



TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

SÄILIÖSYSTEMIN DYNAAMINEN MALLINTAMINEN

Lauri Keränen

PROESSEKTEKNIikka

Kandidaatintyö

Maaliskuu 2020

TIIVISTELMÄ

SÄILIÖSYSTEEMIN DYNAAMINEN MALLINTAMINEN

Lauri Keränen

Oulun yliopisto, Prosessitekniikan tutkinto-ohjelma

Kandidaatintyö 2020, 32 s. + 2 liitettä

Työn ohjaajat yliopistolla: Ohenoja M, Sorsa A

Työn tavoitteena on mallintaa ja simuloida kolmen tankin systeemiä. Kyseistä systeemiä käytetään useissa oppilaitoksissa demonstraatio- ja simulaatiotutkimuksissa. Järjestelmä koostuu kolmesta putkilla sarjaan kytketystä säiliöstä, joiden välillä on venttiilit. Vesi virtaa säiliöiden ja venttiilien läpi ulos viimeisestä säiliöstä, josta se voidaan pumpata takaisin ensimmäiseen ja viimeiseen säiliöön.

Työssä kehitetyllä Simulink -mallilla pyritään kuvaamaan säiliösystemin vedenpinnan korkeuksia hyödyntämällä valmiiksi annettuja epälineaarisia yhtälöitä. Tällä epälineaarilla mallilla voidaan suorittaa simulaatioita, joiden pohjalta luodaan systeemistä myös lineaarinen malli.

Näiden mallien avulla voidaan siten tutkia järjestelmän toimivuutta tasapainotilan ympäristössä ja myös verrata lineaarisen ja epälineaarisen mallin välisiä eroja. Lopputuloksena saadaan toiminta-alue lineaarisen mallin sisääntulon muutokselle ja luotettavalle askelvasteelle. Mallia ja työn tuloksia voi myös käyttää hyväksi esimerkiksi laboratoriotöissä, joissa käytössä on vastaavanlainen säiliösystemi.

Asiasanat: Matemaattinen mallinnus, Simulink, Lineaarinen malli, Epälineaarinen malli

SISÄLLYSLUETTELO

TIIVISTELMÄ

SISÄLLYSLUETTELO

MERKINNÄT JA LYHENTEET

1 Johdanto	5
2 Teoria	6
2.1 Esimerkkejä säiliösystemistä.....	6
2.2 Epälineaarinen lähtötilanne	7
2.3 Linearisointi	9
3 Tutkimuksen suorittaminen ja tulosten tarkastelu	11
3.1 Epälineaarisen mallin testaus	11
3.2 Lineaarisen mallin testaus	17
3.3 Mallien vertailu ja toimintapisteen rajaus	24
4 Yhteenveto	30

LÄHDELUETTELO

LIITEET:

Liite 1. Kuva epälineaarista mallista osajärjestelmillä.

Liite 2. Kuva lineaarisesta mallista osajärjestelmillä.

MERKINNÄT JA LYHENTEET

Vakiot

g	Putoamiskiihtyvyys [m/s^2]
S	Säiliön pohjan pinta-ala [cm^2]
S_c	Venttiilin poikki pinta-ala [cm^2]
y_i	Parametri, joka kertoo venttiilin asennon

Muuttujat

E_{h_i}	Mitattu epälineaarisen mallin säiliön pinnankorkeus [cm]
h_i	Säiliön vedenpinnan korkeus [cm]
L_{h_i}	Mitattu lineaarisen mallin säiliön pinnankorkeus [cm]
q_j	Tilavuusvirtaus [cm^3/s]
t	Aika [s]
x_i	Suhteellinen virhe [%]

1 JOHDANTO

Työn aiheena on kolmen säiliön järjestelmän matemaattinen mallinnus. Tarkasteltavassa systeemissä on kolme vesisäiliötä, jotka on kytketty toisiinsa pohjilta lähtevillä, venttiileillä varustetuilla putkilla. Kolmannesta säiliöstä ulosvirrannutta vettä voidaan pumpata takaisin ensimmäiseen ja kolmanteen säiliöön. Tutkimuksessa oletetaan, että säiliöiden pinnankorkeudet (h_i) pysyvät porrastettuina $h_1 > h_2 > h_3$.

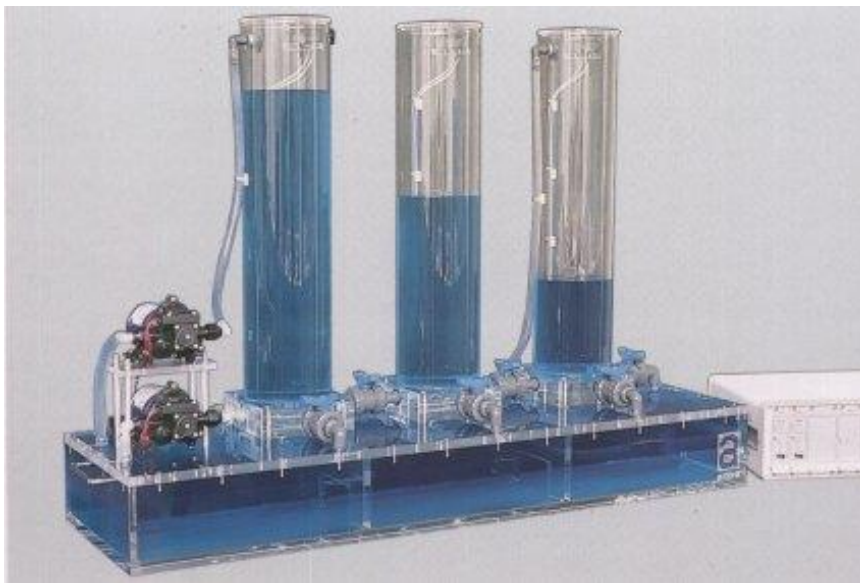
Tavoitteena on luoda annetusta epälineaarista yhtälöstä malli Matlab/Simulink-ympäristössä. Toisena työn tavoitteena on johtaa systeemille myös linearisoitu malli. Lopuksi työssä verrataan näiden kahden mallin välisiä simulaatioita toisiinsa ja tehdään tutkimukseen liittyviä johtopäätöksiä.

Valitsin tämän kandidaatintyön aiheen, siksi koska olen kiinnostunut automaatiotekniikasta ja kokeellisista töistä. Tämä aihe oli lähimpänä kokeellista automaatiotekniikan työstä, mitä oli saatavilla. Tässä työssä pääsee soveltamaan valmiiksi opittuja taitoja prosessidynamiikan ja säätöjärjestelmien analyysin kursseilta, sekä pääsee opettelemaan hieman myös uusia hyödyllisiä taitoja, kuten Simulinkin käyttöä.

2 TEORIA

2.1 Esimerkkejä säiliösystemistä

Tarkasteltavaa systeemiä käytetään useissa eri paikoissa ja se on hyvin yleinen etenkin monissa oppilaitoksissa. Systeemin tarkastelu Simulinkillä on vain yksi monista tavoista. Tilannetta voidaan tarkastella esimerkiksi laboratoriolaitteella, joka kuvastaa samaa kolmen säiliön järjestelmää. Esimerkiksi Amira on valmistanut laboratoriolaitteen, jossa jokaisen säiliön pohjasta lähtee myös toiset venttiilit, joita pitkin vettä virtaa suoraan altaaseen kulkematta ensin kaikkien säiliöiden läpi. Kuvassa 1 nähdään Amiran laite nimeltä DTS200 Three-Tank-System.



Kuva 1. Amira DTS200 (Amira 1999).

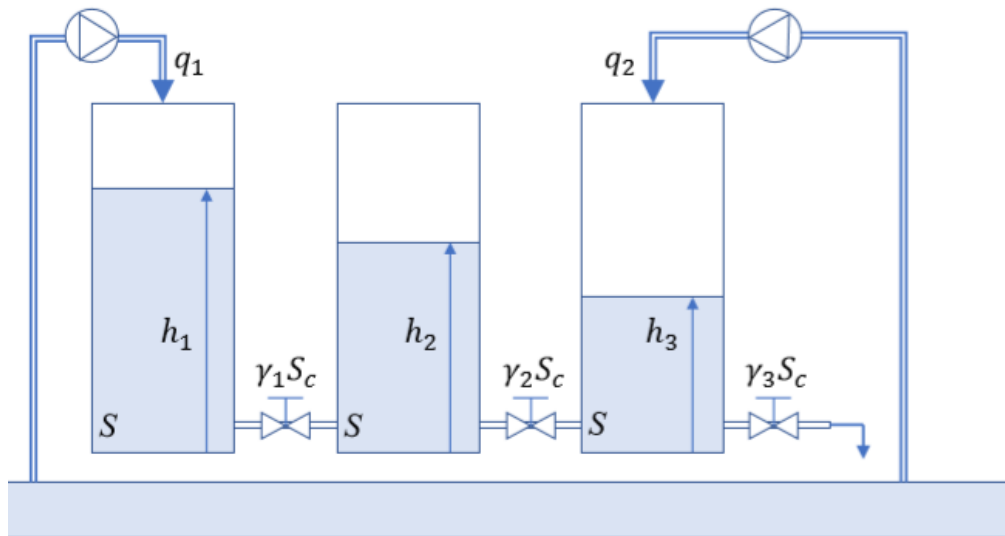
Tarkasteltava säiliösystemi on monipuolinen dynaaminen järjestelmä säätösuunnittelussa. Säiliösystemille voi suunnitella ja kehittää monenlaisia suorituskykyä parantavia säätöjärjestelmiä. Tällaisen suljetun systeemin säätösuunnittelussa ja vikadiagnostiikassa oleellista on toimilaitteiden vikojen arviointi ja eristäminen, jotta järjestelmä voidaan pitää suorituskykyisenä ja toimivana.

Esimerkiksi (Chalupa & Novák 2013) muodostivat säiliösystemistä simulaatiomallin ja tekivät sen avulla säätöjärjestelmän. He saivat aikaiseksi PID ja MPC säätimet lineaariselle mallille ja myös MPC säätimen epälineariselle mallille. Säiliösystemin säätösuunnittelua on myös tehty viitteessä (Yang ym. 2018), jossa tutkitaan robustia epälineaarista säätöä. (Precup ym. 2012) ja (Sahu & Ayyagari 2016) kehittivät säiliösystemille sumeita säätöjärjestelmiä suorituskyvyn parantamiseksi.

Säiliösystemistä on tehty myös analyyttiseen redundanssiin perustuvaa vikadiagnostiikkaa. (Theilliol ym. 2002) sovelsivat vianmääritys- ja sovittamismenetelmää säiliösystemiin tekemällä ohjaimen, joka estää järjestelmän huonontumisen ja jolla on ominaisuuksia virheiden kompensoimiseksi. Tämän lisäksi vikadiagnostiikkaa on tehty tutkimuksessa (Tanaskovic ym. 2017), jonka säiliösystemiä ja lähtöarvoja käytetään myös tässä kandidaatintyössä.

2.2 Epälineaarinen lähtötilanne

Tarkasteltava systeemi ja sen epälineaarinen malli on esitetty tutkimuksessa (Tanaskovic ym. 2017). Kuva 2 esittää tarkasteltavan systeemin. Kuvassa on kolme identtistä säiliötä ($i = 1,2,3$), joilla on pinnankorkeudet h_i ja pohjan pinta-alat S . Säiliötä yhdistää putket, joiden poikkileikattu pinta-ala on S_c ja niissä on säädettävät venttiilit, joiden asentoa kuvaa y_i . Kolmannesta säiliöstä ulosvirtaava vesi valuu venttiilin läpi altaaseen, josta pumppuilla voidaan pumpata vettä takaisin säiliöihin 1 ja 3 tilavuusvirtaudella q_1 ja q_2 . Tässä tutkimuksessa oletetaan, että pinnankorkeudet ovat portattain $h_1 > h_2 > h_3$ ja muuttujina toimivat ainoastaan aika, pumppujen tilavuusvirtaukset (q_1 ja q_2) ja pinnankorkeudet (h_i), muiden arvojen pysyessä vakioina.



Kuva 2. Tarkasteltava kolmen säiliön systeemi (Tanaskovic ym. 2017).

Alkuperäistä tutkimusta (Tanaskovic ym. 2017) tarkastelemalla saadaan selville vakioiden arvot ja voidaan myös päätellä muuttujien likimääräiset lähtöarvot simulaatiota varten, jotka on esitetty taulukossa 1.

Taulukko 1. Lähtöarvot (Tanaskovic ym. 2017).

S	Sc	y1	y2	y3	g
375 cm ²	3,42 cm ²	0,5	0,5	0,75	9,81 m/s ²

Lähteessä (Tanaskovic ym. 2017) on myös systeemin dynamiikkaa kuvaavat epälineaariset yhtälöt (1-3) jokaiselle säiliölle. Yhtälö kertoo säiliön pinnankorkeuden aikaderivaatan. Yhtälöiden (1-3) alaindeksi 'sgn' tarkoittaa signaalin etumerkkiä (sign) säiliöiden venttiileissä, eli aukeaako vai sulkeutuuko venttiili.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{q_1 - y_1 S_c \operatorname{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g(h_1 - h_2)}}{S}, \quad (1)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{y_1 S_c \operatorname{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - y_2 S_c \operatorname{sgn}(h_2 - h_3) \sqrt{2g(h_2 - h_3)}}{S}, \quad (2)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = \frac{q_2 - y_2 S_c \operatorname{sgn}(h_2 - h_3) \sqrt{2g(h_2 - h_3)} - y_3 S_c \sqrt{2gh_3}}{S}, \quad (3)$$

2.3 Linearisointi

Linearisoinnissa saadaan funktion lineaarinen approksimaatio tarkasteltavan pisteen ympäristössä. Dynaamisessa systeemissä linearisointi on menetelmä, jolla saadaan arvioitua tasapainopisteen paikallinen stabiilisuus. Tätä menetelmää hyödyntäen voidaan luoda esimerkiksi säätöjärjestelmä epälineaarille systeemille.

Linearisoinnin voi suorittaa epälineaarille yhtälöille analyttisesti tai numeerisesti. Analyttisessä määrittämisessä voidaan linearisoida jokainen termi erikseen tai koko yhtälö kerralla. Numeerisessa tavassa hyödynnetään dataa. Tässä tutkimuksessa linearisoidaan koko yhtälöt kerralla. Ensimmäiseksi pitää havaita epälineaarista yhtälöstä muuttujat ja vakiot. Tässä tapauksessa muuttujia ovat h_i , q_j ja t sekä vakioita y_i , g , S_c ja S . Koko massatase linearisoidaan Taylorin sarjakehitelmällä. Koska yhtälössä on kolme muuttujaa, käytetään yhtälön laajentamiseen monen muuttujan sarjakehitelmää (Lusikka 2018)

$$f(x_1, \dots, x_d) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_d=0}^{\infty} \frac{\partial^{n_1}}{\partial x_1^{n_1}} \dots \frac{\partial^{n_d}}{\partial x_d^{n_d}} \frac{f(a_1, \dots, a_d)}{n_1! \dots n_d!} (x_1 - a_1)^{n_1} \dots (x_d - a_d)^{n_d}, \quad (4)$$

Yhtälön (4) sarjakehitelmä katkaistaan ensimmäisen derivaatan jälkeen. Laajennuksen jälkeen ratkaistaan osittaisderivaatat, sijoitetaan sarjakehitelmään ja tehdään pienet muutokset (Δ) tasapainotilan ympärillä kaikille kolmelle yhtälölle eli

$$q_1 = \bar{q}_1 + \Delta q_1, q_2 = \bar{q}_2 + \Delta q_2, h_1 = \bar{h}_1 + \Delta h_1, h_2 = \bar{h}_2 + \Delta h_2 \text{ ja } h_3 = \bar{h}_3 + \Delta h_3.$$

Muutosten jälkeen saadaan dynaaminen lineaarinen malli tasapainotilan ympärillä (5-7), kun vakion derivaatta on nolla:

$$S \frac{d\Delta h_1}{dt} = \Delta q_1 - \frac{S c y_1 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_1 - \bar{h}_2)}} \Delta h_1 + \frac{S c y_1 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_1 - \bar{h}_2)}} \Delta h_2, \quad (5)$$

$$S \frac{d\Delta h_2}{dt} =$$

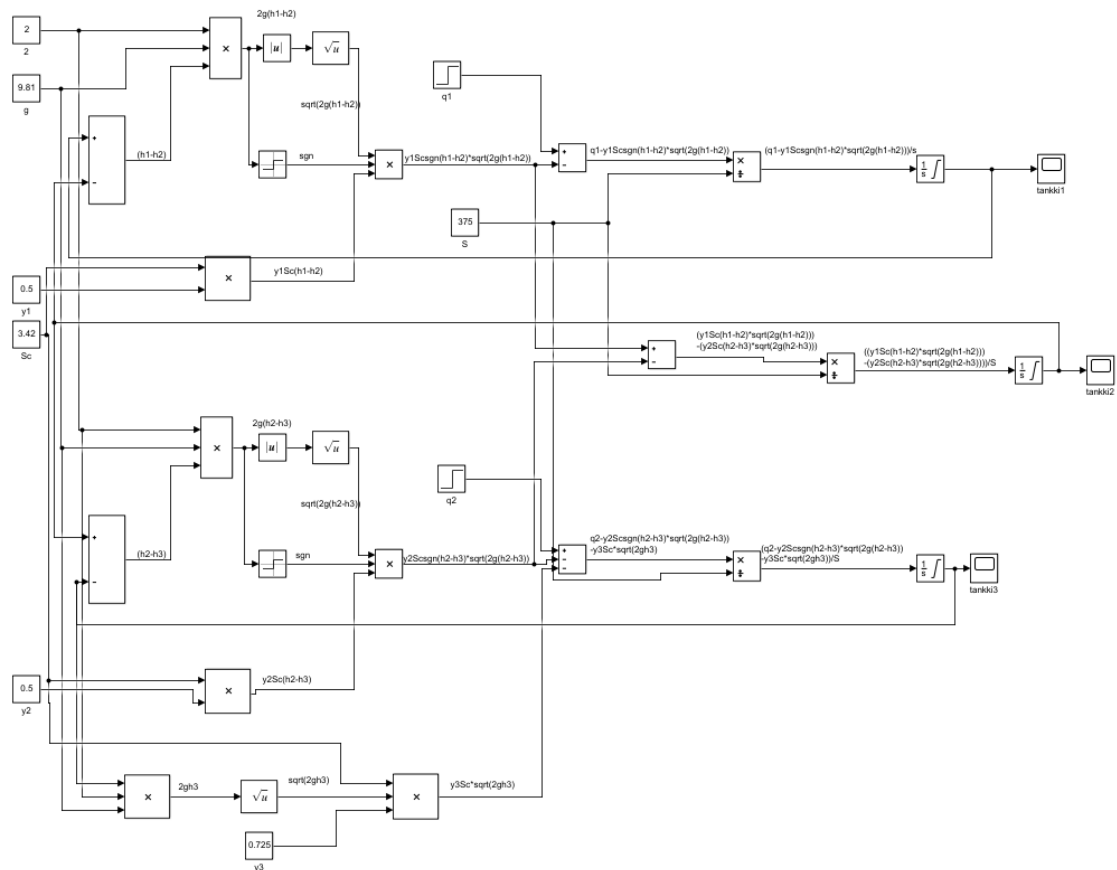
$$\frac{S c y_1 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_1 - \bar{h}_2)}} \Delta h_1 - \frac{S c y_1 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_1 - \bar{h}_2)}} \Delta h_2 - \frac{S c y_2 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_2 - \bar{h}_3)}} \Delta h_2 + \frac{S c y_2 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_2 - \bar{h}_3)}} \Delta h_3, \quad (6)$$

$$S \frac{d\Delta h_3}{dt} = \Delta q_2 - \frac{S c y_2 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_2 - \bar{h}_3)}} \Delta h_2 + \frac{S c y_2 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g(\bar{h}_2 - \bar{h}_3)}} \Delta h_3 - \frac{S c y_3 g \sqrt{2}}{2\sqrt{g \bar{h}_3}} \Delta h_3, \quad (7)$$

3 TUTKIMUKSEN SUORITTAMINEN JA TULOSTEN TARKASTELU

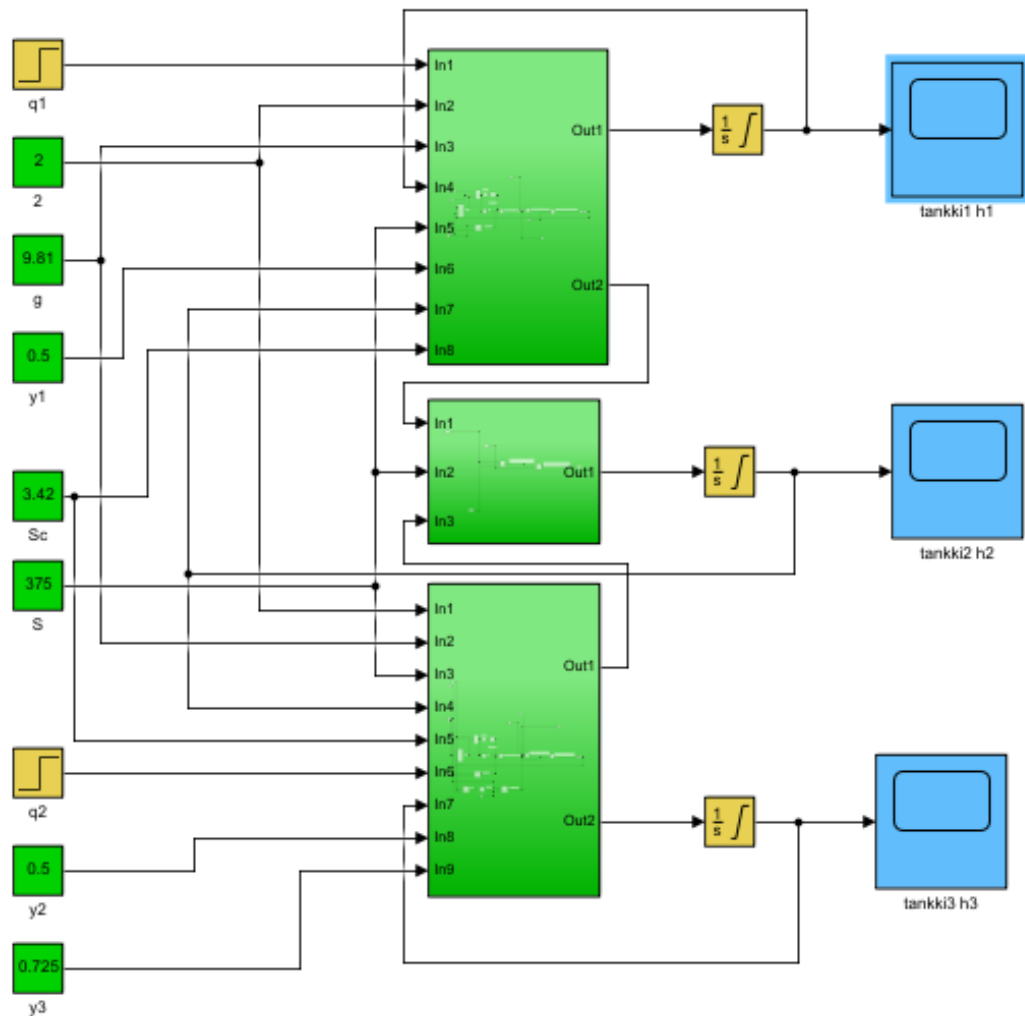
3.1 Epälineaarisen mallin testaus

Ensimmäinen tutkimusvaihe on tehdä epälineaarinen malli Matlabin Simulink-ohjelmalla. Mallin piirtämistä helpottaa, kun kirjoittaa ulostulevan yhtälön jokaisen lohkon (block)jälkeen. Mallissa käytetään h_i :n lähtöarvoina portattaisia arvoja $h_1 = 8$ cm, $h_2 = 7$ cm ja $h_3 = 6$ cm, jotka syötetään Simulink -mallissa integraattori -lohkoihin lähtöarvoksi.



Kuva 3. Epälineaarinen malli.

Luotu Simulink -malli näyttää tässä kuvan 3 muodossa hyvin sekavalta, joten on hyvä lisätä malliin osajärjestelmiä (subsystem), eli lohkoja jotka tiivistävät sisäänsä halutun osan mallista ts. tiivistävät rajatun lohkokaaavion. Värien avulla voidaan mallin esitystä selkeyttää edelleen sekä erotella muuttujat ja vakioit toisistaan.

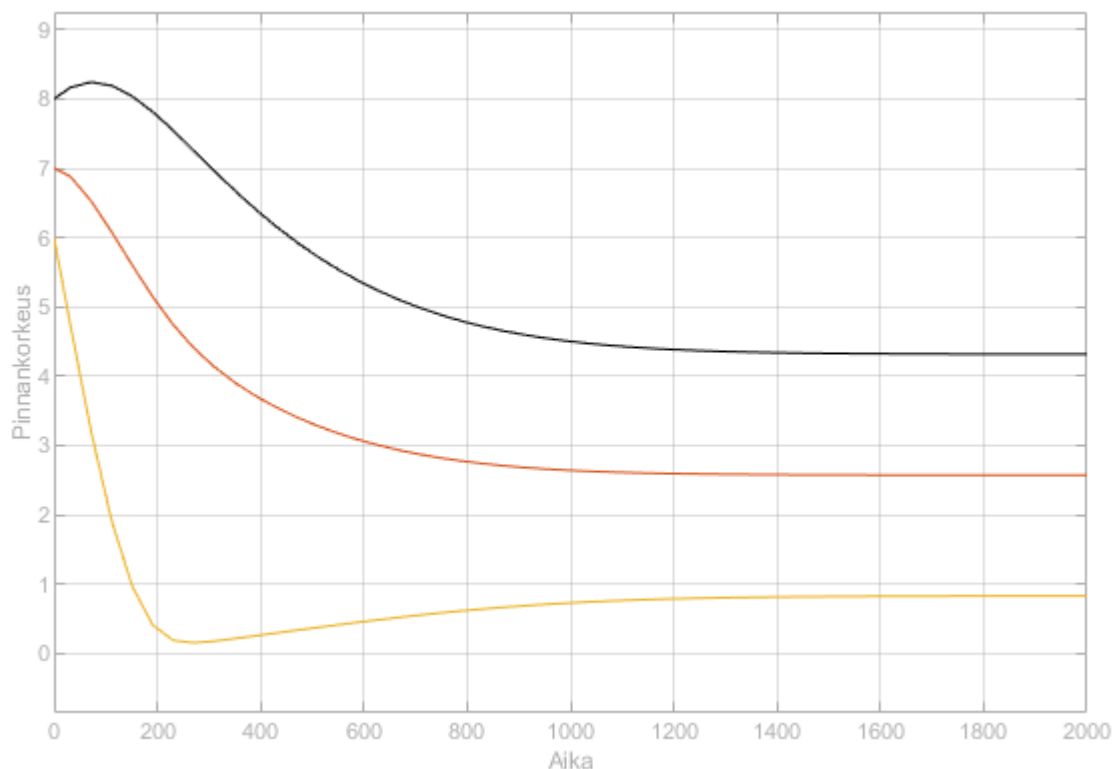


Kuva 4. Epälineaarinen malli osajärjestelmillä.

Kun malliin on lisätty osajärjestelmiä, saadaan kuvan 4 kaltainen esitys, joka on paljon selkeämpi. Vasemmassa reunassa on yhtälöiden vakio arvot vihreäksi värjätynä (vakio lohko (constant block)), keskellä isot vihreät lohkot ovat jokaisen säiliön mekanismin osajärjestelmiä. Keltaiset lohkot ovat säädettäviä muuttujia. Kun halutaan tarkastella

tuloksia eri muuttujien arvoja käyttämällä, voidaan helposti vain syöttää mallin keltaisiin lohkoihin halutut arvot. Siniset tarkastelu -lohkot (scope) piirtävät mallin ulostulon.

Simuloinnin tuloksena saadaan jokaisen säiliön pinnankorkeus ajan funktiona (Kuva 5). Kokeilemalla eri muuttujien arvoja pyritään saamaan välitulokset siten, että systeemistä saadaan stabiili ja pinnankorkeudet ovat portaittain, eivätkä mene missään välissä nollassi. Esimerkiksi syöttämällä $q_1 = 10 \text{ cm}^3/\text{s}$, $q_2 = 20 \text{ cm}^3/\text{s}$, $h_1 = 8 \text{ cm}$, $h_2 = 7 \text{ cm}$ ja $h_3 = 6 \text{ cm}$ saadaan säiliöiden kuvaajaksi stabiili tilanne ajassa 2000 s. Kuvaajan y-akseli kuvaa h_i arvoa [cm] ja x-akseli aikaa [s].

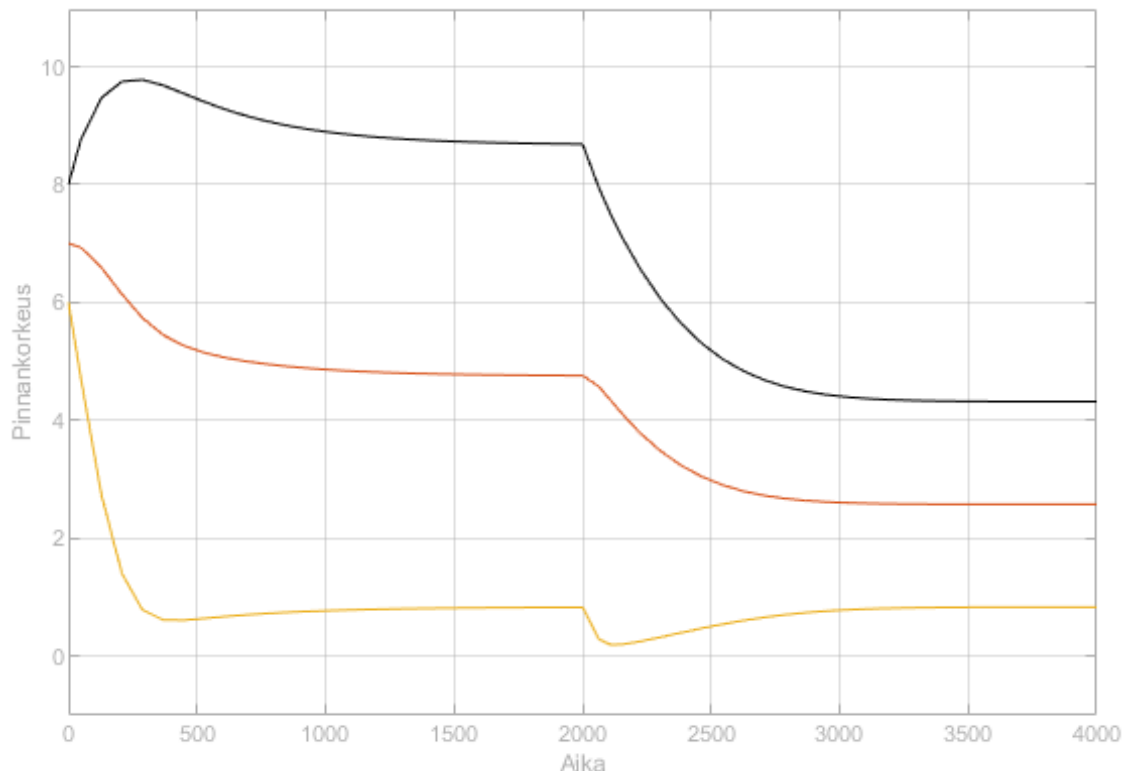


Kuva 5. Tasapainotilan simulointi epälineaarilla mallilla. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

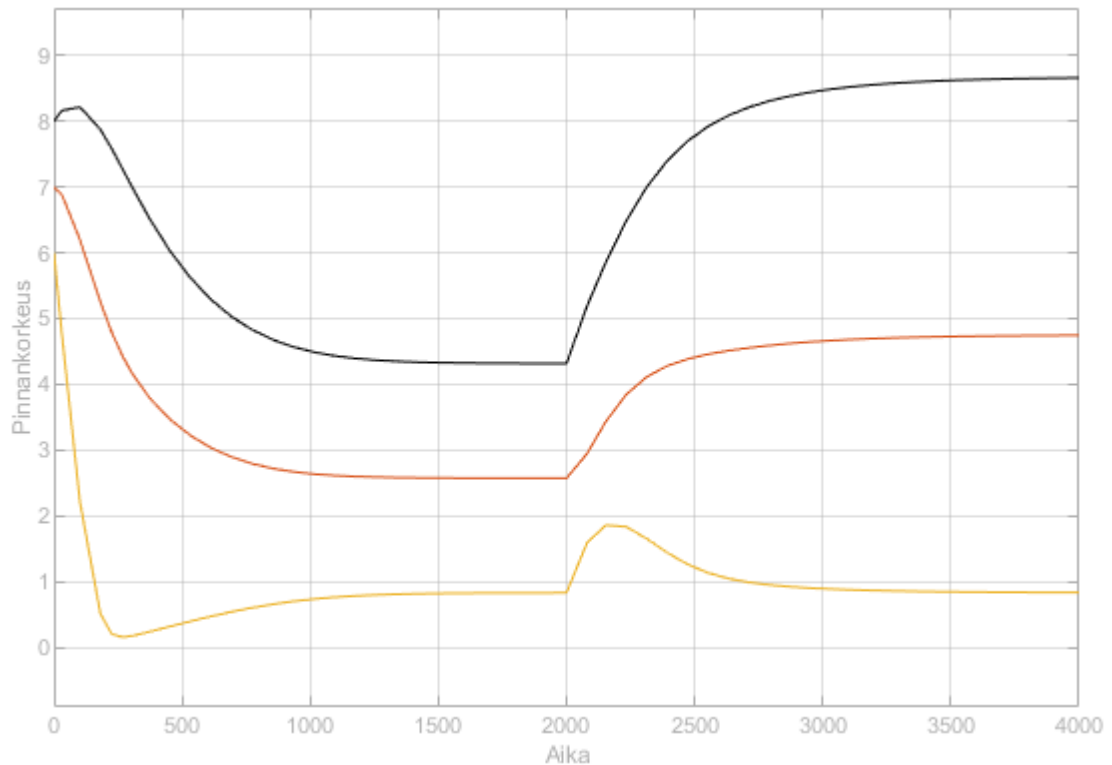
Tarkastelemalla jokaisen säiliön stabiloitumispistettä ajassa 2000 s, saadaan h_i arvoiksi $h_1 \approx 4,316 \text{ cm}$, $h_2 \approx 2,572 \text{ cm}$ ja $h_3 \approx 0,829 \text{ cm}$. Valitaan nämä h arvot linearisointipisteeksi.

Ensimmäisessä epälineaarisen mallin testissä simuloidaan askelmuutoksia sisääntuloille q_j . Kuva 6 esittää pinnankorkeuksien dynaamisen käyttäytymisen, kun q_j :n askelmuutos (step) alkaa ensin korkeammasta arvosta ja laskee 2000 sekunnin jälkeen pienempään arvoon. Sen jälkeen sama testi on suoritettu toisinpäin (kuva 7). Testiaikana pidetään 4000 sekuntia, joka on riittävä pinnankorkeuksien stabiloitumiselle.

Kuvasta 6 ja 7 voidaan havaita tilanteita verratessa toisiinsa, että q_j muutos tekee suurimman vaikutuksen ensimmäisen säiliön pinnankorkeuteen ja pienimmän vaikutuksen kolmannen säiliön pinnankorkeuteen. Kolmannen säiliön pinnankorkeus laskee molemmissa tilanteissa lähelle nollaa. Kolmannen säiliön pinnankorkeus ei muutu yhtä paljon, kuin ensimmäisessä ja toisessa, koska säiliöstä vettä ulos juoksuttavan venttiilin parametri y_3 on suurempi. Molemmissa epälineaarisisissa tilanteissa kuitenkin nähdään, että asettumisaika on sama.



Kuva 6. Tasapainotilan simulointi epälineaarisella mallilla, kun ajanhetkellä $t = 2000$ q_1 laskee arvosta 15 arvoon 10 ja q_2 arvosta 25 arvoon 20. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

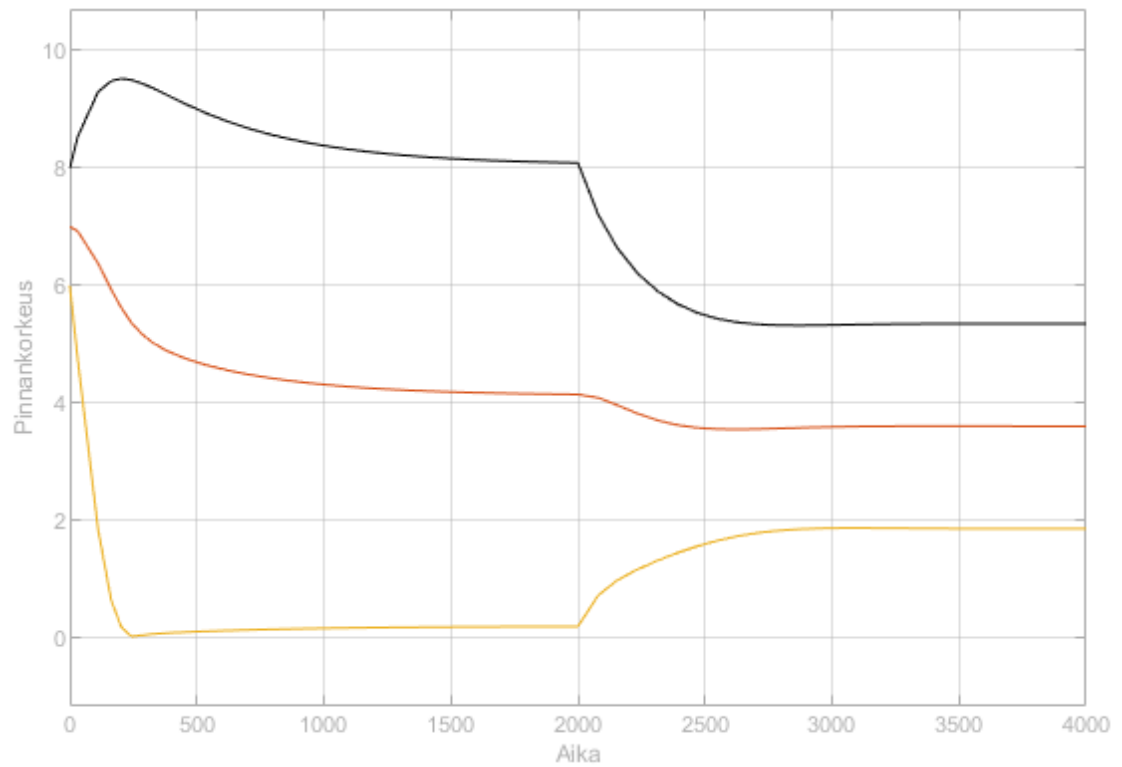


Kuva 7. Tasapainotilan simulointi epälineaarisella mallilla, kun ajanhetkellä $t = 2000$ q_1 nousee arvosta 10 arvoon 15 ja q_2 arvosta 20 arvoon 25. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

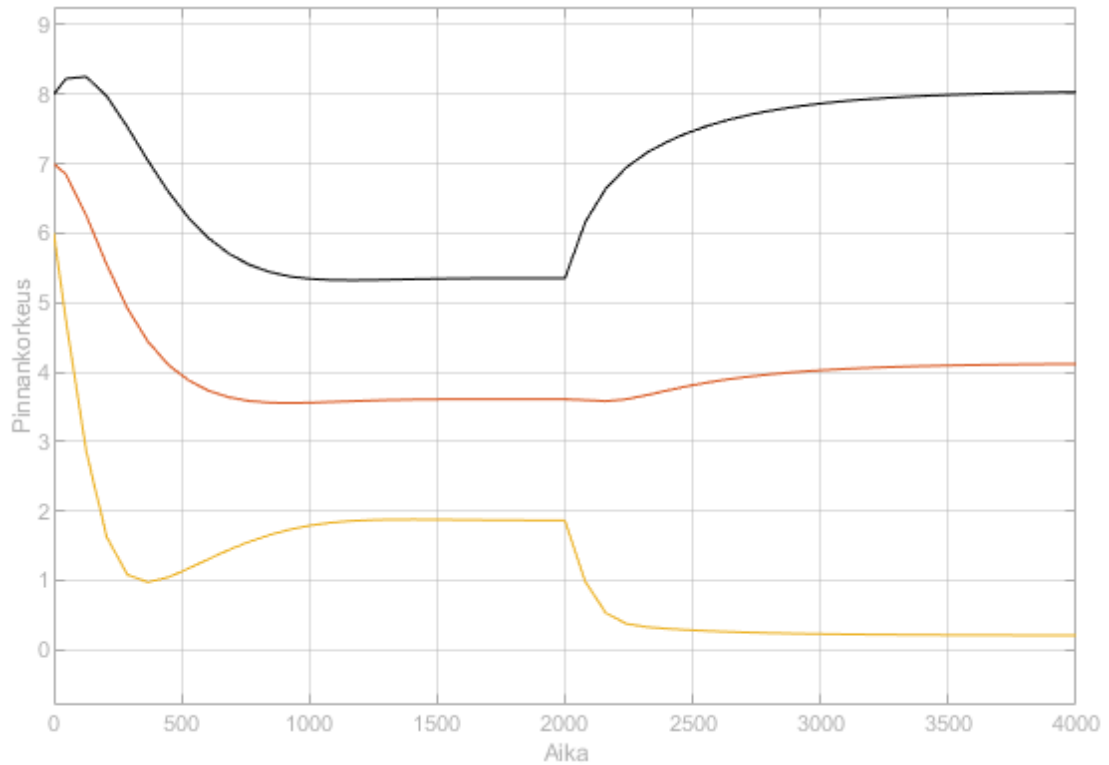
Toisessa epälineaarisen mallin testissä (kuva 8 ja 9) kokeillaan sisääntulojen q_j porrasta ristikkäin. Kuvassa 8 q_1 laskee 2000 sekunnin jälkeen, kun taas q_2 nousee korkeammaksi. Kuvassa 9 tehdään sama testi, mutta päinvastoin.

Testailemalla useita eri arvoja, voidaan todeta, että epälineaarilla systeemillä menee muutoksen jälkeen aina noin 2000 sekuntia aikaa stabiloitua. Lisäksi q_1 arvon on oltava pienempi, kuin q_2 , muuten kolmannen säiliön pinnankorkeus tippuu nolleen. Huomataan myös, että kun pumppujen virtausnopeus on suuri, niin silloin pinnankorkeuksissa on paljon hajontaa. Matalalla pumppausnopeudella pinnankorkeudet pysyttelevät lähellä toisiansa. Huomataan myös, että kolmannesta säiliöstä virtaa nopeammin vettä ulos, kuin ensimmäisestä ja toisesta. Tästä johtuen ristikkäin sisääntulojen q_1 ja q_2 muutokset saavat kolmannen säiliön pinnankorkeuden muuttumaan eri suuntaan, kuin ensimmäisen ja

toisen.



Kuva 8. Tasapainotilan simulointi epälineaaraisella mallilla. Ajanhetkellä $t = 2000$ q_1 laskee arvosta 15 arvoon 10 ja q_2 nousee arvosta 20 arvoon 25. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .



Kuva 9. Tasapainotilan simulointi epälineaarilla mallilla. Ajanhetkellä $t = 2000$ q_1 nousee arvosta 10 arvoon 15 ja q_2 laskee arvosta 25 arvoon 20. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

3.2 Lineaarisen mallin testaus

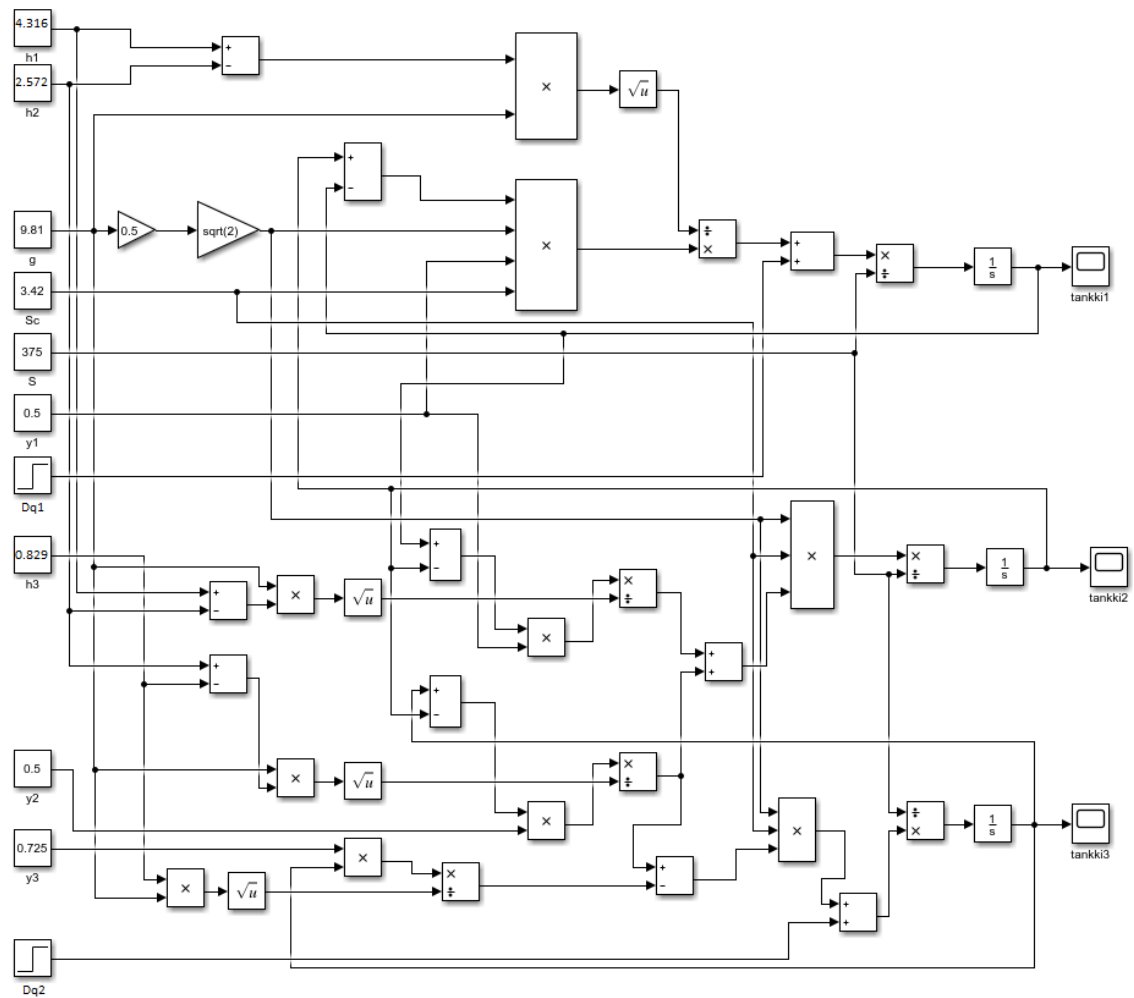
Seuraavassa vaiheessa sijoitetaan lineaarisiin yhtälöihin (5), (6) ja (7) epälineaarisen Simulink -mallin kuvaajista saadut tasapainotilan (linearisointipisteen) arvot $\bar{h}_1 = 4,316$, $\bar{h}_2 = 2,572$ ja $\bar{h}_3 = 0,829$ ja pumppujen lähtöarvoiksi $\bar{q}_1 = 10$ ja $\bar{q}_2 = 20$. Yhtälöt sievennetään siihen muotoon, että näiden pohjalta on hyvä piirtää lineaarinen malli Simulinkissä. Tässä tapauksessa parhaaksi tavaksi tehdä sievennys on katsottu muoto, jossa voi tarvittaessa vielä muuttaa linearisointipisteen \bar{h}_i arvoja Simulinkistä.

$$\frac{d\Delta h_1}{dt} = \frac{\Delta q_1}{s} - \frac{S_c y_1 \frac{1}{2} g \sqrt{2} (\Delta h_2 - \Delta h_1)}{S \sqrt{g(4,316 - 2,572)}}, \quad (8)$$

$$\frac{d\Delta h_2}{dt} = \frac{S_c \frac{1}{2} g \sqrt{2} \left(\frac{y_1(\Delta h_1 - \Delta h_2)}{\sqrt{g(4,316 - 2,572)}} + \frac{y_2(\Delta h_3 - \Delta h_2)}{\sqrt{g(2,572 - 0,829)}} \right)}{S}, \quad (9)$$

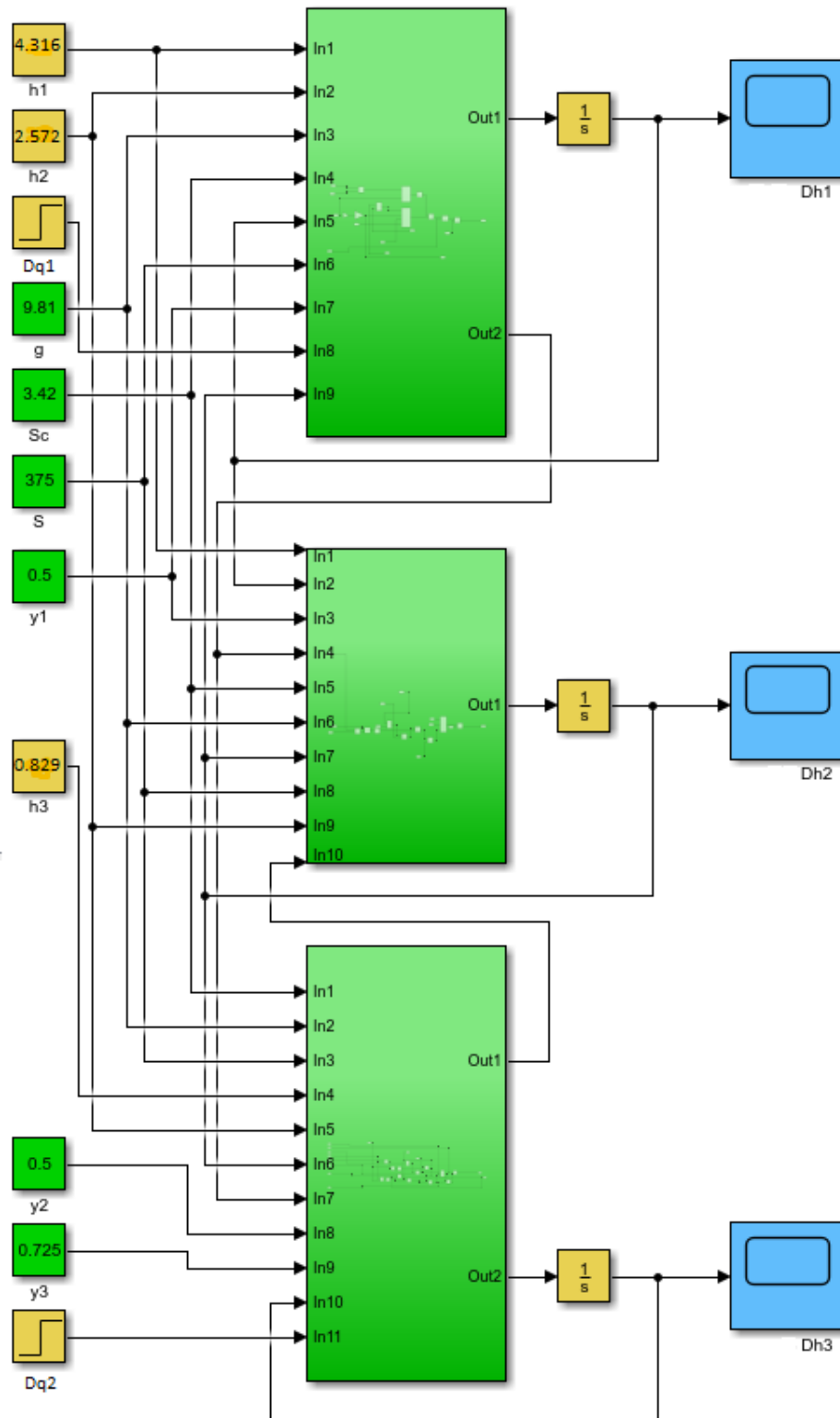
$$\frac{d\Delta h_3}{dt} = \frac{\Delta q_2}{S} + \frac{S_c \frac{1}{2} g \sqrt{2} \left(\frac{y_2(\Delta h_3 - \Delta h_2)}{\sqrt{g(2,572 - 0,829)}} - \frac{y_3 \Delta h_3}{\sqrt{g 0,829}} \right)}{S}, \quad (10)$$

Samalla tavalla kuin epälineaarisissa yhtälöissä, voidaan lineaariset yhtälöt mallintaa Matlabin Simulink -ohjelmaan (kuva 10). Tällä kertaa saadaan Simulink mallintamaan kolmen säiliön järjestelmää tasapainotilan ympäristössä ja tulosten kuvaajat kertovat säiliön pinnankorkeuden sijaan säiliön pinnankorkeuksien muutokset ajan suhteen. Linearisointipisteen tiedot syötetään erillisinä vakiolohkoina ja integraattoreina käytetään nollaa lähtöarvoina (initial condition).



Kuva 10. Lineaarinen malli.

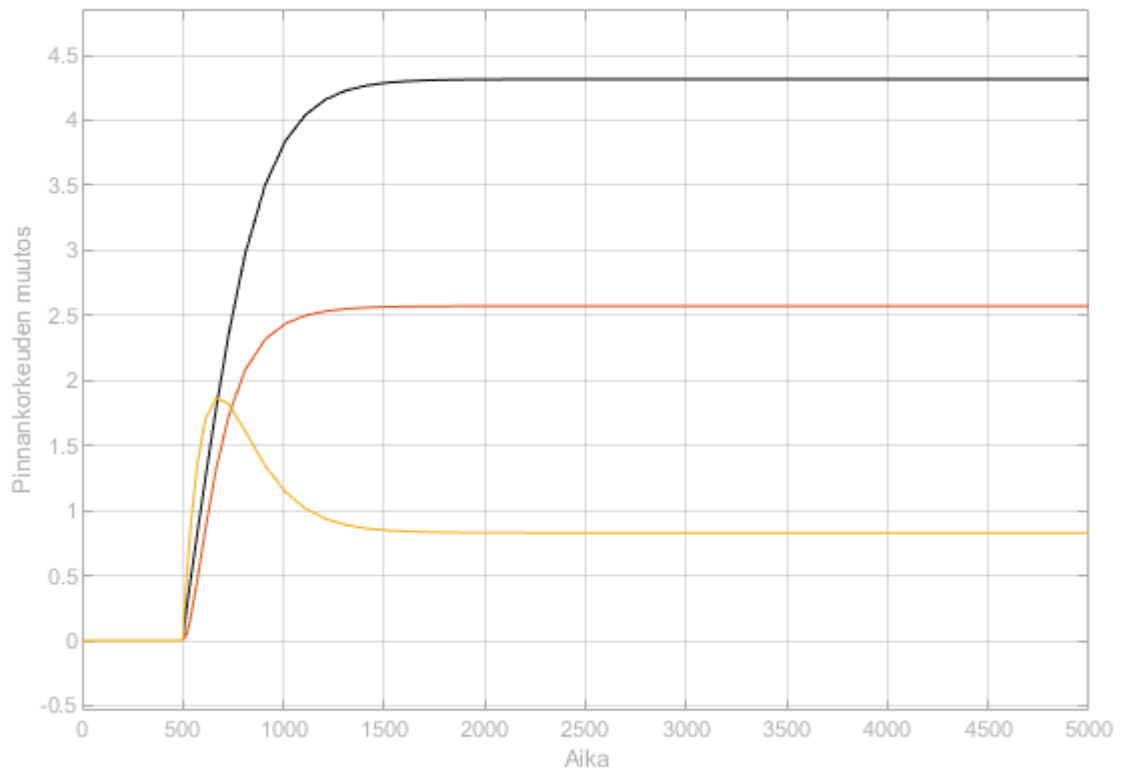
Saatu Simulink -malli näyttää jälleen monimutkaiselta, joten on hyvä lisätä jokaiselle säiliölle oma mekanismia kuvaava osajärjestelmä sekä muuttujat ja vakioarvot erivärisiksi. Tulosten tarkastelua varten on hyvä mahdollistaa \bar{h}_i arvojen muuttaminen tarvittaessa.



Kuva 11. Lineaarinen malli osajärjestelmillä.

Tässä kuvan 11 mallissa vihreät lohkot vasemmassa reunassa ovat vakioita ja keltaiset ovat muuttujia tai muutettavissa olevia arvoja. Isot vihreät osajärjestelmät sisältävät jokaisen säiliön simulaation mekanismit. Siniset tarkastelu lohkot antavat kuvaajan missä näkyy jokaisen säiliön muutoksen arvo ajan funktiona tasapainotilan ympäristössä.

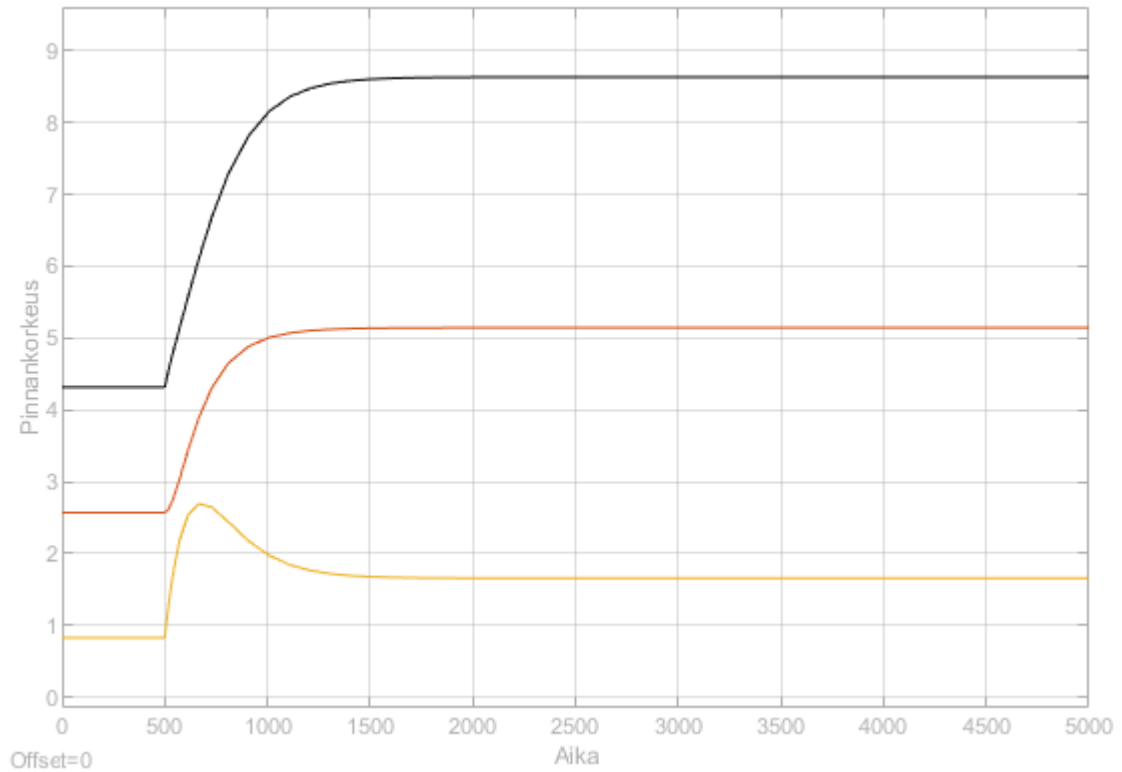
Tulosten tarkastelua varten kokeillaan eri askelarvoja Δq_i :lle, mutta integraattoreissa h_i :n alkuarvo pysyy nollana. Linearisessa mallissa Δq_i :n askelarvo on oltava aluksi nolla, koska lineaarinen malli kertoo muutoksesta tasapainotilan ympäristössä. Kuvan 12 tapauksessa on Δq_1 arvoa muutettu arvosta $0 \text{ cm}^3/\text{s}$ arvoon $5 \text{ cm}^3/\text{s}$ 500 sekunnin jälkeen. Vastaavasti Δq_2 on muuttunut arvosta $0 \text{ cm}^3/\text{s}$ arvoon $10 \text{ cm}^3/\text{s}$, kun $t = 4500 \text{ s}$.



Kuva 12. Pinnankorkeuden muutos lineaarisessa mallissa. Ajan hetkellä $t = 500$ Δq_1 arvo on 5 ja Δq_2 arvo on 10. Musta viiva Δh_1 , punainen viiva Δh_2 ja keltainen viiva Δh_3 .

Kuvassa 12 y-akseli kuvaa säiliöiden pinnankorkeuden muutosta [cm] ja x-akseli kuvaa aikaa [s]. Summaamalla Simulinkissä tarkasteluun vielä: $\bar{h}_1 = 4,316$, $\bar{h}_2 =$

2,572 ja $\bar{h}_3 = 0,829$ saadaan lineaarisen mallin lopullisen pinnankorkeuden absoluuttinen kuvaaja ajan suhteen (kuva 13).

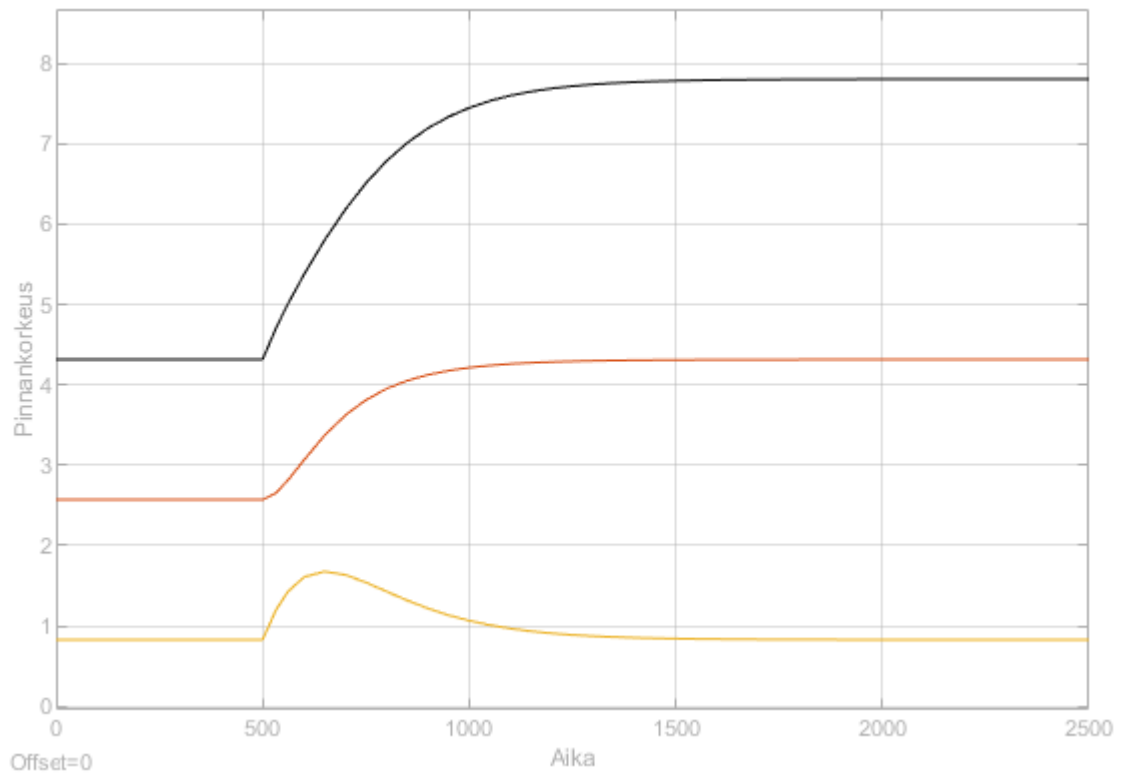


Kuva 13. Tasapainotilan simulointi lineaarisella mallilla. Ajan hetkellä $t = 500$ Δq_1 arvo on 5 ja Δq_2 arvo on 10. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

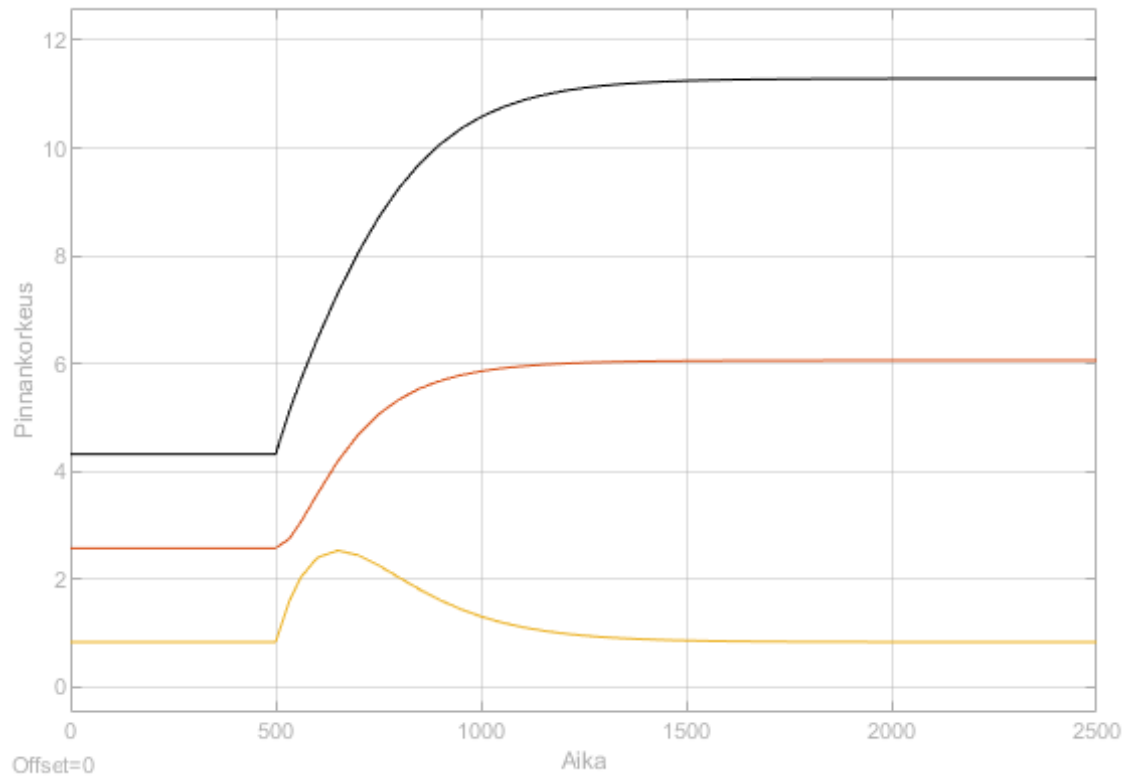
Nyt kun lineaarinen Simulink -malli on valmis, voidaan tarkastella sen toimintaa. Huomataan heti, että 5000 sekunnin testiaika on turhan pitkä aika systeemin stabiloitumiselle, joten seuraavissa simuloinneissa kesto on puolitettu. Jotta saadaan hyvät vertailutulokset epälineaariseen mallille, sijoitetaan pumpun virtauksen muutoksen arvoiksi ensin $5 \text{ cm}^3/\text{s}$ molemmille pumpuille ja sen jälkeen kokeillaan suuremmalla porrastuksella samaa.

Kuvista 14 ja 15 huomataan, että mitä suurempi q_j muutos, sitä suurempi on hajonta pinnankorkeuksilla. Kun kuvaa 14 vertaa epälineaariseen kuvaajaan (kuva 7), jossa molemmat q_j arvot kasvavat $5 \text{ cm}^3/\text{s}$ niin huomataan, että lineaarisen mallin

pinnankorkeudet h_1 ja h_2 ovat vain hieman matalammat kuin epälineaarissa mallissa, mutta h_3 arvot ovat samat stabiilissa tilassa. Kuvista nähdään myös, että lineaarisella mallilla menee noin 1500 sekuntia stabiloitua muutoksen jälkeen, kun epälineaarilla stabiloituminen kesti noin 2000 sekuntia.



Kuva 14. Tasapainotilan simulointi lineaarisella mallilla. Ajanhetkellä $t = 500$ Δq_1 arvo on 5 ja Δq_2 arvo on 5. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

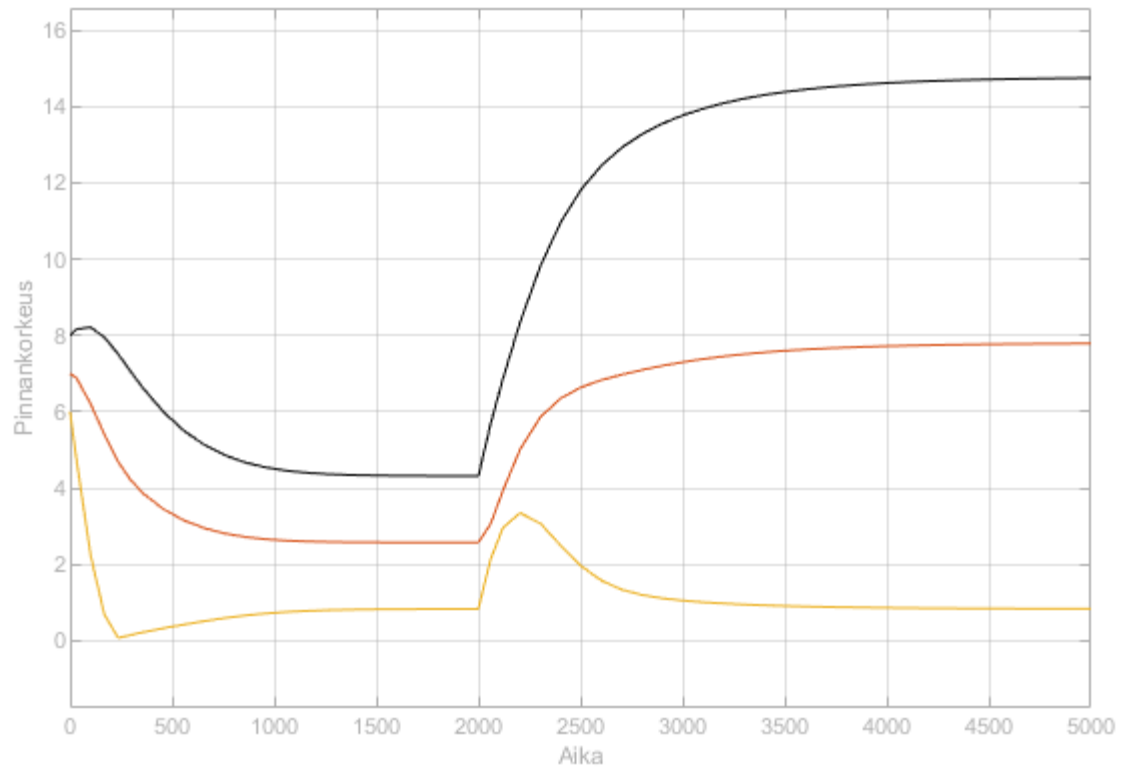


Kuva 15. Tasapainotilan simulointi lineaarisella mallilla. Ajanhetkellä $t = 500$ Δq_1 arvo on 10 ja Δq_2 arvo on 10. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

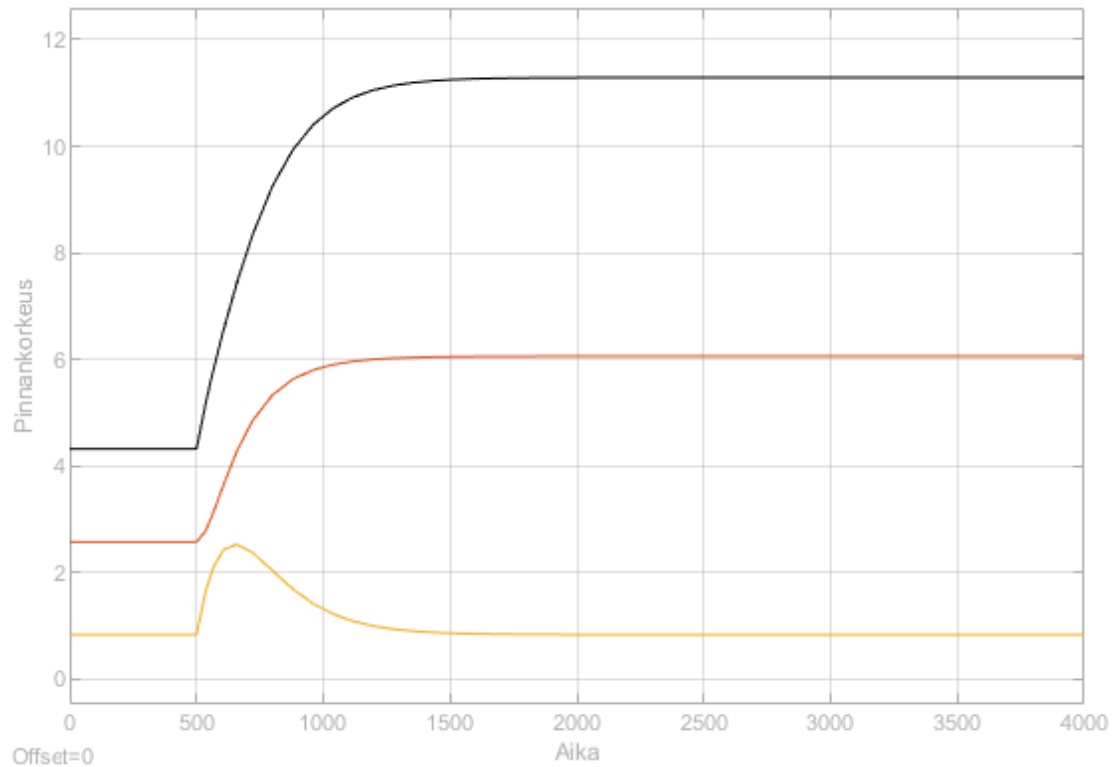
3.3 Mallien vertailu ja toimintapisteen raja

Kun syötetään epälineaariseen ja lineaariseen malliin vastaavanlaiset pumppujen toiminnot, niin voidaan vertailla kuinka hyvin lineaarisen mallin absoluuttinen arvo seuraa epälineaarisen mallin tulosta. Tiedetään, että linearisoitu malli on vain approksimaatio ja kertoo tarkan tuloksen ainoastaan tasapainotilan ympäristössä. Näin on hyvä testata, kuinka pitkälle tämä yksinkertainen lineaarinen malli on luotettava.

Kuvassa 16 on epälineaarisen ja kuvassa 17 lineaarisen mallin vasteet. Molemmissa on vastaavanlainen tilanne eli q_j muuttuu $10 \text{ cm}^3/\text{s}$ suuremmaksi. Nähdään, että lineaarinen malli ei ole enää luotettava näin suurella q_j :n muutoksella, koska stabiilissa tilanteessa h_1 korkeudet heittävät jopa $3,46 \text{ cm}$ toisistansa. Lineaarinen malli myös stabiloituu huomattavasti nopeammin kuin epälineaarinen.

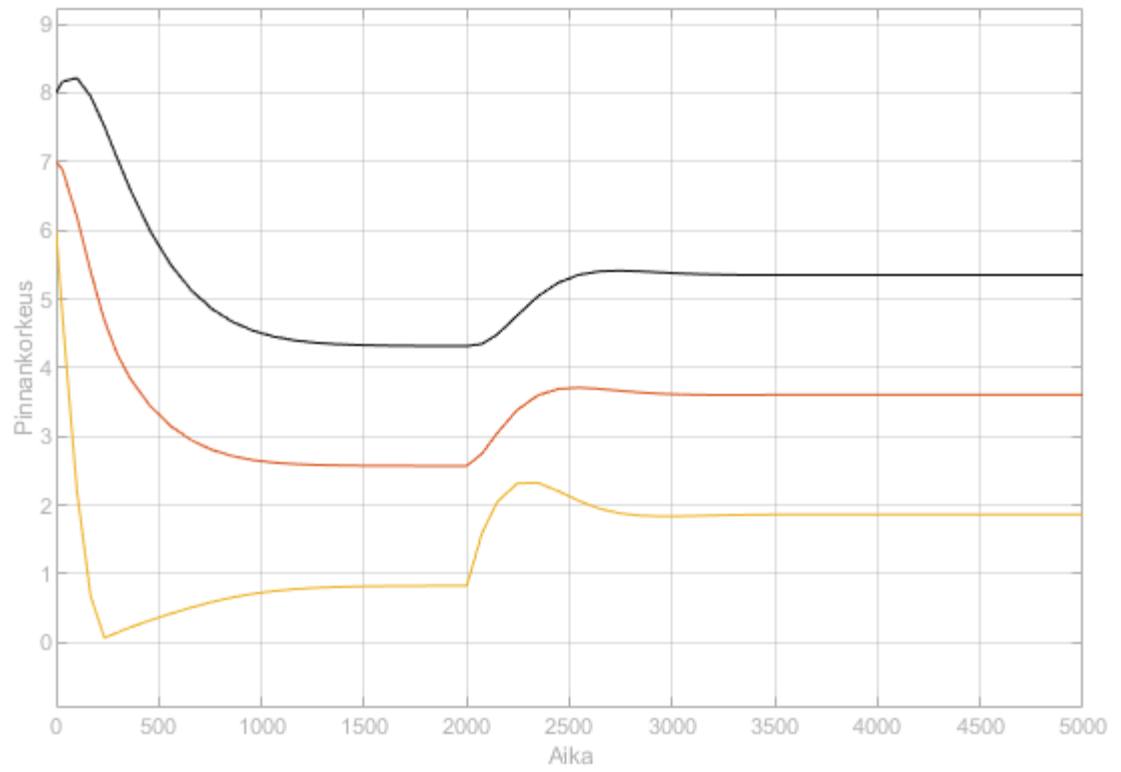


Kuva 16. Tasapainotilan simulointi epälinearisella mallilla. Ajanhetkellä $t = 2000$ q_1 nousee arvosta 10 arvoon 20 ja q_2 nousee arvosta 20 arvoon 30. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

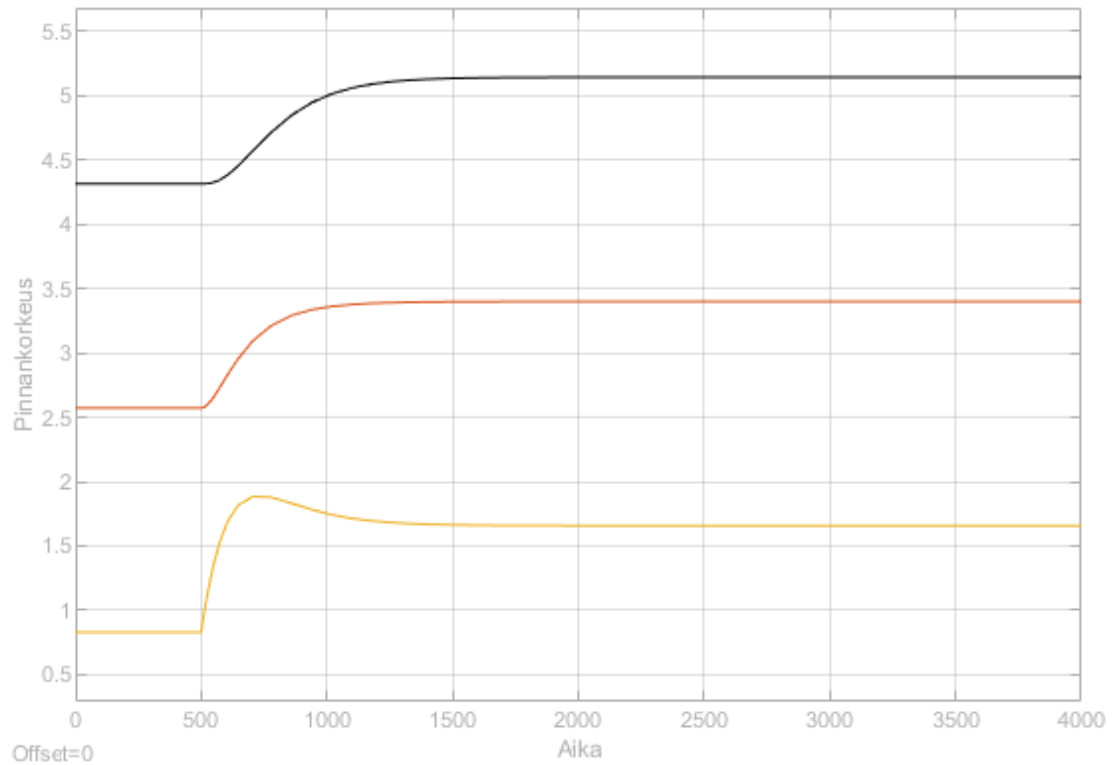


Kuva 17. Tasapainotilan simulointi lineaarisella mallilla. Ajanhetkellä $t = 500$ Δq_1 arvo on 10 ja Δq_2 arvo on 10. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

Kun lineaarista ja epälineaarista mallia vertailee keskenään q_1 :n kasvaessa askeleella $5 \text{ cm}^3/\text{s}$, mutta q_2 :n pysyessä vakiona, niin huomataan että lineaarisessa mallissa h_3 menee nolaksi, joten se on huono vertailukohde. Jos tekee tilanteen toisinpäin eli pitää ensimmäisen pumpun q_1 virtauksen vakiona, mutta nostaa q_2 arvoa askeleella $5 \text{ cm}^3/\text{s}$ niin saadaan seuraavat kuvaajat (kuva 18 ja 19). Kuvassa 18 on epälineaarisen mallin tulos ja kuvassa 19 lineaarisen mallin tulos. Huomataan, että lineaarinen malli toimii lähes vastaavalla tavalla kuin epälineaarinen, ainoastaan pinnankorkeudet jokaisella säiliöllä on reilu 2 millimetriä matalammalla lineaarisessa mallissa.



Kuva 18. Tasapainotilan simulointi epälinearisella mallilla. Ajanhetkellä $t = 2000$ q_1 pysyy arvossa 10 ja q_2 nousee arvosta 20 arvoon 25. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .



Kuva 19. Tasapainotilan simulointi lineaarisella mallilla. Ajanhetkellä $t = 500$ Δq_1 arvo on 0 ja Δq_2 arvo on 5. Musta viiva h_1 , punainen viiva h_2 ja keltainen viiva h_3 .

Viimeiseksi määritetään suurin tasapainotilan sallittu suhteellinen virhe. Suhteellinen virhe rajaa alueen, milloin lineaarisesta mallia voidaan pitää luotettavana. Tiedetään, että säiliöiden pinnankorkeuksien tarkkuus lineaarisessa mallissa ei ole kaikilla säiliöillä sama, joten suurin sallittu suhteellinen virhe määritetään säiliöstä, jolla on suurin poikkeama epälineaarisen mallin pinnankorkeudesta.

Jotta saadaan rajattua riittävän tarkka toiminta-alue lineaariselle mallille, on tehtävä useita testejä. Kuvassa 20 on viidentoista testin tulokset taulukoituna. Suurimmaksi tasapainotilan sallituksi suhteelliseksi virheeksi valitaan 10%. Taulukossa on vasemmassa reunassa molemmille malleille pumpun 1 ja 2 muutoksen määrä (cm^3/s), Eh_i (cm) kertoo testituloksen epälinearisessa mallissa ja Lh_i (cm) lineaarisessa. Oikeassa laidassa on laskettu jokaiselle säiliölle erikseen suhteellinen virhe seuraavalla laskukaavalla.

$$x_i = \frac{Lh_i - Eh_i}{Eh_i} \times 100\%, \quad (11)$$

Jos simulaation jokaisen säiliön suhteellinen virhe on 10% tai vähemmän, voidaan sanoa, että lineaarinen malli kuvaa säiliösystemiä riittävän tarkasti.

Dq1(cm ³ /s)	Dq2(cm ³ /s)	Eh1(cm)	Eh2(cm)	Eh3(cm)	Lh1(cm)	Lh2(cm)	Lh3(cm)	x1(%)	x2(%)	x3(%)	<10%
3	3	6,72	3,775	0,8291	6,408	3,618	0,829	4,64	4,16	0,012	sallittu
5	5	8,672	4,75	0,8293	7,803	4,315	0,829	10	9,16	0,036	sallittu
10	10	14,75	7,788	0,934	11,29	6,058	0,829	23,46	22,21	0,6	
15	15	22,46	11,64	0,8516	14,78	7,801	0,829	34,19	32	2,65	
0	5	5,351	3,608	1,865	5,145	3,401	1,658	3,85	5,74	11,1	
0	3	4,887	3,144	1,401	4,813	3,069	1,326	1,51	2,39	5,35	sallittu
5	0	8,048	4,127	0,2077	6,974	3,486		13,34	15,53		
3	0	6,297	3,352	0,406	5,911	3,12	0,3316	6,13	6,92	18,33	
2	0	5,551	3,041	0,531	5,379	2,938	0,4974	3,1	3,39	6,67	sallittu
-5	-5	1,701	1,264	0,8288	0,8295	0,829	0,829	51,23	34,41	0,024	
-2	-2	3,06	1,945	0,829	2,921	1,875	0,829	4,54	3,6	0	sallittu
0	-2	4,017	2,274	0,5306	3,984	2,24	0,4974	0,82	1,5	6,26	sallittu
-2	0	3,425	2,309	1,194	3,253	2,206	1,161	5,02	4,46	2,76	sallittu
0	-3	3,892	2,149	0,4062	3,819	2,075	0,3316	1,88	3,44	18,37	
-3	0	3,109	2,255	1,401	2,721	2,024	1,326	12,48	10,24	5,35	

Kuva 20. Testituloksia taulukoituna.

Kuvan 20 tuloksista voidaan päätellä, että jos molempien pumppujen arvoa muutettiin saman verran, niin suurin luotettava muutos ylöspäin oli 5 cm³/s ja alaspäin -2 cm³/s. Jos ensimmäinen pumppu q₁ pysyy vakiona ja vain q₂ säädetään, niin muutoksen ylärajana on noin 4 cm³/s ja alarajana noin -2 cm³/s. Kun taas tilanne on toisinpäin, eli q₂ pysyy vakiona ja ensimmäistä pumppua säädetään, niin yläraja on vain noin 2 cm³/s ja alaraja myös -2 cm³/s. Jos rajat ylitetään, niin lineaarinen malli ei ole enää riittävän luotettava valitulla suhteellisen virheen kriteerillä.

4 YHTEENVETO

Kandidaatintyön tehtävänä oli mallintaa dynaamista kolmen säiliön järjestelmää. Tähän sisältyi tutkimusta systeemiin liittyvästä kirjallisuudesta, Simulink -ohjelmiston käyttöä ja arviointia systeemin käyttäytymisestä simulointitulosten pohjalta. Kirjallisuuskatsauksen tarkoituksena oli tutustua työssä tutkittavaan systeemiin ja siitä laadittuihin malleihin. Kirjallisuuskatsaukseen sisältyi myös muiden vastaavanlaisien systeemien etsintä ja selvittää miten näitä voi hyödyntää automaatiokehityksessä.

Simulink -ohjelmiston käytön opetteluun jälkeen oli tehtävä dynaaminen mallinnus valitulle säiliösystemille. Tähän sisältyi niin epälineaarisen mallin teko ohjelmalla kuin myös lineaariseen mallin muodostaminen. Epälineaarista mallista saatiin valittua linearisointipisteet mallien vertailua varten. Tekemällä useita testejä tasapainotilan ympäristössä molemmilla Simulink -malleilla muuttelemalla systeemin sisääntuloa eli pumppujen toimintaa, saatiin ulostuloksi säiliöiden pinnankorkeuksia, joita voitiin verrata toisiinsa.

Lineaarisen mallin toiminnalle etsittiin rajat. Kriteeriksi valittiin tilanteeseen sopiva suurin tasapainotilan suhteellinen virhe 10%. Kun lineaarisen mallin ulostulo ylitti tai alitti 10%:lla epälineaarisen eli todenmukaisen mallin ulostulon, voitiin testitulokset katsoa epäluotettavaksi. Suorittamalla useita eri testejä, voitiin tehdä johtopäätöksiä yhteenveto systeemien käyttäytymisestä.

Epälineaarisen mallin stabiloitumiseen menee noin 2000 sekuntia sisääntulon muutoksen jälkeen, mutta lineaarisella menee vain noin 1500 sekuntia. Pumppujen toimintaa kuvattiin Simulinkin askel -lohkoilla ja huomattiin, että suhteellinen virhe riippui askel -lohkossa muutoksen suunnasta ja suuruudesta. Lopputuloksena huomattiin, että pumppujen toimintarajat ovat noin $-2 \text{ cm}^3/\text{s}$ ja $2 \text{ cm}^3/\text{s}$ välillä.

Simulaatiomallia voitaisiin käyttää vastaavan laboratoriolaitteen kanssa tai malli olisi skaalattavissa teollisen mittakaavan prosesseihin, joissa esiintyy samankaltaisia säiliösystemejä. Siten voitaisiin näiden tutkimustulosten avulla rakentaa systeemin

säätöpiiriä. Kyseiselle systeemille olennaista olisi takaisinkytkennän säätö pumppujen ja pinnakorkeuksien välillä. Näillä tiedoilla voitaisiin määrittää toimintarajat sisääntulolle. Toimintarajojen sisällä pystyttäisiin ennustamaan riittävän tarkasti säädölle vasteen aika ja pinnankorkeus.

Linearisesta mallista voitaisiin johtaa siirtofunktio. Se kertoisi systeemin tulon ja lähdön riippuvuuden toisiinsa muodossa, joka olisi hyvin käyttökelpoinen säätöjärjestelmälle. Tätä dynaamista mallinnusta säiliösystemistä siis voitaisiin käyttää hyvin säätösuunnittelussa systeemin askelvasteen ja stabiilisuuden tarkasteluun.

5 LÄHDELUETTELO

Amira, 1999. Saksa, Laboratory experiment DTS200 Three - Tank - System. Saatavissa: <http://www.ict.com.tw/AI/Amira/amira/dts200en.htm>. [Viitattu 15.12.2019].

Chalupa, P., Novák, J., 2013. Modeling and model predictive control of a nonlinear hydraulic system. *Computers & Mathematics with Applications*, Vol 66, pp. 155-164.

Lusikka, I., 2018. Matematiikan peruskurssi II, 031075P. Luentorunko kevät, Oulun Yliopisto.

Precup, R-E., Tomescu M.L., Radac, M-B., Petriu, E.M., Pretil, S., Dragos C-A., 2012. Iterative performance improvement of fuzzy control systems for three tank systems . *Expert systems with Applications*, Vol 39, pp. 8288-8299.

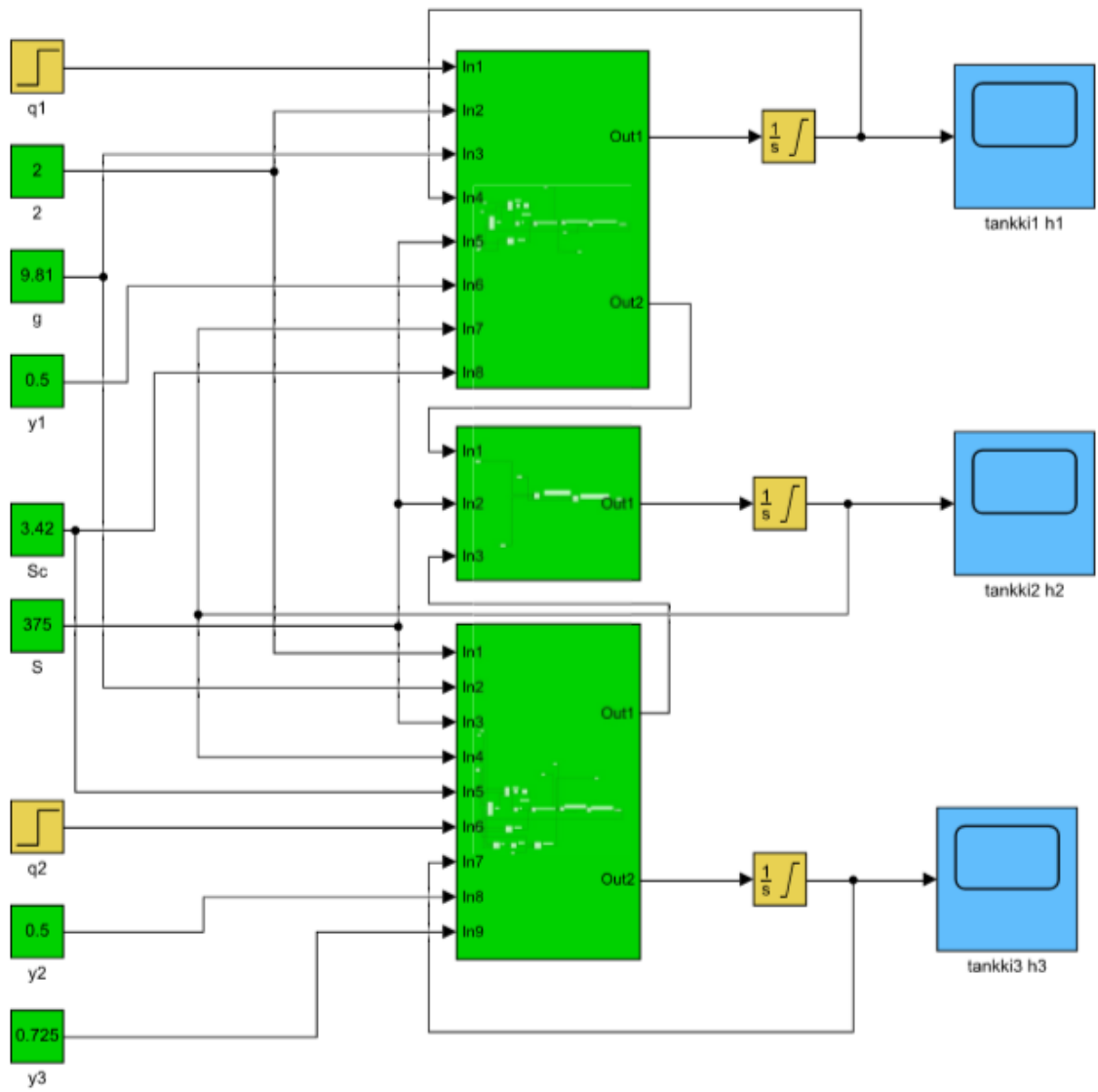
Sahu, H., Ayyagari, R., 2016. Interval Fuzzy Type-II Controller for the Level Control of a Three Tank System. *IFAC-PapersOnLine*, Vol 49, pp. 561-566.

Tanaskovic, M., Fagiano, L., and Gligorovski, V., 2017. Adaptive model predictive control for constrained, linear time varying systems. Belgrade: Singidum University. Saatavissa: <https://arxiv.org/pdf/1712.07548.pdf>. [Viitattu 15.12.2019].

Theilliol, D., Noura, H., Ponsart, J-C., 2002. Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy. *ISA Transactions*, Vol 41, pp. 365-382.

Yang, Z-J., Suqiura, H., 2018. Robust nonlinear control of a three-tank system using finite-time disturbance observers. *Control engineering practice*, Vol. 84, pp. 63-71.

Liite 1. Kuva epälineaarista mallista osajärjestelmillä.



Liite 2. Kuva lineaarisesta mallista osajärjestelmillä.

