat eivät hyötyneet oppimisesta samalla tavalla, koska pari ei enää perustellut ratkaisujaan toiselle. Näin ollen toimenpiteellisen tiedon oppiminen saattoi jopa heiketä yksin työskentelyyn verrattuna (Mullins et al., 2011).

Keskustelun ja muun yhteistoiminnallisuuden käyttäminen matematiikan oppimisen tukena vaatii opettajalta hyvää oppilaantuntemusta. Opettajan tulee luoda avoin, turvallinen ja kunnioittava ilmapiiri, jossa oppilaat pystyvät keskustelemaan haasteellisistakin matematiikan ongelmista (Chapin & O'Connor, 2007). Oppilaiden kanssa on laadittava tietyt käytänteet ja säännöt, jotta keskustelut onnistuisivat. Tarkoituksena on, että kaikki uskaltaisivat osallistua pelkäämättä virheitä, ja saisivat mahdollisuuden oppia. Tällainen tapa oppia matematiikkaa ei miellytä välttämättä kaikkia oppilaita, mutta oppilaiden tottuessa vuorovaikutuksellisilla keskusteluilla on todettu olevan positiivinen vaikutus oppimiselle, ymmärtämiselle ja matemaattisen ajattelun kehittymiselle (Chapin & O'Connor, 2007).

Choppin (2007) on tutkinut yhteistoiminnallisten keskustelujen haasteita. Opettajalta vaaditaan tietoa ja taitoa, jotta hän osaa tukea keskusteluissa esiin nousevien oppilaiden matemaattisten ajatusten kehittymistä. Yhteistoiminnallisten luokan sisäisten keskusteluyhteisöjen luominen on itsessään haastava prosessi, koska voi olla vaikeaa saada kaikki oppilaat osallistumaan mielekkäästi ja merkityksellisesti näihin keskusteluihin. Koska yhteistoiminnallisten keskustelujen hyödyt oppimisen tukemisessa ovat kuitenkin suuret, kannattaa vaivaa oppilaiden osallistamiseksi, ja luontevan vuorovaikutuksen kehittämiseksi nähdä (Choppin, 2007).

3.5.4 Toiminnallisuus ja matematiikan käsitteellinen oppiminen

Matematiikan käsitteellistä oppimista on tutkittu muun muassa erään ongelmanratkaisukulttuuria hyödyntävän kurssin yhteydessä (Prusak, Hershkowitz, & Schwarz, 2013). Oppimisen kohteena kurssilla oli muun muassa pinta-alan käsite. Tutkimuksen mukaan oppilaat hyötyivät ongelmanratkaisukulttuurista. Tälle kulttuurille olennaista oli yhdessä toimiminen, matemaattisen perustelun ja todistamisen harjoittelu, sekä oppimisen reflektointi. Oppilaat osallistuivat monipuoliseen ongelmanratkaisuun esimerkiksi piirtämällä, sanallistamalla tai liikkeen avulla perustellen. Tuloksena oppilaiden ymmärrys pinta-alan käsitteestä syveni (Prusak et al., 2013). Myös murtolukujen oppimista tuetaan usein toiminnallisuuden avulla. Gabriel ja kumppanit (2012) toteavat tutkimuksessaan, että oppilaan käsitteellistä ymmärtämistä voidaan syventää toiminnallisin keinoin, kun käytetään oikeita välineitä tarkoituksenmukaisella tavalla (Gabriel et al., 2012).

Käsitteellistä oppimista on tutkittu myös liikettä hyödyntävässä opetuksessa. Woodin (2008) tutkimuksessa selvitettiin kinesteettisen, liikkeen avulla oppimisen ja käsitteellisen oppimisen yhteyksiä käyttäen Mathematics through Movement -strategiaa. Tutkimuksessa kolmannen luokan oppilaat opettelivat tanssin avulla matemaattisia kaksi- ja kolmeulotteisia muotoja. Liikkumaan päästessään oppilaiden sitoutuminen tehtävään oli syvempää. Tanssin jälkeinen keskustelu keskeisistä matematiikan käsitteistä oli myös syvällistä ja innokasta. Tutkimuksessa tehtyjen havaintojen mukaan myös käsitteiden ymmärtäminen kasvoi liikkeen avulla, ja oppimisesta tuli pysyvämpää (Wood, 2008).

Oppilaan ymmärryksen ja käsitteellisen tiedon kehittymistä halutaan matematiikan opetuksessa tukea. Sen vuoksi opettajan on pystyttävä arvioimaan oppilaan käsitteellistä ymmärtämistä (Bartell, Webel, Bowen, & Dyson, 2013). Oppilaan todellista ymmärtämistä voi olla joissain tapauksissa vaikea arvioida. Bartell ja kumppanit (2013) selvittivät, miten tulevat opettajat kykenevät tunnistamaan oppilaiden käsitteellistä ymmärtämistä matematiikassa. Heidän tutkimuksensa osoitti tulevien opettajien oman käsitteellisen ymmärryksen olevan tärkeää tämän kyvyn kannalta. Kuitenkaan se ei yksinään takaa, että opettaja osaisi tunnistaa oppilaan käsitteellisen ymmärtämisen tason. Opettajan pitää tunnistaa, millaiset asiat osoittavat käsitteellistä, ja millaiset puolestaan toimenpiteellistä ymmärtämistä. Opettajan oma kokemus matematiikan oppimisesta ja osaamisesta voi johtaa vääränlaisiin johtopäätöksiin hänen tulkitessaan oppilaan ymmärrystä (Bartell et al., 2013).

3.5.5 Toiminnallisuus ja oppilaan motivaatio

Motivaatiolla on tärkeä rooli oppimisessa, ja se lisää oppijan halua harjoitella ja kehittää taitojaan (Mononen et al., 2017). Lisäksi motivaatio vaikuttaa oppimisen syvällisyyteen (Halinen et al., 2016). Motivaatiota voidaan tarkastella esimerkiksi itsemääräämisteorian avulla. Kyseisessä teoriassa motivoitumisen ääripäät ovat ulkoinen motivaatio, joka johtuu täydellisestä motivoitumattomuudesta, ja sisäinen motivaatio, johon kuuluvia tunteita ovat pätevyys, yhteenkuuluvuus ja autonomia (Halinen et al., 2016; Ryan & Deci, 2017). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) arvopohjassa oppilaan oppimisen kannalta tärkeinä pidetään muun muassa oppilaan kokemuksia osallisuudesta ja vuorovaikutuksesta. Oppimiskäsitykseen liittyen puhutaan myönteisistä tunnekokemuksista, oppimisen ilosta, oppilaan kiinnostuksen kohteista sekä mahdollisuudesta luoda uutta jonkin toiminnan kautta motivaatiota ja oppimista ohjaavina tekijöinä. Oppilaan oma tahto, taito toimia ja oppia itsenäisesti ja yhdessä ovat oppimisprosessin tärkeitä tukipilareita. Lisäksi oppilas asettaa oppimiselleen tavoitteita oman minäkuvansa, pystyvyyden tunteen ja itsetuntonsa pohjalta (POPS, 2014).

Työtapojen merkitys oppilaan motivaation virittäjänä ja itsetuntemuksen vahvistamisen mahdollisuuksien tarjoamisessa on myös suuri (Halinen et al., 2016; Ryan & Deci, 2017). Monipuoliset työtavat antavat mahdollisuuksia onnistumisen kokemuksiin. Erityisesti toiminnalliset työtavat, eri aistien käyttö ja liikkuminen vaikuttavat myös oppilaan motivaatioon (POPS, 2014). Täten opetussuunnitelman perusteissa on otettu huomioon itsemääräämisteoriassakin tärkeitä sisäisen motivaation tekijöitä, jotta oppilaan oma tahto oppimiseen ja kehittymiseen olisi keskiössä. Matematiikan oppimisen kontekstissa voidaan tehdä helposti päätelmä, että mikäli oppilaalla ei ole alun perin minkäänlaista motivaatiota matematiikan opiskeluun, voidaan toiminnallisuudella vaikuttaa ulkoisen motivaation keinoin. Oppilas osallistuu tekemiseen, koska muutkin tekevät ja toiminnallisuuden oppilas voi kokea myös hauskana tekemisenä ja leikkimisenä, joka tuntuu helpommalta kuin tavallinen työskentely. Jos taas oppilaalla on sisäinen motivaatio oppimiseen, voidaan toiminnallisuudella lisätä niitä kokemuksia ja tunteita, jotka motivoivat oppilasta edelleen. Oppilaalle voidaan antaa sopivan haasteellisia tehtäviä, jotka lisäävät autonomian kokemuksia. Monosen ja kumppaneiden (2017) mukaan sisäisesti motivoitunut oppilas pyrkii matematiikan parempaan ymmärtämiseen ja hakeutuu oma-aloitteisesti sellaisten tehtävien, pelien ja leikkien pariin, joissa matemaattiset taidot harjaantuvat, kun taas ulkoisesti motivoitunut oppilas yrittää selvitä vähemmällä. Toisaalta ulkoista motivaatiota voi aiheuttaa liian haasteelliset tai liian helpot tehtävät. Ulkoinenkin motivaatio voi riittävien onnistumisen kokemusten kautta kääntyä sisäiseksi motivaatioksi (Mononen et al., 2017).

Motivaatiota voidaan tarkastella myös esimerkiksi tavoiteorientaatioteorian näkökulmasta (Halinen et al., 2016). Mikäli oppilaan toimintaa ohjaa aito halu oppia, on hän oppimisorientoitunut. Oppimisorientaatio näkyy ahkeruutena, kiinnostuksena uuden oppimiseen sekä sinnikkyytenä vaikealtakin tuntuvien tehtävien parissa. Jos oppilas haluaa menestyä ja näyttää hyvältä muiden silmissä, on hänen orientaationsa suorituskeskeinen. Suoritusorientaatio näkyy lahjakkaan ja älykkään mainetta tavoittelevassa asenteessa. Tällöin oppilas haluaa suoriutua muita paremmin, jolloin oppimisen ilo jää taka-alalle ja oppilas pelkää epäonnistumisia. Välttämisorientaatio puolestaan esiintyy oppilaalla, joka haluaa välttää haasteita. Kiinnostus koulutyöskentelyyn on vähäistä ja oppilaan päämääränä voi olla joko muita parempi suoriutuminen tai täydellinen suoriutumattomuus (Halinen et al., 2016; Mononen et al., 2017; Schunk, 2009). Tavoiteorientaatioiden valossa voidaan ajatella, että oppimisorientoitunut oppilas hyötyy monipuolisista toiminnallisista työtavoista, ja jaksaa työskennellä erilaisten tehtävien parissa kiinnostuneena. Suoriutumisorientoitunut voi kokea jotkin toiminnalliset työtavat ahdistaviksi, sillä niissä ei välttämättä ole selkeää ratkaisua kuten kirjan tehtävissä, joita tällainen oppilas saattaa tehdä pakonomaisesti yrittäen saada ratkaistua tehtävät mahdollisimman nopeasti. Välttämisorientoituneelle oppilaalle toiminnallisuus saattaa olla joko keino päästä pois pakollisten tehtävien parista tai vastenmieliseltä tuntuvaa ja liikaa keskittymistä vaativaa.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) matematiikan opetuksen tavoitteiksi on asetettu oppilaiden matematiikkaan kohdistuvan myönteisen asenteen sekä matematiikan oppijoina koetun positiivisen minäkuvan tukeminen. Matematiikan oppimisympäristöihin ja työtapoihin liittyvissä tavoitteissa mainitaan 1-2.luokilla oppilaita kiinnostavat ongelmat, matematiikan opiskelu toiminnallisesti ja välineitä käyttäen, vaihtelevat työtavat, itsenäinen ja yhdessä työskentely, pedagogisesti ohjatut leikit ja pelit sekä tieto- ja viestintäteknologian käyttö. 3-6. luokilla näihin tavoitteisiin lisätään, että oppilaiden on oltava mahdollista vaikuttaa siihen, millaisia työtapoja valitaan. (POPS, 2014). Oppilaille halutaan tarjota monipuolisia mahdollisuuksia matematiikan oppimiseen ja oppimisesta kiinnostumiseen.

Halisen ja kumppaneiden (2016) mukaan oppilaan minäkuva ja motivationaaliset uskomukset suuntaavat hänen toimintaansa joko tavoitteiden saavuttamiseksi tai niistä poispäin. Vuorovaikutuksella muiden ihmisten kanssa on olennainen rooli näiden uskomusten rakentumisessa, ja uskomusjärjestelmä muokkautuu jatkuvasti (Halinen et al., 2016). Siten sosiaalinen vuorovaikutus matematiikan oppimisessa vaikuttaa oppilaan minäkuvaan ja motivaatioon. Opettajalla on tärkeä rooli tukea oppilaan positiivisen minäkuvan kehittymistä. Halisen ja kumppaneiden (2016) mukaan opettajan odotukset vaikuttavat siihen, kuinka oppilas pystyy säilyttämään oppimismotivaationsa. Opettajan odotuksen oppilasta kohtaan voivat olla vähätteleviä tai toisaalta epärealistisia aiheuttaen oppilaalle paineita. Opettajan tulisi suhtautua jokaiseen oppilaaseen myönteisin ja realistisin odotuksin, jotta oppilaalla olisi mahdollisuus positiivisen minäkuvan kehittämiseen ja motivaation säilyttämiseen (Halinen et al., 2016).

Useissa tutkimuksissa on osoitettu, että toiminnalliset työtavat ja aidot kontekstit oppimisen tukena motivoivat oppilaita. Toiminnallisilla menetelmillä ja eheyttävällä opetuksella on mahdollista lisätä oppilaan autonomian, pystyvyyden ja yhteenkuuluvuuden tunteita oppimisessa (Ryan & Deci, 2017). Tässä tutkielmassa esille tulleet toiminnalliset työtavat ja menetelmät sekä niiden tarkoituksenmukainen käyttäminen pyrkivät juuri onnistumisen kokemuksiin ja oppimiselle turvallisen ilmapiirin luomiseen, kuten aiemmissa alaluvuissa selviää. Esimerkiksi usein hankalina pidetyt murtoluvut voivat muuttua oppilaalle kiinnostaviksi ja helpommin ymmärrettäviksi toiminnallisin keinoin. Gabrielin ja kumppaneiden (2012) tutkimuksessa on todettu, että toiminnallinen opetus lisäsi oppilaiden motivaatiota murtolukujen opetteluun. Toiminnallisuus sai aikaan oppilaiden aktiivisen osallistumisen oppimisprosessiin, ja lisäsi innokkuutta murtolukujen opettelua kohtaan (Gabriel et al., 2012). Clarken ja Rochen (2009) mukaan myös aidon kontekstin liittäminen matematiikan oppimiseen motivoi oppilaita ratkaisemaan tehtäviä intensiivisemmin. Kuitenkin on huomattava, että erilaisilla toiminnallisilla menetelmillä saattaa olla motivoiva vaikutus ainoastaan niiden uutuuden, erikoisuuden tai hauskuuden vuoksi, jolloin oppilaan motivaatio ei välttämättä kohdistu opeteltavaan matematiikan sisältöön (Mononen et al., 2017).

4 Menetelmät

Tämä tutkielma on lähestymistavaltaan laadullinen eli kvalitatiivinen. Laadullisesta tutkimuksesta puhuttaessa, on Tuomen ja Sarajärven (2018) mukaan huomattava, että jokainen opas tekee siitä oman tulkintansa, eikä siten voida ajatella, että eri lähteissä puhutaan edes samasta asiasta. Tässä tuodaan esille muutamia laadulliselle tutkimukselle ominaisia piirteitä eri lähteistä, joissa kuitenkin on samankaltainen näkökulma aiheeseen. Tutkielman selvittäessä opiskelijoiden käsityksiä, on tarkempi tutkimussuuntaus fenomenografinen. Tutkimuksen toteutus aineistonkeruineen ja analyysitapoineen kuvataan tässä luvussa kuten myös eettisyyteen ja luotettavuuteen kohdistuva tarkastelu.

4.1 Laadullinen tutkimus

Laadullinen tutkimus pyrkii Lichtmanin (2013) mukaan ymmärtämään tutkittavaa ilmiötä syvällisesti ja kiinnostuksen kohteena ovat ihmisten yksilölliset kokemukset. Todellisuus nähdään yksilön konstruoimana, jolloin ei ole yhtä ainutta totuutta (Lichtman, 2013; Newby, 2010). Laadullista tutkimusotetta käytetään, kun halutaan tutkia yksityiskohtaisia tapauksia ja yksittäisten ihmisten merkitysrakenteita (Metsämuuronen, 2008; Puusa & Juuti, 2011).

Laadullisen tutkimuksen lähtökohtia ovat Creswellin (2007) mukaan tutkijan oletukset, näkemykset ja mahdollisesti tehdyn teoreettisen työn antama pohja. Puusa ja Juuti (2011) tuovat esille laadullisen tutkimuksen yhdeksi keskeiseksi piirteeksi juuri korostaa tutkimuksessa saadun tiedon subjektiivista luonnetta. Tutkijan rooli on keskeinen. Tavoitteena laadullisessa tutkimuksessa on ymmärtää ja tehdä tulkintoja vuorovaikutuksen kautta (Lichtman, 2013). Tutkija ei siten jää objektiiviseen rooliin kuten kvantitatiivisessa tutkimuksessa, vaan vaikuttaa tutkimuksen jokaisessa vaiheessa lopputulokseen (Metsämuuronen, 2008). Lisäksi laadullisessa tutkimuksessa on tyypillistä yhdistää useampia erilaisia lähteitä tiedon muodostamiseksi (Newby, 2010; Creswell, 2007). Tässä tutkielmassa käytetään vain haastatteluaineistoa ja sen kanssa keskustelemaan aiemmin koottua teoreettista viitekehystä, mutta usein haastattelun tueksi kerätään myös havainnointia tai muita tuotoksia tutkittavilta, jotta saavutettaisiin parempi ymmärtäminen juuri heidän kokemustensa ja näkemystensä suhteen.

Creswell (2007) kuvailee laadullisen tutkimuksen tavoitteiksi saada tutkittavasta aiheesta yksityiskohtainen ymmärrys kuulemalla yksilöllisiä kertomuksia niin, että tutkijan ja tutkittavan välillä ei syntyisi valtasuhdetta, vaan tutkimukseen osallistuva voisi mahdollisimman vapaasti kertoa omista kokemuksistaan. Laadullinen tutkimus antaa mahdollisuuden kuulla tutkittavaa, ja tuoda tutkittavan äänen näkyviin myös tuloksissa (Creswell, 2007). Laadullista tutkimusta tehdessä suositaan luonnollisia, tutkittavalle tuttuja tai mielekkäitä ympäristöjä (Newby, 2010; Creswell, 2007). Tähän tutkimukseen osallistujat saivat itse valita haastatteluympäristön, jotta heillä olisi sen puolesta mahdollisuus esteettömästi ilmaista käsityksiään ja kertoa kokemuksistaan. Haastatteluympäristöksi valikoitui useimmiten se, missä kumpikin osapuoli pystyivät kohtaamaan pienimmällä vaivalla.

Laadullisen tutkimuksen menetelmät sopivat paremmin tiettyihin tutkimusaiheisiin, kuten yksilöllisiä käsityksiä ja kokemuksia koskeviin aiheisiin. Myös tässä tutkielmassa laadullinen tutkimus on sopiva vaihtoehto kvantitatiivisen eli määrällisen tutkimuksen sijaan, sillä kiinnostuksen kohteena ovat luokanopettajaopiskelijoiden erilaiset tavat käsittää tutkittavia ilmiöitä.

4.2 Fenomenografinen tutkimusote

Fenomenografia tutkimusotteena kuvaa todellisuutta ihmisten kokemana ja käsittämänä. Fenomenografisessa tutkimuksessa ei oleteta, että tutkittavasta aiheesta olisi olemassa tietty oikea käsitys vaan ollaan kiinnostuneita erilaisten käsitysten suhteista, eroavaisuuksista ja yhtäläisyyksistä, sekä niiden kuvaamisesta ja analysoimisesta (mm. Newby, 2010; Tight, 2015; Huusko & Paloniemi, 2006). Tutkittavaa ilmiötä koskeva tieto on siten sidottu subjektiin eli yksilöön, ja on siten suhteellista (Niikko, 2003). Huuskon ja Paloniemen (2006) mukaan tutkittavat käsitykset koskevat arkipäivän ilmiöitä, joita ymmärrämme erilaisilla tavoilla. Tämän tutkimussuuntauksen kohteena on jo alun perinkin Ference Martonin toimesta 1970-luvulla ollut selvittää erilaisia käsityksiä juuri oppimisesta (Huusko & Paloniemi, 2006; Metsämuuronen, 2008). Sen vuoksi se sopii myös tämän tutkielman tutkimusaiheeseen ja -kysymyksiin, kun pyritään selvittämään, millä tavalla maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijat käsittävät matematiikan toiminnallisen oppimisen, ja kuinka he käsittävät toiminnallisuuden ja matematiikan ymmärtävän oppimisen suhteen. Tarkoitus on etsiä käsityksissä ja ymmärtämisen tavoissa eroja ja yhtäläisyyksiä, toistuvia teemoja ja tulkita niitä.

Niikon (2003) mukaan fenomenografisessa tutkimuksessa tarkastelun kohteena on toisen asteen näkökulma, jossa painottuu toisen ihmisen tapa kokea ympäröivä maailma. Ensimmäisen asteen näkökulma on tutkijan suora kuvaus tutkittavasta aiheesta. Silloin tutkijan ajatellaan voivan kuvata niin sanotusti yleistä käsitystä todellisuudesta. Toisen asteen näkökulma kohdistuu ihmisten kokemuksiin ja heidän antamiinsa merkityssisältöihin todellisuutta koskien. Jotta tutkija pystyy toisen ihmisen käsityksiä ja kokemuksia tunnistamaan, on hänen sulkeistettava omat käsityksensä ja kokemuksensa. Fenomenografiassa nähdään arvokkaana juuri käsitysten, ymmärtämisen ja tulkinnan erilaiset yksilölliset tavat (Niikko, 2003).

Käsityksillä tarkoitetaan fenomenografiassa mielipidettä syvällisempää merkityksenantoprosessia, joka on suhteellinen ja rakentuu sosiaalisen vuorovaikutuksen kautta (Huusko & Paloniemi, 2006; Niikko, 2003). Käsitysten perustalla on yksilön kokemus. Kokemuksella tarkoitetaan fenomenografiassa yksilön sisäistä vuorovaikutussuhdetta todellisuuteen ja maailmaan. Jokainen ihminen on non-dualistisessa, sisäisessä suhteessa maailmaan, jolloin maailma on yksilölle samanaikaisesti todellinen ja koettu. Fenomenografiassa ollaan kiinnostuneita juuri yksilöllisesti koetuista todellisuuksista eli todellisuuden ilmiöitä koskevista käsityksistä. Yhteinen yksi todellisuus käsitetään ja koetaan yksilöllisesti sen mukaan, millä tavalla se yksilölle ilmenee (Huusko & Paloniemi, 2006; Niikko, 2003). Siten käsittämisen kohteena olevalla objektilla on Niikon (2003) mukaan tietty olemus ja merkitys yksilön ymmärtämänä ja kokemana. Yksilö kokee jonkin asian jollakin tapaa riippuen oman tietoisuutensa rakentumisesta. On huomattava, että kokemukset ovat tyhjentymättömiä eli kokemus tietystä asiasta rakentuu jatkuvasti aiemmin koetun päälle, eikä kokemuksen kuvaus tietyllä hetkellä ole täten lopullinen. Toisaalta myös käsityksen luonne on implisiittinen eli kokemukset ovat yksilön tajunnassa jatkuvasti, vaikkei tämä sitä tiedostaisikaan (Niikko, 2003).

Fenomenografisessa tutkimuksessa aineistoina voivat toimia esimerkiksi erilaiset haastattelut, kirjoitelmat, piirrokset ja havainnointi sekä näiden yhdistelmät (Huusko & Paloniemi, 2006; Tight, 2015). Kerättyä aineistoa tarkastellaan kokonaisuutena, josta on tarkoitus etsiä erilaisia ymmärtämisen tapoja laajasti, eikä vain keskittyä yksittäisten ilmaisujen piirteisiin. Haastattelua käytettäessä painotetaan dialogisuutta, ja tutkijan tulee rohkaista tutkittavaa reflektoimaan käsityksiään (Tight, 2015). Tavoitteena on, että tutkittava pystyisi ilmaisemaan käsityksiään mahdollisimman aidosti. Tätä varten esimerkiksi haastattelukysymysten tulee olla suhteellisen väljiä ja avoimia antaen tutkittavalle tilaa tuoda esiin se, mikä hänelle on merkityksellistä (Niikko, 2003).

4.3 Aineistonkeruu teemahaastattelulla

Tutkielmaa varten kerättiin aineistoa teemahaastattelulla. Haastattelu menetelmänä sopii tähän tutkielmaan, koska se korostaa Hirsjärven ja Hurmeen (2008) mukaan tutkittavan subjektiivista asemaa, ja mahdollisuutta ilmaista itseään koskevia asioita aktiivisena osapuolena. Haastattelu antaa myös mahdollisuuden selventää ja syventää vastauksia ja saatuja tietoja toisin kuin esimerkiksi kyselylomake (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Tiittula ja Ruusuvuori (2005) lisäävät, että tutkimushaastattelu asettaa haastateltavalle ja haastattelijalle aina erityiset roolit, sillä haastateltavalla on se tieto, josta haastattelija haluaa tietää. Tämän tiedon intressin vuoksi haastattelija kannustaa haastateltavaa kertomaan valittujen teemojen kautta omista näkemyksistään ja tekee keskustelussa aloitteita (Tiittula & Ruusuvuori, 2005). Tutkittavien tulkintoja ja heidän tutkittavalle ilmiölle antamiaan merkityksiä, jotka syntyvät vuorovaikutuksessa, voidaan huomioida käyttämällä teemahaastattelua (Eskola & Vastamäki, 2010; Hirsjärvi & Hurme, 2008).

Teemahaastattelu on keskustelunomainen, puolistrukturoitu haastattelutapa, jossa aihepiirit on etukäteen määritelty, mutta niiden muoto ja järjestys voivat muuttua haastattelusta toiseen (Eskola & Vastamäki, 2010; Hirsjärvi & Hurme, 2008). Teemahaastattelussa keskitytään tiettyihin teemoihin, joista tutkijalla on ennen haastatteluja selvillä oletettavasti tärkeitä ominaisuuksia. Tällaisen haastattelumenetelmän lähtökohtana on, että voidaan tutkia mitä tahansa yksilön kokemuksia ja ajatuksia (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Teemahaastattelulle ominaiset piirteet ovat samassa linjassa fenomenografisen tutkimusotteen kanssa, sillä myös teemahaastattelulla halutaan korostaa haastateltavan elämysmaailmaa.

Teemahaastattelussa tarkkojen kysymysten sijaan edetään keskeisten teemojen avulla, jotta haastateltavalla on mahdollisuus tuoda esille näkökulmiaan vapaammin. Haastattelun sisältö ja kysymysten asettelu muotoutuivat tutkijan kandidaatin tutkielman myötä saadun aiemman aiheesta olevan tiedon pohjalta. Puusa ja Juuti (2011) toteavat, että teemahaastatteluakin varten tutkijan tulee jo haastattelua valmistellessaan ymmärtää tutkimaansa ilmiötä hyvin. Tällöin teoria toimii aineistonkeruun perustana (Puusa & Juuti, 2011). Kysymysten muoto, laajuus ja järjestys mukautuivat haastatteluissa tilanteen mukaan, ja tarvittaessa esitin tarkentavia kysymyksiä haastateltavan tuottaman sisällön perusteella. Pilottihaastatteluiden osoittauduttua toimiviksi, käytettiin melko samanlaista runkoa myöhemmissä haastatteluissakin poistaen tutkimuskysymysteni kannalta epäolennaisen kysymyksen. Teemat ja kysymysten muoto hioutuivat pilottihaastattelujen jälkeen hieman. Hiominen ei muuttanut rakennetta olennaisesti, vaan pyrin saamaan haastattelurungosta haastateltavan kannalta johdonmukaisen. Kaikissa haastatteluissa käytiin haastateltavan kanssa läpi samat teemat, vaikka kysymykset eivät olleet täydellisen samanlaisia. Kysymysjärjestykseen vaikutti esimerkiksi haastateltavan puheessa esiinnousseet aiheet niin, että jos hän siirtyi yhdestä teemasta jo toiseen itse, käännettiin huomion siihen luontevasti. Tarvittaessa voitiin vielä palata askel taaksepäin, jos haastateltavasta tuntui, että hän halusi lisätä jotakin.

Hirsjärvi ja Hurme (2008) ovat koonneet teemahaastattelun tekoon ohjeita, joissa ei suositella tuttavan haastattelua. Kuitenkin ensimmäisiksi haastateltaviksi keväällä 2017 tässä tutkielmassa valikoitui kaksi luokanopettajaopiskelijaa, jotka tutkija tunsi aiemmin, ja jotka halusivat haastatteluun osallistua. Heitä pyydettiin osallistumaan haastatteluun kasvotusten nähdessä tai viestillä. Kaikkiin haastatteluihin pyydettiin lupa kirjallisesti. Aineistonkeruun myöhemmässä vaiheessa keväällä 2018 haastateltavia etsittiin myös tutkijan tuttavapiirin ulkopuolelta sosiaalisen median kautta. Haastateltavia haettiin sosiaalisen median ryhmistä, joissa on jäseninä maisterivaiheen (4. ja 5. vuoden) luokanopettajaopiskelijoita yhdestä suomalaisesta yliopistosta. Tällä tapaa tutkielmaa varten saatiin riittävä aineisto. Pyrkimyksenä aineistonkeruussa oli löytää erilaisia haastateltavia niin, ettei mukaan valikoituisi pelkästään erityisesti matematiikan opettamisesta ja oppimisesta kiinnostuneita tai toiminnalliseen oppimiseen laajemmin perehtyneitä opiskelijoita. Tähän osaltaan yritettiin vaikuttaa kertomalla ryhmään jaetussa ilmoituksessa, että haastateltavan ei tarvitse olla aiheeseen erityisesti perehtynyt.

Haastatteluja tehtiin yhteensä kuusi. Haastateltavista osa oli tutkijalle jossain määrin tuttuja opiskeluyhteyksistä ja osa täysin tuntemattomia. Joukossa oli viisi naista ja yksi mies. Tässä tutkielmassa sukupuolella ei ollut merkitystä. Tutkielman aineistoon saatiin sattumalta haastateltavia monipuolisesti luokanopettajakoulutuksen eri painotuksista. Heistä osa oli jo suorittanut maisterivaiheen koulutyöskentelyn eli luokanopettajakoulutuksen viimeisen harjoittelun, mikä osaltaan oli vaikuttanut käsityksiin kokemusten kautta. Haastattelussa kartoitettiin myös hieman heidän valitsemiaan sivuaineita, jotka oletettavasti vaikuttavat myös saatuihin kokemuksiin ja käsityksiin tutkittavista ilmiöistä. Haastattelut tapahtuivat kasvotusten käyttäen puhelimen ääninauhuria.

Haastatteluissa käytiin jokaisen kanssa läpi seuraavat teemat:

1. käsitys toiminnallisesta oppimisesta yleensä,
2. käsitys matematiikan toiminnallisesta oppimisesta,
3. käsityksiin vaikuttaneet tekijät ja kokemukset (omat kokemukset toiminnallisesta oppimisesta/opettamisesta, opinnot, harjoittelut, sijaisuudet),
4. käsitys toiminnallisuuden merkityksestä matematiikan ymmärtävälle oppimiselle sekä
5. ajatukset ja ideat toiminnallisuuden hyödyntämisestä tulevassa työssä.

Haastattelun alussa eriteltiin haastateltavan käsityksen toiminnallisesta oppimisesta yleisesti ja vasta sitten matematiikan osalta, jotta haastateltava joutuisi pohtimaan käsitystään hieman tarkemmin tai mahdollisesti pystyisi tiivistämään ydinkäsitystään toiminnallisesta oppimisesta. Haastatteluteemoista viimeinen toimi myös tässä haastateltavan mahdollisuutena lisätä ja syventää omista käsityksistään esille tuomia seikkoja. Haastateltavien haluttiin pohtivan, mitkä tekijät ovat olleet vaikuttamassa omien käsitysten syntymiseen ja ehkä myös muuttumiseen. Opiskelijoille kerrottiin, mitä matematiikan ymmärtävällä oppimisella tarkoitetaan tässä tutkielmassa, ja he ilmaisivat käsityksiään siitä, millä tavalla toiminnallisuus voi tukea kyseistä oppimista. Tällä teemalla oli tärkeä rooli auttaa haastateltavia pohtimaan, miksi toiminnallisuus tukee oppimista ja tukeeko toiminnallisuus oppimista ja ymmärtämistä automaattisesti.

4.4 Analyysin kuvaus

Analysoitaessa laadullisen tutkimuksen aineistoa voidaan valita esimerkiksi Tuomen ja Sarajärven (2018) kokoaman esityksen mukaan aineistolähtöinen, teoriaohjaava tai teoriasidonnainen tapa lähestyä aineistoa. Analyysimuoto valikoituu sen mukaan, kuinka ohjaava rooli teorialla on aineiston hankinnan, analyysin ja tulosten raportoinnin kannalta. Aineistolähtöinen analyysi tarkoittaa tutkimuksessa hankitun aineiston analysoimista ilman ennalta valittuja analyysiyksiköitä, ja aiemman tiedon ja teorioiden vaikutusta analyysin etenemiseen ja tutkimustuloksiin. Teorialähtöinen analyysi puolestaan nojaa juuri johonkin teoriaan, joka toimii analyysin kehyksenä, ja useimmiten sitä käytetään aiemman tiedon testaamiseen tietyssä kontekstissa. Näiden kahden tavan väliltä löytyy teoriaohjaava analyysitapa, jossa tunnistetaan aiemman teorian vaikutus analyysiprosessissa, mutta edetään aineiston ehdoilla ja analyysiyksiköt valitaan aineistosta johdettuina (Tuomi & Sarajärvi, 2018).

Tutkielman aineiston analyysi on teoriaohjaava, sillä teoreettista viitekehystä on rakennettu jo aiemmin kandidaatin tutkielmassa, ja sen pohjalta on kehitelty tämän tutkielman aineistonkeruuseen soveltuvan haastattelurunko. Vaikka aineistoa ei käytetä teoriapohjaisten olettamusten testaamiseen, niin aiempi teoria aiheeseen liittyen asetetaan keskustelemaan aineistosta löydettyjen aiheiden kanssa (Huusko & Paloniemi, 2006). Lopullinen teoreettinen viitekehys muotoutui aineiston analyysin myötä. Kuitenkin teoreettiset käsitteet tutkittavasta ilmiöstä tulevat aiemmasta teoriasta valmiina (Tuomi & Sarajärvi, 2018).

Jotta aineistosta ylipäätään voi julkaista tutkimustuloksia, on äänitetyt haastattelut ensin litteroitava eli purettava kirjoitetuksi tekstiksi (Nikander, 2010). Purkaessaan aineistoa tutkija tekee valintoja, kuinka tarkasti hän litteroi ja jättääkö hän esimerkiksi tutkimusongelman kannalta epäolennaisia osia litteroimatta. Nämä valinnat vaikuttavat aineistosta tehtäviin analyyttisiin väittämiin (Nikander, 2010). Tämän tutkielman aineiston litteroinnissa kirjoitettiin tarkasti haastateltavien puheen sana sanalta, mutta esimerkiksi tutkijan selkeyttäessä käsitettä *matematiikan ymmärtävä oppiminen*, kirjattiin vain ylös tiedon, että käsitettä selvennettiin haastateltavalle. Jokaisessa haastattelussa mukana oli tätä käsitettä avaava teksti, jonka avulla kerrottiin ymmärtävän oppimisen pääpiirteet haastateltaville samalla tavalla. Kuitenkin muilta osin myös tutkijan oma puhe litteroitiin tarkasti siitä syystä, että pystytään analysoimaan myös tutkijan ilmausten mahdollisia vaikutuksia haastateltavan esille nostamiin näkökulmiin. Kuten Nikander (2010) toteaa, litteraatiolla ei kuitenkaan tavoiteta todellista haastattelutilanteen puheen vivahteita täydellisesti. Se ei tällaisen tutkimusaiheen kannalta olekaan erityisen olennaista, koska tutkimus ei pureudu syvällisiin aiheisiin tai tunteisiin. Joka tapauksessa ylös kirjattiin, mikäli haastateltava ilmaisi jotakin erityisen painokkaasti, sillä ne saattoivat olla juuri hänen käsityksen tutkimisen kannalta sellaisia kohtia, joissa hän jäsensi ja tiivisti tärkeimmäksi kokemiaan seikkoja.

Haastateltavien nimet litteroidessa korvattiin tunnisteilla LO1-6 (luokanopettajaopiskelija). Litterointi tapahtui kuuntelemalla haastatteluäänitettä useaan kertaan ja tauottamalla sopivasti. Mitään erityistä litterointia helpottavaa ohjelmaa ei käytetty, vaan äänitteet kuunneltiin tietokoneen omalla äänentoisto-ohjelmalla. Haastattelut litteroitiin erillisiksi tekstitiedostoiksi, ja niistä löytyneistä teemoista tehtiin edelleen uusia tiedostoja, joista lopulta saatiin analyysiprosessin kautta kategoriat.

Haastatteluaineisto ei suoraan kerro vastauksia tutkimuskysymyksiin vaan aineistoa on luettava etsien vastauksia sellaisiin analyyttisiin kysymyksiin, joilla tutkija lopulta löytää tutkimuskysymyksiin vastauksia (Ruusuvuori, Nikander, & Hyvärinen, 2010). Nämä analyyttiset kysymykset valikoituivat tämän tutkielman aineistoa lukiessa yhä uudelleen. Esille nousseet merkitykselliset ilmaukset kertoivat vastauksen johonkin ja siten auttoivat valitsemaan sellaisia kysymyksiä, joilla oli mahdollista muodostaa vastauksista tietynlaisia kokonaisuuksia eli teemoja.

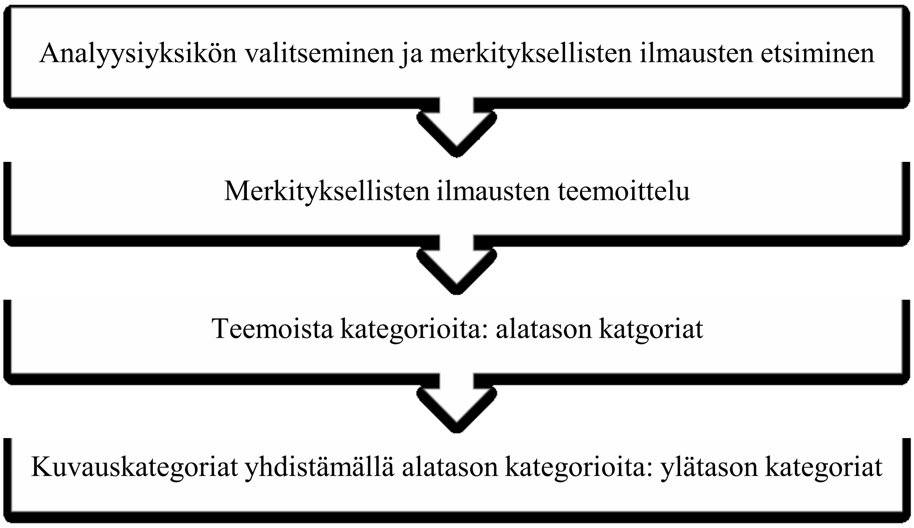
Fenomenografisen lähestymistavan myötä haastatteluaineiston analyysitavaksi valikoitui Niikon (2003) analyysimalli teoksesta Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Siinä esitelty analyysimalli soveltuu luontevasti tämän tutkielman aineiston käsittelyyn. Niikon (2003) mukaan fenomenografisen tutkimuksen analyysi ei ole menettelytavaltaan yksikäsitteinen. Analyysi on prosessi, jota tutkija tekee koko aineistonkeruun ajan. Tutkija keskustelee jatkuvasti aineiston kanssa reflektoiden tulkintaansa. Analyysissä hänen on pyrittävä sivuuttamaan omat esioletuksensa kuullakseen, mitä tutkittava haluaa kertoa (Niikko, 2003). Tämän tutkielman osalta analyysiprosessin esivaihe lähti käyntiin tutkijan mielessä jo haastattelujen jälkeen. Haastattelujen edetessä alkoi hahmottua tietynlaisia toistuvia teemoja. Tällainen alustava organisointi kuitenkin jalostuu analyysin edetessä (Niikko, 2003).

Analyysin ensimmäisessä vaiheessa aineistoa luetaan huolellisesti ja keskitytään sen sisältöön (Niikko, 2003). Tutkimusongelman kannalta merkityksellisiä ilmauksia voidaan etsiä erilaisista analyysiyksiköistä. Yksikkö voi olla sana tai toisaalta yksi puheenvuoro – jopa koko haastattelu (Niikko, 2003). Tämän tutkielman aineistossa analyysiyksikkö oli usein tietty sana tai sanapari tai lause. Tutkittava kuvasi usein käsitystään käyttäen toiminnallista oppimista kuvaavia sanoja, kuten konkreettisuus, välineet tai tekeminen/liikkuminen. Välillä merkityksellinen ilmaus oli kokonainen lause, johon tutkittava ikään kuin kokosi käsitystään.

Niikon (2003) analyysimallin mukaisesti toisessa vaiheessa ryhmitellään esiin nousevia merkityksellisiä ilmauksia. Täten muodostuu vertailun kautta erilaisia teemoja. Aineistosta etsitään sekä samankaltaisia että toisistaan poikkeavia ilmauksia. Myös harvinaisuudet eli yksittäistapauksina esiintyvät ilmaukset voivat olla tutkimuksen kannalta tärkeitä. Jokaiselle käsitysryhmälle määritetään kriteeri, jonka perusteella tietty ilmaus kuuluu ajatukselliseen kokonaisuuteen (Niikko, 2003). Teemojen merkitsemiseen käytettiin tiettyä värikoodia, jolloin kuhunkin teemaan viittaavat kohdat löytyivät helpommin. Toisaalta osa ilmauksista liittyi useampaan kuin yhteen teemaan, jolloin teemojen linkittyminen yhteen tuli näkyväksi, ja niistä alkoi muotoutua lopulliset kategoriat.

Olennaisten ilmausten ryhmittelyn jälkeen Niikon (2003) analyysimallissa määritellään alatason kategoriat. Aiemmassa vaiheessa saadut merkitysryhmät käännetään kategorioiksi tarkastelemalla niitä koko aineiston merkitysten joukossa. Kategoriat nimetään joko tutkittavien ilmauksien ydinmerkitysten termeillä eli abstrahoimalla, tai tutkija konstruoi itse aineiston perusteella sopivat kategoriat. Jokainen kategoria on suhteessa käsiteltävään ilmiöön kuvaten tiettyä tapaa käsittää se. Kategorioilla tulee olla niiden sisällön perusteella määritellyt rajat. Näin kukin kategoria tuo esille erilaisen näkökulman ilmiön käsittämisen tapoihin (Niikko, 2003). Tässä tutkielmassa kategoriat muodostuivat konstruoimalla erilaisia käsittämisen tapoja tai näkökulmia käsitettävästä ilmiöstä.

Tutkimuksesta saatavien tulosten laadun parantamiseksi Niikko (2003) lisää analyysiprosessin neljänneksi vaiheeksi alatason kategorioita teoreettisista lähtökohdista käsin yhdistelevän kuvauskategorioiden muodostamisen. Käsitysten keskeiset merkitykset ovat kuvauskategorioissa edustettuina. Niissä tiivistyy tutkijan tulkinta tutkittavien käsityksistä. Lopuksi muodostuneet kuvauskategoriat nimetään ja niistä saadaan joko horisontaalinen, vertikaalinen tai hierarkkinen kuvauskategoriasysteemi. Horisontaalisessa systeemissä luokat ovat samanarvoisia kun taas vertikaalisessa systeemissä luokille voidaan muodostaa keskinäinen tärkeys- tai yleisyyttä kuvaava järjestys. Hierarkkinen systeemi sopii tilanteessa, jossa käsitysten välillä on selvästi eriasteista kehittyneisyyttä sisällön ja rakenteen osalta (Niikko, 2003). Tämän tutkielman aineiston analyysin kuvauskategoriasysteemi on horisontaalinen, eli kategoriat on muodostettu niin, että ne kertovat eri näkökulmia aiheesta, eikä niitä voi asettaa esimerkiksi tärkeysjärjestykseen.



Kuvio 2. Analyysiprosessin malli mukaillen Niikkoa (2003).

Edellä on kuvattu analyysiprosessin tärkeimmät vaiheet aineiston litteroinnin ja tarkan lukemisen jälkeen. Kuten aiemmin tuli esille, voidaan vaiheissa palata edelliseen aina tarpeen mukaan. Tämän tutkielman analyysissä merkitykselliset ilmaukset saattoivat hakea paikkaa erilaisista teemoista, ja teemat saattoivat mukautua prosessin edetessä ja selkeytyessä. Seuraavaksi esitellään taulukossa esimerkki haastateltavien ilmausten sijoittumisesta analyysin kautta alakategorioihin ja niistä yhdistettyinä muodostuneista kuvauskategorioista. Taulukossa on vain muutama kohta antamassa suuntaa analyysistä.

Taulukko 1. Esimerkki kategorioiden muodostumisesta.

Esimerkki-ilmaus	Alakategoriat	Kuvauskategoria
”Siis tietenki kaikki kaupalliset välineet, että niitähän on niinkö tosi monenlaisia, mutta sitte… kaikki tommoset niinkö yksinkertaset, mitä sää voit siis tehä ite maalarinteipistä ja paperista lattialle, ja sitte tietenki nää älytaulujutut...” (LO3)	Välineet ja pelit	Matematiikan toiminnallinen oppiminen oppilaan aktiivisena työskentelynä ja merkitysten ra
”Että joko pääsee liikkumaan ympäristössä tai sitten tuota tekemään käsillä jotain. Semmosta fyysistä liikettä, periaatteessa.” (LO6)	Fyysinen tekeminen	
”… tehhään ryhmätyönäki jotaki sillai niinku yhteisesti.” (LO2)	Pari- ja ryhmätyöskentely	
”…liikunnassa tosi paljon niitä toiminnallisia juttuja, joita voi toki tuua sitte sinne matikan luokkaanki…” (LO5)	Eri oppiaineiden integroiminen matematiikkaan	Matematiikan toiminnallinen oppiminen eheyttävänä ja oppimisympäristöä laajentavana oppimisena
”… matikan tunnit, neki voi viiä niinku ulos ja, sitte jonneki liikuntasaliin tai jottai , jos… ja niinku…se on vähä niinku vaan mielikuvitus pitäs olla rajana. Että sitte, että sais ite vähä niinku murrettua niitä omia niinku muureja, että niinku minkälaista pitäs olla ja yrittää niinku kehittää sitä.” (LO1)	Oppimisympäristöjen laajentaminen	
Jne…		

4.5 Eettisyys ja luotettavuus

Laadullisen tutkimuksen eettisyys koostuu useasta osasta. Yleisesti käytettyjä periaatteita ovat muun muassa ajatus siitä, ettei tutkittaville aiheuteta minkäänlaista vahinkoa, heidän anonymiteettinsä säilytetään, tutkija takaa tutkittavalle luottamuksellisen tietojen säilyttämisen, tutkittavalle selvitetään, mistä tutkimuksessa on kyse ja hän itse päättää, haluaako osallistua (Lichtman, 2013; Newby, 2010; Creswell, 2007).

Tässä tutkielmassa aihe on melko neutraali, eikä sen käsitteleminen haastatteluissa tai tulosten julkaisussa luultavasti aiheuta tutkittaville vahinkoa. Tutkimuksesta ei saa käydä ilmi, kenestä on kyse ja osallistujalta saatua aineistoa tulee käsitellä luottamuksellisesti kaikissa vaiheissa (Lichtman, 2013; Newby, 2010). Haastatteluita tehdessä haastateltaville luvattiin anonymiteetti. Myös tulosten kirjoittamisessa pidettiin huoli, ettei niistä voi saada selville, kuka haastateltava on ollut. Lisäksi luottamuksellisuus taattiin haastateltaville, ja heille selvitettiin, millaiseen tutkimukseen he ovat osallistumassa, sekä mihin tuloksia käytetään. Näiden lisäksi pyydettiin kirjallinen lupa haastatteluun. Lupa-anomuksessa (ks. liite) kerrottiin, että aineistoa käytetään ainoastaan tähän tutkimukseen, jonka jälkeen se hävitetään.

Lisäksi eettisyyteen liittyy tutkijan ja tutkittavan välisen suhteen läheisyys. Suhteen tulee olla sellainen, että tutkittava pystyy luottamaan tutkijaan, mutta kuitenkin on vältettävä ystävyyssuhdetta haastattelutilanteessa (Lichtman, 2013). Haastateltavat tässä tutkielmassa olivat osittain tutkijalle tuttuja. Ystävyys tai tuttavuus haastateltavien kanssa tällaisessa aiheessa ei kuitenkaan luultavasti vaikuttanut haastatteluaineiston sisältöön. Haastateltavien kanssa ei ole erityisemmin puhuttu aiheen teoreettisesta taustasta eikä tutkija ole ilmaissut omia käsityksiään välttääkseen vaikuttamasta haastateltavan ilmauksiin. Haastateltaville on ainoastaan kerrottu etukäteen, mistä aiheesta aiempi kandidaatin tutkielma on tehty, ja että on tutkittu toiminnallisen ja ymmärtävän oppimisen yhteyttä. Haastateltavilla oli vapaus päättää, milloin ja missä he haluavat osallistua haastatteluun eli liiallista tunkeilevuutta vältettiin. Tuttavien haastattelussa voidaan myös pohtia, osallistuivatko he tutkimukseen esimerkiksi velvollisuuden tunteesta eli halusivatko he auttaa tutkijaa saamaan aineistoa. Toisaalta, tällaisen tilanteen välttäminenkin on vaikeaa, koska haastateltavia etsittiin yleisellä ryhmäilmoituksella (lukuun ottamatta aineiston keruun alkuvaiheen kahta pilottihaastattelua).

Eettisiä ongelmia voi aiheuttaa myös tutkijan epäasiallinen tai liian voimakas reagointi haastattelutilanteessa (Lichtman, 2013). Hirsjärven ja Hurmeen (2008) mukaan tutkijalta oletetaan haastattelutilanteessa neutraaliutta. Tämän tutkielman aihe ei herätä kovin voimakkaita tunteita, ja tutkija pyrki antamaan aina minimipalautteen, jotta ei vaikuttaisi siihen, mitä asioita tutkittava tuo esille ja mitä jättää ilmaisematta tutkijan reaktioiden takia. Ruusuvuoren ja Tiittulan (2005) mukaan minimipalautteen tarkoitus on esimerkiksi osoittaa haastateltavalle, että tutkija kuuntelee ja haluaa kuulla lisää. Toisaalta minimipalautteella voidaan myös näyttää, että tietyn asian käsittely voi päättyä. Se on hienovarainen ja neutraali tapa vastata haastateltavan esille tuomiin asioihin (Ruusuvuori & Tiittula, 2005).

Aineistoa analysoidessa ja tulkitessa tulee välttää vääränlaisia ja liioiteltuja tulkintoja, sekä perusteltava tulkinnat niin, että niiden uskottavuutta pystytään arvioimaan (Lichtman, 2013). Tutkijan tulee pyrkiä tarkastelemaan aineistoa tutkittavan näkökulmasta jättäen omat näkemyksensä, uskomuksensa ja hankkimansa teoreettinen tieto sivuun (Niikko, 2003). Tutkijan oma kiinnostus matematiikan toiminnallista oppimista kohtaan ja omat näkemykset siitä tuli ottaa huomioon tämän tutkielman aineistoa tarkastellessa, jotta tutkittavien ilmaisuja ja käsityksiä ei tulkittaisi väärin.

Laadullisen tutkimus ei tavoittele yleistettävää tietoa, vaan luotettavuuteen vaikuttaa olennaisesti valittujen menetelmien kuvaus ja jäljitettävyys (Aaltio & Puusa, 2011). Luotettavuutta arvioidessa tarkastellaan muun muassa kuinka hyvin se paljastaa tutkittavien käsityksiä, tuoko tutkija esille tietoisuutensa siitä, että hän on vaikuttanut aineistoon ja sen tulkintaan ja tuloksiin, ja kuinka tutkija perustelee tulkintojaan eli kuinka uskottavia ne ovat (Hirsjärvi & Hurme, 2008; Aaltio & Puusa, 2011). Nämä vastaavat yleisesti tutkimuksen validiutta. Reliaabeliutta laadullisessa tutkimuksessa vastaa puolestaan se, onko tutkija muun muassa tehnyt analyysistaan luotettavaa eli onko hän huomioinut kaiken käytettävissä olleen aineiston ja litteroinut sen oikein (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Ruusuvuori, Nikander ja Hyvärinen (2010) lisäävät, että tähän tutkija voi vaikuttaa myös käsittelemällä aineiston analyysin mahdollisia rajoituksia. Analysoidessa aineistoa ei tutkija pysty välttämättä täysin objektiivisesti tekemään tulkintoja, sillä hänen ajatuksiaan ja tiedonhankintaansa ohjaa jonkinlainen esiymmärrys aiheesta (Aaltio & Puusa, 2011).

Laadullisen tutkimuksen luotettavuutta voidaan osaltaan lisätä triangulaation avulla eli käyttämällä useita eri lähteitä niin metodeissa, teorioissa kuin aineistoissa (Tuomi & Sarajärvi, 2018; Hirsjärvi & Hurme, 2008). Tässä tutkielmassa on pyritty käyttämään teoreettiseen perusteluun aina useampia lähteitä, mutta erilaisia näkökulmia ei välttämättä ole saatu riittävästi kaikkiin käsiteltyihin asioihin. Aineisto koostuu kuudesta haastattelusta, joten aineiston osalta triangulaatio jää vajaaksi, jos ajatellaan, että aineiston pitäisi koostua monipuolisesti erilaisista tuotoksista. Aaltion ja Puusan (2011) mukaan aineisto voidaan katsoa riittäväksi siinä vaiheessa, kun tutkija huomaa, ettei aineistonkeruu enää tuota uutta merkittävää tietoa. Silloin aineisto riittää tuomaan esille sen, mitä tutkittavasta ilmiöstä on kunkin tutkimuksen puitteissa mahdollista löytää (Aaltio & Puusa, 2011).

Haastattelu menetelmänä tuo mukanaan monenlaisia virhelähteitä (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Haastattelijan lisäksi virheitä voi aiheutua haastateltavasta, jolla esimerkiksi voi olla taipumus vastata haastattelukysymyksiin tavalla, jonka hän arvelee olevan suotavaa, eikä rehellisesti oman näkemyksensä mukaan (Hirsjärvi & Hurme, 2008). Lisäksi haastattelu eroaa arkikeskustelusta, eikä ole tilanteena niin luonnollinen, että siinä kerätty aineisto voi täydellisesti vastata todellisuutta. Tähän ei toki välttämättä aina voi tutkijana vaikuttaa, mutta esimerkiksi pohtimalla haastattelukysymysten muotona ja sisältöä, sekä keskustelua ohjaavien lisäkysymysten muotoilua, voidaan pyrkiä saamaan paremmin todellisia käsityksiä vastaavia vastauksia. Jokaisen haastattelun alussa nostettiin esille, että kiinnostuksen kohteena ovat juuri haastateltavan omat käsitykset, eikä hänen ole syytä miettiä, millainen käsitys näistä aiheista on muilla. Haastattelussa käytetyt kysymykset saattoivat vaikuttaa luotettavuuteen, vaikka ne yritettiin pitää mahdollisimman avoimina niin, ettei niillä tavoiteltaisi tietynlaisia vastauksia.

Fenomenografisessa tutkimuksessa, jossa tutkija tulkitsee aineistoa hyvin subjektiivisesti, on luotettavuutta tarkasteltava siitä näkökulmasta, onko tulkinta aineistolle uskollinen eli voidaanko jokainen yksittäinen haastattelu sisällyttää muodostettuun kategoriajärjestelmään (Huusko & Paloniemi, 2006). Fenomenografisissa tutkimuksissa analyysiprosessin kuvaaminen läpinäkyvästi voi olla ongelmallista, jolloin kategorioiden muodostumisen perusteet eivät välttämättä selviä lukijalle. Kategoriat tulee myös työstää huolellisesti ja tuoda esille niiden keskinäiset suhteet. Lukijalle on myös annettava mahdollisuus tehdä tutkimuksesta oma tulkintansa. Tämän vuoksi tutkimusprosessin yksityiskohtainen kuvaaminen ja lainaukset aineistosta sekä teorian ja empirian välisen suhteen pohtiminen lisäävät luotettavuutta (Huusko & Paloniemi, 2006).

Niikko (2003) huomauttaa, että tutkittaessa käsityksiä, yksilö harvoin ilmaisee tutkimustilanteessa käsitystään kokonaisuudessaan tai täydellisessä muodossa. Usein ilmaisussa korostuu jokin käsityksen osa-alue. Näin ollen voidaan olettaa, että luokanopettajaopiskelijoita haastatellessa, heidän käsityksistään tuli ilmi vain osa, tai he eivät kyenneet tilanteessa ilmaisemaan käsityksiään täydellisesti. Tähän voi olla syynä esimerkiksi kysymyksenasettelu, haastattelutilanne tai haastattelijan toiminta.

5 Tulokset

Tämän tutkielman tulokset johdetaan aineistosta tehdyn analyysin perusteella. Analyysi oli teoriaohjaava, joten myös tutkielman teoreettinen viitekehys on vaikuttanut osittain tutkijan tekemiin valintoihin aineistoa analysoidessa ja siten se on vaikuttanut myös saatuihin tuloksiin. Aiemmassa luvussa kuvattu analyysi tuotti aineistosta erilaisia kategorioita, jotka kuvaavat käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta ja sen yhteydestä matematiikan ymmärtävään oppimiseen. Lisäksi yhtenä tuloksien osana on opiskelijoiden käsityksiin vaikuttaneet tekijät. Tulokset esitellään tutkimuskysymysten määrittämässä järjestyksessä.

5.1 Käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta

Ensimmäinen tutkimuskysymys koskee maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijoiden käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta. Tutkimukseen osallistuneet opiskelijat kertoivat haastattelussa, mitä heidän käsityksensä mukaan on toiminnallinen oppiminen ja mitä se on erityisesti matematiikassa. Käsitykset matematiikan toiminnallisesta oppimisesta koostuivat monelta osin samankaltaisista elementeistä, ja toisaalta niistä näkyi jokaisen persoonallinen tapa käsittää ilmiötä pohjautuen esimerkiksi aiempiin kokemuksiin toiminnallisesta oppimisesta. Analyysin kautta muodostuneet kategoriat kuvaavat käsityksiä erilaisista aineistosta esiin nousseista näkökulmista.

Ensimmäisenä kategoriana on *matematiikan toiminnallinen oppiminen oppilaan aktiivisena työskentelynä ja merkitysten rakentamisena*. Tämä kategoria sisältää useampia alakategorioita, jotka muodostuivat aineistosta löytyneistä toistuvista teemoista. Matematiikan toiminnallinen oppiminen käsitettiin toiminnallisten välineiden ja pelien käyttönä, fyysisenä tekemisenä sekä pari- ja ryhmätyöskentelynä. Olennaista oli, että oppilaalla on aktiivinen rooli, ja aktiivisuus näkyy monella tasolla.

Välineiden ja pelien käyttämiseen kuului käsitysten mukaan perinteiset kaupalliset välineet (esim. kymmenjärjestelmävälineet, murtokakut), oppimispelit (tutkijan tulkitsemana esim. lauta-, kortti- ja noppapelit), itse tehdyt tai muut konkreettiset välineet, joita ei ole välttämättä alun perin tarkoitettu matematiikan oppimisen tueksi (esim. teipillä lattiaan tehdyt janat ja neliöt, teknisen käsitöissä tehdyt geometriset kappaleet, muoviset eläinlelut, pikkuautot), digitaaliset materiaalit ja pelit (esim. tietokoneilla, älytaululla ja tableteilla pelattavat), sekä ohjelmointi (tutkijan tulkitsemana esim. tietokoneella, roboteilla ja liikuntaleikeissä toimintaohjeita käyttäen).

> ”… toiminnallisesti havainnoida kahen kertotaulua vaikka joillain pikkuautoilla…” (LO4)
>
> ”Siis tietenki kaikki kaupalliset välineet, että niitähän on niinkö tosi monenlaisia, mutta sitte… kaikki tommoset niinkö yksinkertaset, mitä sää voit siis tehä ite maalarinteipistä ja paperista lattialle, ja sitte tietenki nää älytaulujutut...” (LO3)
>
> ”…esimerkiks semmonen ansakenttäpeli tehtiin jossaki… Vähä niinkö muitten ohjeitten perusteella, tai sitte muistin kautta niinku selvittää niitä.” (LO6)

Fyysisellä tekemisellä tarkoitettiin tekemistä käsillä tai keholla (esim. toiminnallisten välineiden avulla geometrinen hahmottaminen ja kappaleiden siirtäminen, käsityöt, joissa tarvitaan matemaattisia taitoja), leikkien, liikkuen luokassa tai muussa ympäristössä ja ulkona (esim. lukujanan ja laskutoimituksien havainnollistaminen, lukujen suhteiden hahmottaminen). Edellisissä esimerkki-ilmauksissakin tuli esille tämä näkökulma.

Pari- tai ryhmätyöskentelyä koskevat ilmaukset liittyivät ongelmanratkaisutyyliseen työskentelyyn, jossa hyödynnetään yhteistoiminnallisuutta. Eräs maininta tuli tätä koskien siitä, että tilastojen ja diagrammien opettelussa voi toteuttaa oppilaiden kanssa pieniä tutkimuksia ja kartoittaa erilaisia ilmiöitä pienessä populaatiossa kuten oman luokan kesken. Tähän kategoriaan sijoitettiin myös käytäväsuunnistus (tai miksi ei ulkonakin tapahtuva), jossa oppilaat kiertävät esimerkiksi pienissä ryhmissä rastilta toiselle ratkaisten samalla ongelmia ja saaden sitä kautta lisävihjeitä. Kyseinen esimerkki voisi kuulua myös osittain eheyttävään näkökulmaan, mutta se sopii hyvin aktiivisen työskentelyn kategoriaan yhdistäen liikkeen, ryhmätyöskentelyn ja ongelmanratkaisun.

Yhtä lukuun ottamatta kaikki opiskelijat toivat esille esimerkkejä siitä, mitä toiminnallinen oppiminen puolestaan ei ole. Toiminnallisen matematiikan oppimisen nähtiin poikkeavan niin sanotusta perinteisestä matematiikan opetuksesta, jossa oppimiseen pyritään matematiikan kirjan tehtäviä tekemällä ja opettajan opetusta seuraamalla sekä tiedon prosessointia ainoastaan päässä. Oppimisen sijaan alettiin puhua opetuksen seuraamisesta ja oppikirjan täyttämisestä. Tähän lisättiin vielä usein pulpetissa istuminen tai ainakin puheesta pystyi tulkitsemaan, että tällaisessa menetelmässä oppilas yleensä istuu hiljaa paikallaan, ja hänen pitää yrittää pärjätä yksin yhteisen opetustuokion antamilla tiedoilla. Tietysti yleensä opettaja silti kiertää jokaisen oppilaan luona katsomassa, miten tehtävien tekeminen sujuu, mutta oletus saattaa olla, että juuri opettajajohtoisesti käsitellyn asian pitäisi olla selvä.

”…on se niinku aika tärkeetä rikkoo semmonen tietty ajatus tavallaan, mikä on silleen niinku, että no matikan tunnilla nyt ollaan ja niinku vähä niinku voijaan tehä jottai yhessä ja näin, ja mutta että istutaan jossain pulpetissa…” (LO1)

”…että sää et ihan pelkästään vaan päässä prosessoi ja mieti asioita oman mielen sisällä…” (LO2)

Käsityksistä löytyi myös huomioita siitä, että esimerkiksi toiminnallisen välineen tuominen oppimistilanteeseen tai näennäinen toiminnallinen puuhastelu eivät välttämättä ole lainkaan toiminnallista oppimista. Sen vuoksi kategorian nimeen lisättiin toivottu oppiminen, jota tavoitellaan, pelkän oppimisen sijaan. Seuraavassa esimerkissä, lapsi voi oppia piirtämään harjoittelun kautta yhä sujuvammin oikeannäköisiä numeroita, mutta voidaan kyseenalaistaa, onko hyödyllistä aloittaa lukujen opettelu tällä tavalla.

” … monesti niinku esikoulun kirjat alkaa tavallaan siitä, että piirretään ykkönen, piirretään kakkonen, mut jos se ois just tavallaan niinku ei toiminnallista. Ekaks pitäis tutkia, että mitä se ykkönen tarkottaa, mitä se symboloi. Että jos on vaikka yksi esine, kaksi esinettä… Miten se niinkun… Mahollisimman monipuolisesti lähtee tutkimaan. Sitten voi kans esimerkiksi niinkun kävellä vaikka niinku lattiaan laitetulla teipillä numeroita, ja kävellä niitä niinku konkreettisesti ympäri, keholla muodostaa erilaisia numeroita…” (LO4)

Matematiikan toiminnallinen oppiminen käsitettiin lisäksi *eheyttävänä ja oppimisympäristöä laajentavana oppimisena*, mikä muodosti toisen kategorian. Haastateltavien käsityksissä tuli esille matematiikan integroiminen muihin oppiaineisiin eli eheyttäminen. Erityisesti liikunta mainittiin monta kertaa hyödyllisenä ja helppona väylänä toiminnallistaa matematiikan oppiminen. Liikunta koettiin mahdollisuutena esimerkiksi harjoitella ongelmanratkaisua, muistamista, laskemista sekä toisaalta liikuntatuokioina työskentelyn lomassa tauottamassa ja tukemassa kognitiivisia toimintoja. Liikunnan lisäksi löytyi esimerkkejä kuvataiteeseen, käsitöihin ja ympäristöoppiin (ja fysiikkaan sekä kemiaan) liittyen. Toiminnallista oppimista hyödynnettäessä matematiikkaa voi opiskelijoiden käsitysten mukaan oppia myös luokkahuoneen ulkopuolella erilaisissa ympäristöissä ja ulkona. Siten myös matematiikan oppimisympäristöjä voidaan laajentaa, eikä matematiikan tarvitse olla pelkästään pulpetissa istumista matematiikan oppikirjan tehtäviä tehden.

”… konkreettisesti menis ulos, ja siinä pystyy myös nuita niinku lukujen suheita harjottelemaan, et niinku ottas konkreettisesti niinku jossain tietyssä mittakaavassa sen aurinkokuntamallin ja sitte oppilaat kävis asettaan sen johonki tiettyyn oikeaan paikkaan sen planeetan.” (LO6)

”… matikan tunnit, neki voi viiä niinku ulos ja, sitte jonneki liikuntasaliin tai jottai , jos… ja niinku…se on vähä niinku vaan mielikuvitus pitäs olla rajana. Että sitte, että sais ite vähä niinku murrettua niitä omia niinku muureja, että niinku minkälaista pitäs olla ja yrittää niinku kehittää sitä.” (LO1)

Opiskelijoiden ilmauksissa eheyttävään, oppiainerajat ylittävään oppimiseen liittyen näkyi avoimuus eri oppiaineiden integroimiseen. Vaikka he eivät luetelleet jokaista oppiainetta, joka matematiikkaan voidaan integroida, eivät he rajoittaneet mahdollisuutta vain tiettyihin oppiaineisiin. Pikemminkin näkyi ajatus, että vain mielikuvitus on rajana.

”Joo, siis matikkaahan voi olla ihan missä vaan.” (LO5)

”Matikkaa… Ku sitä on vähän niinkun kaikkialla, niin.. ympärillä.” (LO4)

5.2 Käsityksiä matematiikan toiminnallisen oppimisen merkityksestä ymmärtävälle oppimiselle

Käsitykset matematiikan ymmärtävän oppimisen ja toiminnallisen oppimisen yhteyksistä osoittautuivat aineiston perusteella myös melko samansuuntaisiksi haastateltavien välillä. Tähän tutkimuskysymykseen liittyen muodostui yhdeksi kategoriaksi *matematiikan toiminnallinen oppiminen paremman ymmärtämisen tukena.* Luokanopettajaopiskelijat käsittivät toiminnallisen oppimisen ja ymmärtävän oppimisen olevan matematiikassa vahvasti sidoksissa toisiinsa niin, että toiminnallisuudella katsottiin olevan päämääränä nimenomaan parempi ymmärrys matematiikasta. Osa haastateltavista piti matematiikan toiminnallista ja ymmärtävää oppimista jopa lähes samaa tarkoittavina termeinä, joita on vaikea ajatella toisistaan erillisinä.

”… syvällinen ymmärrys seuraa tavallaan niinkun tätä toiminnallista oppimista. Jotenki, että kun sä niinku teet konkreettisesti asioita ja niinkun oikeasti pohdit niitä, niin mun mielestä se niinkun automaattisesti sä niinku opit ne paremmin, niinkun tajuat ne.” (LO4)

Matematiikan toiminnallisella oppimisella ajateltiin olevan vahva merkitys ymmärtävään oppimiseen monesta eri syystä. Alakategorioiden muodossa näitä syitä olivat konkreettisuus ja arkeen liittäminen sekä matematiikan oppimiseen kohdistuva motivaatio, jonka kautta oppilaalla on paremmat edellytykset myös ymmärtää syvällisemmin. Toiminnallisuudella koettiin olevan mahdollisuus konkretisoida matematiikan sisältöjä niin, että oppilaan on helpompaa ymmärtää, mistä on kysymys, ja miten esimerkiksi tietty laskutoimitus konkreettisesti tapahtuu. Konkreettisuus oli opiskelijoiden ilmauksissa merkittävin piirre ymmärtämisen tukemisessa. Toiminnallisuudella nähtiin olevan mahdollista konkretisoida oppilaalle matematiikan aiheita monella tapaa. Toiminnalliset välineet ja työtavat antavat oppilaalle mahdollisuuden aistia matematiikan opeteltavia aiheita esimerkiksi katsomalla, kuulemalla, koskemalla ja tunnustelemalla, liikuttamalla ja liikkumalla. Eri aistien käyttäminen oppimisessa auttaa erilaisia oppijoita hahmottamaan matematiikan sisältöjä ja myös muistamaan opittavia asioita paremmin.

> ” Joo kyl mää niinku ajattelen, että kyllä ne niinku ymmärsi ne sitte tavallaan paremmin ja siis just silleen niinku syvällisemmin, koska siellä ihan niinku konkreettisesti… Että no esim. kertotaulussa, että mitä se tarkottaa, että joku kertaa joku.” (LO1)

> ”… et jos sää oikeesti käsittelet sitä asiaa vähä monipuolisemmin, että sää teet sitä ajatustyötä, … sää saat myös vähä niinku kokemuksia jopa siitä, niinku semmosta omakohtasempaa käsitystä siihen tehtävään asiaan, niin kyllä joo uskon, että se paljonki tukee sitä… Siis ainaki semmosille, joille se on niinku vaikeeta, nii semmosille se on varmasti tosi tärkeetä, että on niitä muitaki väyliä ku vaan se perusjuttu…Nii… On se varmasti ihan kaikille.” (LO2)

Toiminnallisten työtapojen kautta asia voi avautua aivan eri tavalla kuin kirjan tehtäviä tekemällä, sillä opittavaa asiaa on helpompi havainnollistaa. Monessa haastattelussa esille nostettiin geometria ja murtoluvut (yhdessä lukujen suhteet), joita on usein vaikea hahmottaa ja käsittää ilman konkreettisia välineitä ja toiminnallisia työtapoja.

> ”No jos esimerkiksi vaikka aattelee murtolukuja, niin kuinka niinkö hankala se on niinku käsittää, jos sää et yhtään tajua, että mistä siinä murtoluvuissa on niinku kysymys... Nii sitte siitä siirtyä prosenttehin ja niin poispäin, jos sää oot edelleen niinkö ihan pihalla, et sää et pysty sitte niitä kahta juttua etes niinkö soveltaan, että niinkö aina tavallaan, että… Periaatteessa se ymmärtäminen on siellä niinkö paljon tärkeämpää entä kö se, että sää ossaat mekaanisesti toteuttaa jonku tietyn laskukaavan...” (LO3)

> ”…semmonen puusta valmistettu iso kehikko, mikä kuvas vissiin 10000:a sitte. Niinku että se on semmonen tosi iso. Niin.. no se on tavallaan semmonen niinku aika vaikuttava jopa, ku se on niin iso juttu. Ja sitte.. se kuitenki auttaa niinku jotenki suhteuttamaan niitä määriä toisiinsa. Et jotaki tommosia, mitkä niinku oikeesti havainnollistaa joitaki asioita ja pistää ehkä vähän niinku silleen miettimään.” (LO6)

Arjen kontekstien hyödyntämisen opiskelijat kokivat oleellisena osana toiminnallista oppimista. Toiminnallisuuden yhtenä mahdollisuutena oli käsitysten mukaan liittää matematiikka oppilaiden arkeen ja mielenkiinnon kohteisiin tai toisaalta käsitellä jotakin matematiikan aihetta esimerkiksi oppilaiden harrastuskontekstissa, ja sitä kautta konkretisoida matematiikan sisältöjä. Tällöin oppilaat voisivat huomata matematiikan hyödyllisyyden monipuolisesti. Tähän yhteyteen mainittiin useiden arjessa hyödyllisten taitojen harjoittelu (esim. rahan käyttö, mittaaminen).

> ”…silleen, että se matikka just liitettäis aina niihin semmosiin toimintoihin, missä sitä oikeestiki käytetään. Et esim. vaikka ohjelmointi tai sit jotkut fysiikan laskut tai joku tällanen… vaikka se liittys vaikka geometriaanki, et ois vaikka puutöihin otettas se liitettäs se silleen oikeesti, että ku sää teet niitä oikeesti niitä sun töitä.” (LO2)

> ”… sillai, että niinku olis se arki siinä, ja järki siinä hommassa.” (LO5)

Haastatteluissa opiskelijat pohtivat toiminnallisuuden merkitystä ymmärtämisen tukena konkreettisuuden lisäksi motivaation näkökulmasta. Toiminnallisuus itsessään nähtiin motivoivana ja innostavana tapana opetella matematiikkaa, ja motivaatio toisaalta myös matematiikan ymmärtämistä tukeva tekijä. Opiskelijoiden ilmauksissa toiminnallisuuden motivoiva vaikutus nähtiin monin eri tavoin. Oppilaita voi motivoida erilaiset välineet, pelit ja leikit, yhdessä tekeminen, perinteisestä oppitunnista poikkeavat työtavat sekä arkeen liittäminen. Yleistäen toiminnallisilla työtavoilla koettiin mahdollisuus monipuolisempaan matematiikan opetukseen ja oppimiseen, jolloin se motivoi oppilaita työskentelemään ja sitä kautta saamaan mahdollisuuksia ymmärtämisen syventämiselle. Toisaalta eräs ilmaus koski sitä, kuinka esimerkiksi liikkumisen lisääminen oppitunnille muun perinteisenkin työskentelyn tauottamiseen motivoi oppilaita, sillä he tietävät pääsevänsä välillä liikkumaan. Liikkuminen myös tässä ilmauksessa todettiin virkistävän niin, että oppilas jaksaa tauon jälkeen taas keskittyä paremmin.

> ”… että se ois motivoivaa, ko se ois tavallaan niinkö pieniin osiin paloteltu, ja sitte tavallaan se pitäs sitä keskittymistä yllä, koska tavallaan, että ois lyhyet pätkät ja sitte sulla ois tavallaan niinkö se fyysinen aktiviteetti siinä niinkö lisäksi.” (LO3)

> ”… se niinku oikeesti motivoi ja… ja elävöittää sitä opetusta. Ja auttaa niinku, hyvin niinku monenelaisia niitä oppilaita niinku pääsemään mukaan siihen opetukseen.” (LO1)

Käsityksissä näkyi myös hieman kriittisempi tapa katsoa toiminnallisen ja ymmärtävän oppimisen suhdetta, mikä muodosti tätä tutkimuskysymystä koskien toisen kategorian. Kriittisemmästä näkökulmasta matematiikan *syvällisempi ymmärrys ei seuraa toiminnallisuudesta itsestään*. Toiminnallisuudella voi tämän näkökulman mukaan myös tukea joissain tapauksissa ulkoaoppimista (esimerkiksi nopeutta edellyttävät pelit), mikä on ikään kuin vastakohta tavoiteltavalle ymmärtävälle oppimiselle. Toiminnallisilla välineillä ja työtavoilla ei siten aina saavuteta ideaalista oppimista tai ymmärrystä. Niitä on osattava käyttää oikein. Parempaan ymmärtämiseen liitettiin opettajan tietämys käsiteltävistä matematiikan sisällöistä, menetelmien valinnasta sekä toiminnallisuuden liittäminen muuhun matematiikan opetukseen ja opiskeluun. Kahdessa haastattelussa tuotiinkin suoraan esille se, että toiminnallisten työskentelytapojen tulee olla aina harkittuja ja johdonmukaisia, jotta niiden käyttö tukisi matematiikan ymmärtävää oppimista tarkoituksenmukaisesti.

> ”Nii, siltikihän se voi olla niinku ihan mekaanista, niinkö tavallaan se, että sää vaan niinkö käytät vaikka jotaki… jotaki murtokiekkoja ymmärtämättä oikeesti, että mistä siinä on kyse.” (LO3)

> ” No on (toiminnallisilla työtavoilla merkitystä syvällisemmän ymmärtämisen saavuttamiselle) varsinki jos sitä tuetaan niinku semmosella oppimiskeskustelulla… Joko niinku pohjustetaan sitä jotenki tai sitte jälkeenpäin käsitellään.” (LO6)

Yhteenvetona opiskelijoiden käsityksissä oli ilmauksista tulkiten toisaalta ajatus, jossa toiminnallisuus tukee automaattisesti ymmärtämistä, ja toisaalta hieman harkitsevampi tapa ajatella kyseistä yhteyttä. Opiskelijoiden kriittisesti suhtautuvassa puheessa näkyi kypsempi tapa ajatella matematiikan oppimista ja ymmärtämistä. Myös ne opiskelijat, jotka eivät tätä näkökulmaa puheessaan tuoneet esille, olisivat toisaalta voineet olla asiasta samaa mieltä, jos tutkija olisi heiltä siitä kysynyt. Haastatteluissa ei haluttu ohjailla opiskelijoiden esille tuomia käsityksiä liikaa, joten tämän näkökulman esille tuominen oli kiinni opiskelijan omasta aloitteesta puhua myös siitä, kuinka toiminnallisuus ei aina tue ymmärtämistä.

5.3 Käsityksiin vaikuttaneiden tekijöiden pohdintaa

Tätä tutkimuskysymystä koskien kategorioita muodostui kaksi. Opiskelijoiden pohtiessa käsityksiinsä vaikuttaneita tekijöitä he kertoivat toisaalta *omakohtaisista kokemuksistaan* ja toisaalta sellaisista tekijöistä, joita he ovat kokeneet *sivusta seuranneen näkökulmasta*. Omakohtaisissa kokemuksissa opiskelijat kertoivat, miten he itse olivat tutkittuja ilmiöitä kokeneet joko oppilaana, opiskelijana tai opettajan roolissa (harjoitteluissa ja sijaisuuksissa). Sivusta seuranneena koetuista tapauksista tulivat esille harjoitteluissa muiden opetusta seuranneena tehdyt havainnot sekä yllättäen vain yhden maininnan saaneena sosiaalisen median (ja ylipäätään median) kautta tehdyt havainnot. Näitä kategorioita ei tässä erotella, kuten aiempien tutkimuskysymysten kohdalla, vaan ne esitellään rinnakkain.

Jokaisen haastateltavan mukaan luokanopettajakoulutuksen opinnot olivat tärkein käsityksiin vaikuttanut tekijä. Opinnoista nostettiin esille erityisesti matematiikan ja luonnontieteiden ainedidaktiset kurssit. Lisäksi puhuttiin harjoitteluista sekä muutamista muista kursseista, esimerkiksi sivuaineista tai taito- ja taideaineiden kursseista. Erityisesti liikunnan kurssit ja sivuaine, varhaiskasvatuksen sivuaineopinnot ja teknologiakasvatukseen liittyvät opinnot olivat vaikuttaneet käsityksiin.

Harjoitteluissa saadut kokemukset toiminnallisesta oppimisesta olivat osittain omiin opetuskokemuksiin liittyviä, ja osittain myös seurattuihin oppitunteihin ja harjoittelukoulun opettajien kanssa käytyihin keskusteluihin pohjautuvia. Harjoittelukokemukset osoittautuivat käsityksiin vaikuttaneiksi tekijöiksi erityisesti, mikäli haastateltava oli äskettäin ollut harjoittelussa. Sen sijaan jos harjoittelusta oli pitkä aika, eikä siitä muistettu enää paljoa, ei myöskään koettu, että siellä saadut kokemukset olisivat vaikuttaneet omiin käsityksiin.

Kysyttäessä mahdollisista sijaisuuksista yksikään sijaisuuksia tehnyt haastateltava ei sanonut niiden vaikuttaneen käsityksiinsä, sillä sijaisena useimmiten toteutettiin mahdollisimman yksinkertaisia oppitunteja luokanopettajan antamien ohjeiden mukaisesti, eikä suunnittelulle jäänyt aikaa.

Melkein jokainen haastateltava peilasi käsityksiään ja kokemuksiaan omiin koulumuistoihin kysymättäkin. Suurin osa oli saanut hyvin perinteistä, kirjapainotteista matematiikan opetusta ollessaan itse oppilaina. Vain yksi haastateltava mainitsi omat koulumuistot puhuessaan toiminnallisten työskentelytapojen eri muodoista. Tarkennettaessa hän lisäsi, että oli ollut itse normaalikoulussa, jossa käytettiin toiminnallisia työtapoja ja kokeiltiin erilaisia menetelmiä. Peilaaminen omiin koulumuistoihin näyttäytyi opiskelijoiden ilmauksissa toiminnallisen oppimisen vastakohtana, jota haluttiin tulevassa ammatissa kehittää parempaan suuntaan.

> ”Jotenki itestä tuntuu, että on se niinku aika tärkeetä rikkoo semmonen tietty ajatus tavallaan, mikä on silleen niinku, että no matikan tunnilla nyt ollaan ja niinku vähä niinku voijaan tehä jottai yhessä ja näin, ja mutta että istutaan jossain pulpetissa ja näin, mutta ku sehän voi oikeesti periaatteessa voi matikan tunnit, neki voi viiä niinku ulos ja, sitte jonneki liikuntasaliin tai jottai, jos… ja niinku…se on vähä niinku vaan mielikuvitus pitäs olla rajana. Että sitte, että sais ite vähä niinku murrettua niitä omia niinku muureja, että niinku minkälaista pitäs olla ja yrittää niinku kehittää sitä.” (LO1)

Haastattelussa ei keneltäkään kysytty, mikä heitä itseään auttaa matematiikan oppimisessa ja ymmärtämisessä, mutta kahdessa haastattelussa selvästi tuotiin esille oman oppimisen ja ymmärtämisen tukeminen eri keinoin. Tällaisia saattoivat olla visuaalinen havainnollistaminen (esim. värit, muodot), piirtäminen ja askartelu. Muita ilmaisuja oman oppimisen tukemisesta ei ollut. Kuitenkin luultavasti opiskelijoiden käsitysten taustalla voi olla myös oman oppimisen kohdalla hyödyllisiksi koetut työtavat ja havainnollistamisen muodot.

Erikoisuutena ilmauksista löytyi myös viittaus Facebookin ryhmään nimeltä *Alakoulun aarreaitta*, jossa opettajat ympäri Suomea jakavat ajatuksiaan ja kokemuksiaan opetuksesta. Yksi haastateltava nosti tämän käsityksiinsä vaikuttaneeksi tekijäksi, koska oli usein saanut sieltä oivalluksia, kuinka voi tulevaisuudessa opettaa erilaisia matematiikan sisältöjä toiminnallisesti.

> ”Alakoulun aarreaitasta, niinkö mää oon aina yrittäny sieltä niitä, että.. niinkö aivan huippu, että tällä tavallahan määki opettasin tän.” (LO3)

Oletettavasti muillekin luokanopettajaopiskelijoille, jotka kuuluvat kyseiseen ryhmään tai muuten seuraavat samankaltaisia ryhmiä tai sivuja, on tällaisilla jaetuilla kokemuksilla ehkä tiedostamatta jonkinlaista vaikutusta omien käsitysten muotoutumiseen. Myös muu media on sisällöillään mahdollisesti voinut vaikuttaa käsityksiin. Vaikka tätä ei tuotu haastatteluissa esille, on esimerkiksi jokin kuva tai video toiminnallisesta työskentelystä saattanut aiheuttaa joko edellä kuvatun oivalluksen tai kyseenalaistamisen, minkä seurauksena jokin käsitys on voinut vahvistua, syventyä tai muuttua.

6 Johtopäätökset

Tutkielman tarkoituksena oli ensiksi selvittää opiskelijoiden käsityksiä matematiikan toiminnallisesta oppimisesta. Opiskelijat kertoivat omia käsityksiään siitä, millaista on toiminnallinen oppiminen ja miten sitä voidaan toteuttaa erityisesti matematiikassa. Matematiikan toiminnallinen oppiminen käsitettiin monipuolisena ja aktiivisena tekemisenä, joka antaa oppilaalle mahdollisuuden aktiiviseen rooliin omassa oppimisprosessissaan. Käsityksissä oli siten havaittavissa Edwardsin (2015) käsitteellä *active learning* kuvailtu toiminnallisen oppimisen monipuolisesti oppilasta aktivoiva ominaisuus. Lisäksi sama näkyy Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) oppimiskäsityksessä ja sen kautta opetukselle asetetuissa tavoitteissa.

Opiskelijoiden ilmauksissa toiminnallisuutta koskien painottui fyysinen tai käsillä tekeminen, jossa konkretisoidaan matematiikan sisältöjä oppilaille, minkä voidaan nähdä johtavan Deweyn (1957) filosofian *learning by doing* –ajatukseen. Liikkuminen ja leikki matematiikan oppimisessa tukevat Huismanin ja Nissisen (2005) mukaan lapsen matemaattisten perustaitojen oppimista ja ongelmanratkaisutaitoja. Lisäksi liike tukee lapsen kognitiivisia toimintoja (Syväoja et al., 2012), ja tämä ajatus näkyi myös opiskelijoiden käsityksistä. Toiminnallisena oppimisena käsitettiin yhteistoiminnalliset työtavat. Hyvin suunnitellulla yhteistoiminnallisuudella on todettu olevan matematiikan oppimista tukeva vaikutus (mm. Mullins et al., 2011; Mononen et al., 2017).

Opiskelijat toivat käsityksistään puhuessa esille monenlaisia tapoja oppia matematiikkaa toiminnallisesti. Voidaan sanoa, että matematiikan toiminnallinen oppiminen käsitettiin luovasti ja rajoittamatta sitä minkään tiettyjen raamien sisälle. Opiskelijoiden käsitysten mukaan toiminnallisia työtapoja erilaisten matematiikan sisältöjen oppimiseen voidaan kehittää ja ideoida jatkuvasti, sillä matematiikka näkyy elämässämme joka puolella. Aineistosta käy ilmi, että opiskelijat yhdistävät toiminnallisen oppimisen oppiainerajat ylittävään, eheyttävään oppimiseen ja opetukseen, jossa oppilas saa monipuolisemman käsityksen käsiteltävistä aiheista. Tämä on myös linjassa nykyisten opetussuunnitelman perusteiden (2014) asettamien monialaisten oppimiskokonaisuuksien järjestämisen ja monipuolisen eheyttämisen kanssa (Cantell, 2015). Samoin matematiikan oppimisympäristö käsitettiin niin, että koko koulun tiloja ja ympäristöä sekä muita lähialueen ympäristöjä hyödynnetään matematiikan oppimiseen. Kankaan, Kopiston ja Krokforsin (2015) mukaan oppimisympäristöjen laajentaminen on tärkeä osa eheyttävää oppimista, jossa oppilaan halutaan ymmärtävän asioita laajemmin.

Opiskelijoiden käsitysten mukaan toiminnallisuus tarjoaa erilaisia mahdollisuuksia käsitellä opiskeltavaa aihetta ja konkretisoi matematiikkaa. Konkretisoiminen voidaan toteuttaa käyttämällä toiminnallisia välineitä, joilla matemaattisia käsitteitä ja ideoita on helpompi ymmärtää (Kamii & Rummelsburg, 2008; Morin & Samelson, 2015). Erilaisten toiminnallisten välineiden ja materiaalien lisäksi konkretiaa voidaan lisätä liittämällä matematiikka johonkin oppilaalle helposti ymmärrettävään kontekstiin. Opiskelijat pitivät toiminnallisuutta mahdollisuutena liittää matematiikka oppilaiden arkeen ja havainnollistaa arjessa tarvittavia matemaattisia taitoja. Kun oppilas huomaa matemaattisten taitojen olevan hyödyllisiä, lisääntyy myös motivaatio oppia ja opetella kyseisiä taitoja, sekä toisaalta halu ymmärtää niitä paremmin (Mononen et al., 2017). Konkreettiset elämäntilanteet oppimisen lähtökohtina kiteytyvät Deweyn (1957) kasvatusfilosofiassa. Clarken ja Rochen (2009) tutkimuksessa todetaan, että aitoon kontekstiin sijoitettu matemaattinen ongelmanratkaisu tukee oppilaiden sitoutumista oppimiseen. Toisaalta Clarkson (2010) muistuttaa, että jotkin matematiikan ideat on vaikea liittää oppilaiden arkeen, jolloin ne saattavat jäädä abstrakteiksi.

Toiminnallisuuden motivoiva vaikutus nähtiin aineiston perusteella laajasti. Toiminnallinen oppiminen käsitettiin niin sanotusta perinteisestä oppikirjan tehtäviä itsenäisesti tekemällä tapahtuvasta opiskelusta poikkeavana ja havainnollistavana tekemisenä, jossa oppilaat pääsevät tekemään jotakin mielekästä. Toiminnalliset menetelmät myös mahdollistavat oppilaalle motivaatiota lisäävien tunteiden kokemisen. Kun oppilas saa matematiikassa onnistumisen kokemuksia, on hänellä myös motivaatiota opiskella ja yrittää ymmärtää sitä paremmin (Pinxten et al., 2014; Mononen et al., 2017; Halinen et al., 2016).

Opiskelijat toivat käsityksistään esille, että toiminnallisuuden tulee olla suunniteltua, ohjattua ja pedagogisesti perusteltua niin, että oppilas ymmärtää myös, miten toiminnallinen tekeminen liittyy käsiteltävään matematiikan sisältöön. Käytettävien välineiden ja työtapojen valinnassa tulee pohtia, millä tavalla oppilaan oppimista ja ymmärtämistä tuetaan parhaalla mahdollisella tavalla huomioiden oppilaiden ikä ja osaaminen (Morin & Samelson, 2015). Myös toiminnalliseen työskentelyyn ohjeistaminen vaatii tarkkuutta, jotta vältettäisiin väärinymmärtäminen ja turhautuminen (Kirschner et al., 2006). Toiminnallisten menetelmien käyttö ei siten ole täysin ongelmatonta. Niissäkin on haasteensa, jotka opettajan tulee tunnistaa. Käsityksissä ilmeni siten samanlaisia seikkoja kuin toiminnallisten menetelmien kriittisessä pohdinnassa teorian osalta (McNeil & Jarvin, 2007; McNeil & Uttal, 2009; Moyer, 2001). Sen sijaan opiskelijat eivät tuoneet esille kritiikkiä tarkemmin välineiden ja matemaattisten käsitteiden yhteneväisyyden kannalta, mikä oli McNeilin ja Jarvinin (2007) käsittelemissä haasteissa yksi oppimista mahdollisesti heikentävä tekijä.

Aineiston perusteella luokanopettajaopinnot olivat antaneet opiskelijoille monelta osin hyödyllisiä kokemuksia matematiikan toiminnallisen oppimisen toteuttamiseen. Erityisesti ainedidaktiset kurssit sekä luokanopettajaopintojen sivuainevalinnoilla voi itse vaikuttaa opinnoissa saatuihin oppimiskokemuksiin. Tietyissä sivuaineissa toiminnallinen oppiminen on luontaista ja siten erilaisia sivuainevalintoja tehneet opiskelijat voivat saada erilaisia kokemuksia, jotka käsityksiin vaikuttavat. Koska käsitykset ovat aina suhteellista eivätkä pysyviä, ja vuorovaikutuksen merkitys niiden rakentumiseen on oleellinen (Huusko & Paloniemi, 2006; Niikko, 2003), ovat opiskelijoiden käsitykset haastatteluhetkestä jälleen voineet saada uusia piirteitä ja käsitysten sanallistaminen on saattanut antaa aihetta jäsentää niitä edelleen. Kokonaisuudessaan opiskelijoiden ilmauksista ilmeni kiinnostus tehdä matematiikasta oppilaille helpommin ymmärrettävää ja kiinnostavaa käyttämällä monipuolisia toiminnallisia menetelmiä.

Voidaan pohtia, onko myös opetussuunnitelman perusteilla ollut jonkinlainen taustavaikuttajan rooli käsitysten muotoutumiseen esimerkiksi harjoitteluiden ja mahdollisesti joidenkin kurssitehtävien kautta. Nykyiset perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014) toivat tullessaan vilkasta keskustelua laaja-alaisesta osaamisesta ja toiminnallisista työtavoista, ja siitä kuinka niitä tulisi toteuttaa. Niistä on tullut hyvin keskeisiä termejä ja oppilaan aktiivinen rooli sekä laaja-alaisen osaamisen kehittäminen ovat tällä hetkellä niitä asioita, jotka pyritään erityisesti ottamaan huomioon opetusta suunnitellessa. Siten voidaan väittää, ettei yksikään valmistumassa oleva luokanopettajaopiskelija ei ole voinut välttyä näiden aiheiden ajattelemiselta ja opetussuunnitelman perusteiden huomioimiselta opinnoissaan.

7 Pohdinta

Matematiikan opetukselta edellytetään opetussuunnitelman perusteiden myötä laaja-alaisten tavoitteiden huomioimista ja monipuolisia menetelmiä ja työtapoja, joissa oppiminen on aktiivista toimijuutta (POPS, 2014). Toiminnallisilla työtavoilla voidaan lisätä oppilaan kiinnostusta matematiikan opiskeluun ja mahdollisuuksia yhdistää matematiikka omassa elämässä hyödyllisiin taitoihin. Perusteissa (2014) asetetut tavoitteet vaikuttavat jokaisen luokanopettajan työhön ja siten jo opiskeluaikana niihin tutustuminen on työelämään astumista helpottavaa. Tässä tutkielmassa ei kysytty suoraan opiskelijoiden perehtyneisyydestä näihin perusteisiin, koska voidaan olettaa, että heistä jokainen on niihin opintojensa aikana tutustunut. Siten he tietävät, että toiminnallisuuteen ja laaja-alaisen osaamisen kehittämiseen keskitytään alalla nyt erityisesti. Näiden oppimisen tukemisen keskiöön nousseiden käsitteiden myötä tässä tutkielmassa kiinnostuksen kohteena olivat erilaiset tavat käsittää toiminnallisuus ja toiminnallinen oppiminen matematiikan kontekstissa, sekä tuoda esille, millä tavalla voidaan käsittää toiminnallisuuden merkitys matematiikan ymmärtävän oppimisen kannalta. Toiminnallinen oppiminen voidaan käsittää monella tapaa, eikä sen välttämättä tarvitse olla käsitteenä yksiselitteinen. Vaikka perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet ovat samat koko maassa, jättävät ne kouluille ja opettajille valinnan varaa opetuksen tarkempaan suunnitteluun ja toteutukseen. Täten opettaja pystyy luovasti tulkitsemaan perusteiden sisältöä, ja toteuttamaan opetusta oman harkintansa ja ammattiosaamisensa puitteissa. Joka tapauksessa perusteet turvaavat jokaiselle oppijalle tärkeiden tietojen, taitojen ja arvojen oppimisen.

Usein puhutaan toiminnallisesta opettamisesta ja siten tarkastellaan ilmiötä opetuksen ja opettajan näkökulmasta. Tässä tutkielmassa keskityttiin oppimisen ja siten pyrittiin lähemmäs oppilaan näkökulmaa. Matematiikan oppiminen voi olla haastavaa tai tylsää ja oppilas voi kohdata vaikeuksia ymmärtää abstrakteilta tuntuvia käsitteitä ja laskutoimituksia. Toiminnallisilla menetelmillä matematiikkaa voidaan konkretisoida ja liittää lapsen elämismaailmaan (Edwards, 2015). Jotta tässä onnistuttaisiin, on toiminnalliset työtavat suunniteltava hyvin ja oppilaan taitotaso huomioiden. Opettajan oppilaantuntemus sekä oppiaineksen tuntemus ovat täten merkittävässä roolissa. Oppilaalla voi olla matematiikan oppimisvaikeuksia, jotka tekevät matematiikasta entistä haasteellisempaa. Tässä tutkielmassa oppimisvaikeuksien näkökulmaa ei päästy käsittelemään aiheenrajauksen myötä, mutta toiminnallisuuden merkitystä näiden oppimisvaikeuksien yhteydessä on tutkittu laajasti ja tutkitaan edelleen, sillä esimerkiksi toiminnallisilla välineillä ja havainnollistamisella on vielä suurempi vaikutus oppimisen tukemisessa, kun matematiikan oppiminen on oppilaalle ikätovereihin verrattuna työläämpää (Mononen et al., 2017).

Motivaatio on yksi tekijä, joka yhdistää toiminnallisuuden ja syvällisemmän ymmärtämisen matematiikan oppimisessa. Koska oppijoita on erilaisia, ei kaikkia voida motivoida samoilla tavoilla (Mononen et al., 2017). Siksi toiminnallisilla menetelmillä ei voida olettaa jokaisen oppilaan motivoitumista ja kiinnostumista matematiikasta. Opettaja käyttää ammattitaitoaan ja oppilaantuntemustaan harkitessaan kuhunkin tilanteeseen ja kullekin oppilaalle sopivia menetelmiä.

Tässä tutkielmassa selvitettiin opiskelijoiden käsityksiä, mikä jo sinällään aiheuttaa haasteita. Haastatteluissa esitettyjen kysymysten muoto vaikuttaa siihen, millaisia vastauksia saadaan. Sen vuoksi käsityksistä ei välttämättä voida saada ilmi kokonaisuutta. Se, millaisia käsityksiä opiskelijoilla todellisuudessa on, voi jäädä hyvin vajaaksi. Lisäksi tutkijan täytyy tehdä haastateltavien ilmauksista tulkintoja, joka osaltaan taas vaikuttaa siihen, mitä käsityksistä saadaan näkyville. Tutkielman lukija saattaa myös tulkita tekstistä eri tavalla kuin tutkija, joten on myönnettävä, että tutkielmassa saadut tulokset ja opiskelijoiden käsitysten kuvaaminen ovat vain yhden tutkijan tekemän analyysin tuotos. Samasta aineistosta voisi joku toinen tutkija muodostaa aivan toisenlaisia kategorioita ja siten saada erilaisia tuloksia. Tämän tutkielman aineistosta saadut tulokset eivät ole yleistettävissä fenomenografisen tutkimusotteen ja sitä kautta pienen aineiston vuoksi, mutta ne antavat esimerkin yhden ryhmän käsittämisen tavoista. Siten samaa aihetta voidaan tutkia toisessa ryhmässä, mutta edelleen ottaen huomioon jokaisen tutkijan, tutkittavien, haastattelutilanteiden sekä koko tutkimuksen yksilöllisyyden täytyy tuloksien vertailussa olla kriittinen.

Näitä aiheita on mahdollista tutkia monesta eri näkökulmasta ja erilaisin tutkimusasetelmin. Tässä tutkielmassa ei kysytty opiskelijoiden käsitystä matematiikan ymmärtävästä oppimisesta, vaan kyseinen käsite selitettiin heille haastattelutilanteessa. Jatkossa voitaisiin esimerkiksi tutkia opiskelijoiden tai miksei myös opettajien käsityksiä matematiikan ymmärtävästä oppimisesta. Siten saataisiin mielenkiintoista lisätietoa aiheesta. Toisaalta voitaisiin myös tutkia, millä tavalla oppilaat kokevat erilaisten toiminnallisten työtapojen auttavan matematiikan ymmärtämistä omalla kohdallaan esimerkiksi hyvin suunniteltujen toiminnallisten opetuskokeilujen jälkeen. Tällaisia tutkimuksia on tehty ainakin niin, että tulokset on saatu opetuksen jälkeen tehdyn kokeen perusteella, mutta mielenkiintoista olisi kuulla oppilaiden kokemuksia heidän itsensä kertomana. Vertailun vuoksi tällaiselle kokeilulle voisi toimia jokin niin sanotusti spontaani toiminnallinen opetus, jota opettaja ei ole etukäteen suunnitellut. Tällaisen tilanteen järjestäminen vaatisi tietysti hyvän suunnitelman, jotta opettaja ei pystyisi etukäteen suunnittelemaan toiminnallista opetusta. Mikäli tällainen tilanne jossakin tutkimuksessa saataisiin järjestettyä, voitaisiin myös vertailla esimerkiksi vastavalmistuneiden ja kokeneiden opettajien käyttämien menetelmien kautta aikaansaatuja oppilaiden kokemuksia.

Tutkielman alussa esitetyissä tutkimuksen tavoitteissa tuotiin esille mahdollisuus tarkastella myös luokanopettajaopintojen opinto-oppaita. Esimerkiksi opiskelijoiden saamien kokemusten ja opinto-oppaiden sisältöjen ja tavoitteiden suhteita voitaisiin myös jatkossa vertailla. Saatua tietoa olisi mahdollista käyttää luokanopettajaopintojen kehittämiseen yliopistoissa.

Tämän tutkimuksen tulosten perusteella luokanopettajaopiskelijat käsittävät matematiikan toiminnallisen oppimisen laajasti ja monipuolisesti. Heidän käsityksiinsä on tullut uudenlaisia näkökulmia ja rakenteita opintojen myötä. Opiskelijoiden puheessa ilmeni halu kehittää toiminnallisia työtapoja matematiikan oppimisen ja ymmärtämisen tueksi. Koska käsitykset ovat muuttuvia, eikä niitä voi täydellisinä ilmaista tai varsinkaan tulkita, on opiskelijoiden itsensä reflektoitava omien käsitysten vaikutusta omaan opetukseen ja sitä kautta oppilaan kokemuksiin ja ymmärtämisen kehittymiseen, sekä tarvittaessa pyrkiä kehittämään omia käsityksiään.

Lähteet

Aaltio, I., & Puusa, A. (2011). Laadullisen tutkimuksen luotettavuus. Teoksessa A. Puusa, & P. Juuti (Toim.), *Menetelmäviidakon raivaajat: Perusteita laadullisen tutkimuslähestymistavan valintaan* (s. 153-166). Helsinki: JTO.

Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). *Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy.* doi:https://doi-org.pc124152.oulu.fi:9443/10.1016/j.lindif.2010.06.003

Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal, 24*(5), 684-704. doi:10.1080/1350293X.2014.996424

Baroody, A. J., Feil, Y., & Johnson, A. R. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(2), 115-131.

Bartell, T. G., Webel, C., Bowen, B., & Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: Recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(1), 57-79. doi:http://dx.doi.org/10.1007/s10857-012-9205-4

Battista, M. T. (2007). Learning with understanding: Principles and processes in the construction of meaning for geometric ideas. Teoksessa W. G. Martin, M. E. Strutchens & P. C. Elliott (Toim.), *The learning of mathematics : Sixty-ninth yearbook* (s. 65-79). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Cantell, H. (2015). Ainejakoisuus ja monialainen eheyttäminen opetuksessa. Teoksessa H. Cantell (Toim.), *Näin rakennat monialaisia oppimiskokonaisuuksia* (s. 7-10). Jyväskylä: PS-kustannus.

Castelli, D. M., Hillman, C. H., Hirsch, J., Hirsch, A., & Drollette, E. (2011). FIT kids: Time in target heart zone and cognitive performance. *Preventive Medicine, 52*(Supp), 55-59. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.ypmed.2011.01.019

Chapin, S. H., & O'Connor, C. (2007). Academically productive talk: Supporting student's learning in mathematics. Teoksessa W. G. Martin, M. E. Strutchens & P. C. Elliott (Toim.), *The learning of mathematics: Sixty-ninth yearbook* (s. 113-128). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Choppin, J. (2007). Engaging students in collaborative discussion: Developing teachers' expertise. Teoksessa W. G. Martin, M. E. Strutchens & P. C. Elliott (Toim.), *The learning* *of mathematics : Sixty-ninth yearbook* (s. 129-139). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Clarke, D., & Roche, A. (2009). Using mathematical tasks built around "real" contexts: Opportunities and challenges for teachers and students. *Australian Primary Mathematics Classroom, 14*(2), 24-31.

Clarkson, P. (2010). Mathematics and water in the garden: Weaving mathematics into the students' lived environment. *Australian Primary Mathematics Classroom, 15*(1), 11-14.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry & research design : Choosing among five approaches* (2nd ed ed.). Thousand Oaks: Sage Publications. Haettu 5.1.2018 osoitteesta https://oula.finna.fi/Record/oula.1007828

Dede, C. (2010). Comparing frameworks for 21st century skills. *21st Century Skills: Rethinking how Students Learn, 20*, 51-76.

Dewey, J., & Kajava, K. (1957). *Koulu ja yhteiskunta*. Helsinki: Otava.

Díez-Palomar, J., & Olivé, J. C. (2015). Using dialogic talk to teach mathematics: The case of interactive groups. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education, 47*(7), 1299-1312. doi:http://dx.doi.org/10.1007/s11858-015-0728-x

Donnelly, J. E., Greene, J. L., Gibson, C. A., Smith, B. K., Washburn, R. A., Sullivan, D. K., . . . Williams, S. L. (2009). Physical activity across the curriculum (PAAC): A randomized controlled trial to promote physical activity and diminish overweight and obesity in elementary school children. *Preventive Medicine, 49*(4), 336-341. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.ypmed.2009.07.022

Edwards, S. (2015). Active learning in the middle grades. *Middle School Journal, 46*(5), 26-32. doi:http://dx.doi.org/10.1080/00940771.2015.11461922

Eskola, J., & Vastamäki, J. (2010). Teemahaastattelu: Opit ja opetukset. Teoksessa J. Aaltola, & R. Valli (Toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin. 1, metodin valinta ja aineiston keruu : Virikkeitä aloittelevalle tutkijalle* (3. uud. ja täyd. p., s. 26-44). Jyväskylä: PS-Kustannus.

Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2012). Developing children's understanding of fractions: An intervention study. *Mind, Brain, and Education, 6*(3), 137-146. doi:http://dx.doi.org/10.1111/j.1751-228x.2012.01149.x

Grieco, L. A., Jowers, E. M., & Bartholomew, J. B. (2009). Physically active academic lessons and time on task: The moderating effect of body mass index. *Medicine and Science in Sports and Exercise, 41*(10), 1921-1926. doi:http://dx.doi.org/10.1249/MSS.0b013e3181a61495

Halinen, I., Hotulainen, R., Kauppinen, E., Nilivaara, P., Raami, A., & Vainikainen, M. (2016). *Ajattelun taidot ja oppiminen*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Halinen, I., & Jääskeläinen, L. (2015). Opetussuunnitelmauudistus 2016: Sivistysnäkemys ja opetuksen eheyttäminen. Teoksessa H. Cantell (Toim.), *Näin rakennat monialaisia oppimiskokonaisuuksia* (s. 12-23). Jyväskylä: PS-kustannus.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An indroductory analysis. Teoksessa J. Hiebert (Toim.), *Conceptual and procedural knowledge : The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, N.J: Lawrence Erlbaum Ass.

Hiebert, J., & Wearne, D. (2003). Developing understanding through problem solving. Teoksessa S. Harold, & C. Randall (Toim.), *Teaching mathematics through problem solving : Grades 6-12* (s. 3-13). Reston (Va.): National Council of Teachers of Mathematics.

Hsu, Y., Iannone, P., She, H., & Hadwin, A. (2016). Preface for the IJSME special issue: Metacognition for science and mathematics learning in technology-infused learning environments. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(2), 243-248. doi:http://dx.doi.org/10.1007/s10763-016-9727-9

Huisman, T., & Nissinen, A. (2005). Oppiminen, oppimistyylit ja liikunta. Teoksessa P. Rintala, & T. Ahonen (Toim.), *Liiku ja opi : Liikunnasta apua oppimisvaikeuksiin* (s. 25-46). Jyväskylä: PS-Kustannus.

Huusko, M., & Paloniemi, S. (2006). Fenomenografia laadullisena tutkimussuuntauksena kasvatustieteissä. *Kasvatus : Suomen Kasvatustieteellinen Aikakauskirja, 37*(2), 162-173.

Iiskala, T., & Hurme, T. (2006). Metakognitio teknologisissa oppimisympäristöissä. Teoksessa S. Järvelä, P. Häkkinen & E. Lehtinen (Toim.), *Oppimisen teoria ja teknologian opetuskäyttö* (s. 40-60). Porvoo: WSOY Oppimateriaalit.

Jaakkola, T. (2012). Liikunta ja koulumenestys. Teoksessa T. Kujala, C. M. Krause, N. Sajaniemi, M. Silvén, T. Jaakkola & K. Nyyssölä (Toim.), *Aivot, oppimisen valmiudet ja koulunkäynti. Neuro- ja kognitiotieteellinen näkökulma. tilannekatsaus tammikuu 2012. muistiot 2012:1* (s. 53-63). Opetushallitus. pdf:
http://www.oph.fi/download/138958_Aivot_oppimisen_valmiudet_ja_koulunkaynti.PDF

Kamii, C., Lewis, B. A., & Kirkland, L. (2001). Manipulatives: When are they useful? *The Journal of Mathematical Behavior, 20*(1), 21-31. doi:http://dx.doi.org/10.1016/s0732-3123(01)00059-1

Kamii, C., & Rummelsburg, J. (2008). Arithmetic for first graders lacking number concepts. *Teaching Children Mathematics, 14*(7), 389-394.

Kersaint, G. (2007). The learning environment: Its influence on what is learned. Teoksessa W. G. Martin, M. E. Strutchens & P. C. Elliott (Toim.), *The learning of mathematics : Sixty-ninth yearbook* (s. 83-96). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist, 41*(2), 75-86. doi:http://dx.doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1

Krathwohl, D. R. (2002). A revision of bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice, 41*(4), 212-218. doi:10.1207/s15430421tip4104_2

Lichtman, M. (2013). *Qualitative research in education : A user's guide* (3rd ed ed.). Thousand Oaks: SAGE Publications.

McNeil, N., & Uttal, D. (2009). Rethinking the use of concrete materials in learning: Perspectives from development and education. *Child Development Perspectives, 3*(3), 137-139. doi:http://dx.doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00093.x

McNeil, N., & Jarvin, L. (2007). When theories don't add up: Disentangling he manipulatives debate. *Theory into Practice, 46*(4), 309. doi:http://dx.doi.org/10.1080/00405840701593899

Metsämuuronen, J. (2008). *Laadullisen tutkimuksen perusteet* (3. uud. p.). Helsinki: International Methelp.

Mononen, R., Aunio, P., Väisänen, E., Korhonen, J., & Tapola, A. (2017). *Matemaattiset oppimisvaikeudet*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Morin, J., & Samelson, V. M. (2015). Count on it: Congruent manipulative displays. *Teaching Children Mathematics, 21*(6), 362-370. doi:http://dx.doi.org/10.5951/teacchilmath.21.6.0362

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? how teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 47*(2), 175-197.

Mullins, D., Rummel, N., & Spada, H. (2011). Are two heads always better than one? Differential effects of collaboration on students' computer-supported learning in mathematics. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning, 6*(3), 421-443. doi:http://dx.doi.org/10.1007/s11412-011-9122-z

Munier, V., Devichi, C., & Merle, H. (2008). A physical situation as a way to teach angle. *Teaching Children Mathematics, 14*(7), 402-407.

Newby, P. (2010). *Research methods for education*. Harlow, England ; N.Y.: Pearson Education Limited.

Niikko, A. (2003). *Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa*. Joensuu: Joensuun yliopisto.

Nikander, P. (2010). Laadullisten aineistojen litterointi, kääntäminen ja validiteetti. Teoksessa J. Ruusuvuori, P. Nikander & M. Hyvärinen (Toim.), *Haastattelun analyysi* (s. 363-375). Tampere: Vastapaino.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014). Viitattu 12.3.2018. Pdf: http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf

Pinxten, M., Marsh, H. W., De Fraine, B., Van Den Noortgate, W., & Van Damme, J. (2014). Enjoying mathematics or feeling competent in mathematics? Reciprocal effects on mathematics achievement and perceived math effort expenditure. *British Journal of Educational Psychology, 84*(1), 152-174. doi:http://dx.doi.org/10.1111/bjep.12028

Prusak, N., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. B. (2013). Conceptual learning in a principled design problem solving environment. *Research in Mathematics Education, 15*(3), 266-285. doi:http://dx.doi.org/10.1080/14794802.2013.836379

Puusa, A., & Juuti, P. (2011). Laadullisen lähestymistavan yleistyminen kulttuurinäkökulman myötä: Mitä laadullinen tutkimus on? Teoksessa A. Puusa, & P. Juuti (Toim.), *Menetelmäviidakon raivaajat : Perusteita laadullisen tutkimuslähestymistavan valintaan* (s. 47-57). Helsinki: JTO.

Rotherham, A. J., & Willingham, D. (2009). 21st century skills: The challenges ahead. *Educational Leadership, 67*(1), 16-21.

Ruusuvuori, J., Nikander, P., & Hyvärinen, M. (2010). Haastattelun analyysin vaiheet. Teoksessa J. Ruusuvuori, P. Nikander & M. Hyvärinen (Toim.), *Haastattelun analyysi* (s. 9-36). Tampere: Vastapaino.

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2017). *Self-determination theory : Basic psychological needs in motivation, development, and wellness*. [Place of publication not identified]: The Guilford Press. Haettu 1.5.2018 osoitteesta http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=nlebk&AN=1443574&site=ehost-live

Schunk, D. H. (2009). *Learning theories : An educational perspective* (5. ed ed.). Upper Saddle River, N.J.: Pearson/Merrill Prentice Hall.

Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education,* , 404-411.

Syväoja, H., Kantomaa, M., Laine, K., Jaakkola, T., Pyhältö, K., & Tammelin, T. (2012). *Liikunta ja oppiminen: Tilannekatsaus - lokakuu 2012.* Opetushallitus. pdf: http://www.oph.fi/download/144729_Liikunta_ja_oppiminen_2.pdf

Tight, M. (2015). Phenomenography: The development and application of an innovative research design in higher education research. *International Journal of Social Research Methodology, 19*(3), 319-338. doi:10.1080/13645579.2015.1010284

Tiittula, L., & Ruusuvuori, J. (2005). Tutkimushaastattelu ja vuorovaikutus. Teoksessa J. Ruusuvuori, & L. Tiittula (Toim.), *Haastattelu : Tutkimus, tilanteet ja vuorovaikutus* (s. 22-56). Tampere: Vastapaino.

Tuomi, J., & Sarajärvi, A. (2018). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi* (Uudistettu laitos ed.). Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Tammi.

Väkevä, L. (2011). John deweyn pedagogiikka: Tekemällä oppiminen ja kasvatus vapauteen. Teoksessa J. Paalasmaa (Toim.), *Lapsesta käsin: Kasvatuksen ja opetuksen vaihtoehtoja.* (s. 70-81). Jyväskylä: PS-kustannus.

Voogt, J., Erstad, O., Dede, C., & Mishra, P. (2013). Challenges to learning and schooling in the digital networked world of the 21st century. *Journal of Computer Assisted Learning, 29*(5), 403-413. doi:http://dx.doi.org/10.1111/jcal.12029

Warshauer, H. K. (2015). Productive struggle in middle school mathematics classrooms. *Journal of Mathematics Teacher Education, 18*(4), 375-400. doi:http://dx.doi.org/10.1007/s10857-014-9286-3

Wood, K. (2008). Mathematics through movement: An investigation of the links between kinaesthetic and conceptual learning. *Australian Primary Mathematics Classroom, 13*(1), 18-22.

Liite

Lupa-anomus tutkimukseen osallistumista varten

Olen luokanopettajaopiskelija Oulun yliopistosta. Olen tekemässä lopputyötä, jonka tarkoitus on selvittää, millä tavalla maisterivaiheen luokanopettajaopiskelijat käsittävät matematiikan toiminnallista oppimista sekä miten he käsittävät toiminnallisuuden olevan merkityksellistä matematiikan ymmärtävälle oppimiselle.

Tarkoitukseni on haastatella opiskelijoita ja nauhoittaa haastattelut. Keräämäni aineisto tulee vain tutkimuskäyttöön, ja se hävitetään työn valmistuttua. Osallistuneiden henkilötiedot eivät tule ilmi tutkimuksessa. Käsittelen tietoja luottamuksellisesti.

Paula Ylitalo (luokanopettajaopiskelija)

paula.ylitalo@student.oulu.fi

Osallistun haastatteluun, ja annan luvan käyttää haastatteluäänitettä kyseisessä tutkimuksessa.

____

Päiväys, allekirjoitus ja nimen selvennys