



Järvenranta Hanna

Dyskalkulia ja matemaattisten taitojen tukeminen varhaiskasvatuksessa

Kandidaatin tutkielma  
KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA  
Varhaiskasvatus  
2020

Tämä kandidaatin tutkielma on toteutettu laadullisen tutkimuksen tavoin kuvailevana kirjallisuuskatsauksena. Tutkielman tarkoituksena oli tarkastella matematiikan oppimisvaikeutta dyskalkuliaa ja matematiikan oppimisen tukimuotoja varhaiskasvatuksessa alle 6-vuotiailla lapsilla. Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet 2018 velvoittaa tukemaan matemaattisten ajattelun kehitystä sekä edistämään positiivisen matematiikkasuhteen luomista. Aiheen ajankohtaisuuden ja yhteiskunnallisen merkittävyyden lisäksi aiheen valinnan taustalla vaikutti oma ammatillinen kiinnostukseni. Haluan tulevana varhaiskasvatuksen opettajana ymmärtää matemaattisten taitojen tukemisen merkityksen varhaiskasvatuksen kontekstissa. Dyskalkuliaan ja matematiikan oppimisen tukimuotoja varhaiskasvatuksen kontekstissa on tutkittu Suomessa vähän. Sen vuoksi aihetta on perusteltua tutkia lisää. Tutkielmalle asetin kaksi tehtävää: 1. Mitä matematiikan oppimisvaikeus dyskalkulia on? 2. Miten matematiikan oppimista voidaan tukea varhaiskasvatuksessa lapsella, jolla on matemaattinen oppimisvaikeus?

Tutkielma osoittaa, että dyskalkulia on matematiikan oppimiseen liittyvä vaikeus, jossa oppimisen vaikeuksien taustalla on aivojen toiminnallinen tai rakenteellinen poikkeama. Dyskalkulia on synnynnäinen kehityksen aikana ilmenevä vaikeus, jossa oppimisen vaikeudet kohdistuvat peruslaskutaitoihin eli yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaitoihin. Laskemiskyvyn häiriö dyskalkuliaa vaatii tehokkaita ja aikaisia tukitoimia, jotta laskutaito ei jää hyvin heikoksi. Myös matemaattisten taitojen kumulatiivisen kehityksen vuoksi tukitoimet tulee aloittaa varhain, jotta taitoerot eivät kasva suuriksi jo ennen peruskoulun alkua. Matemaattisia taitoja voidaan tukea varhaiskasvatuksessa luomalla matemaattiseen havainnointiin ja tutkimiseen kannustava oppimisympäristö, jossa matemaattisiin asioihin ja ilmiöihin tutustutaan sekä arjen toiminnassa että erilaisten leikkien, pelien ja musiikin avulla. Oppimista voidaan tukea lisäksi erilaisilla interventiomenetelmillä. Lapsen omalla mielenkiinnolla matemaattisia ilmiöitä kohtaan on ratkaiseva merkitys, myös aikuinen voi omalla toiminnallaan ja esimerkillään tukea ja edesauttaa lapsen matemaattisen mielenkiinnon kehitystä.

Avainsanat: matematiikan oppimisvaikeus, dyskalkulia, varhaisten matemaattisten taitojen tukeminen

# Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b> .....	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Metodologiset lähtökohdat</b> .....	<b>6</b>
2.1	Tutkimuskysymykset ja tutkimuksen toteutus .....	6
2.2	Tutkielman käsitteet ja konteksti .....	7
2.3	Aiemmat tutkimukset.....	8
<b>3</b>	<b>Matemaattiset taidot ja niiden kehitys</b> .....	<b>10</b>
3.1	Matemaattisten taitojen jaottelua .....	10
3.2	Alle kouluikäisten lasten matemaattisten taitojen kehitys .....	11
3.3	Matemaattiset osataidot .....	13
<b>4</b>	<b>Laskemiskyvyn häiriö dyskalkulia</b> .....	<b>16</b>
<b>5</b>	<b>Varhaiskasvatus matemaattisten taitojen tukijana</b> .....	<b>18</b>
5.1	Matematiikan opetus suomalaisessa varhaiskasvatuksessa.....	18
5.2	Varhaisten matemaattisten taitojen tunnistaminen .....	19
5.3	Matematiikka arjen toiminnassa .....	21
5.4	Nallematikka.....	23
<b>6</b>	<b>Johtopäätökset</b> .....	<b>25</b>
<b>7</b>	<b>Pohdinta</b> .....	<b>27</b>
	<b>Lähteet</b> .....	<b>29</b>

# 1 Johdanto

Kandidaatintutkielman aiheena on matematiikan oppimisvaikeus dyskalkulia ja matematiikan oppimisen tukeminen varhaiskasvatuksessa lapsella, jolla on dyskalkulia. Tutkielmassa käsitellään varhaiskasvatusikäisten lasten matemaattisten taitojen oppimista ja erilaisia oppimisen tutkimuotoja. Tarkastelun kohteena on alle 6-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen kehitys ja vaikeudet.

Aunio ja Räsänen (2015) mukaan useissa tutkimuksissa on todettu, että varhaiset matemaattiset taidot ennustavat, miten lapsi oppii matemaattisia taitoja myöhemmin koulussa. On siis tärkeää, että lapset saavat riittävästi harjoittelua keskeisissä matemaattisissa taidoissa, jotta heillä olisi vahva pohja myöhemmälle koulumatematiikan oppimiselle. Aunio ja Räsänen (2015) sekä Mononen ja kollegat (2017, 11) toteavat, että useimmiten lasten vaikeudet matemaattisissa taidoissa näkyvät heikkoutena keskeisissä matemaattisissa taidoissa. Näitä matematiikan keskeisiä taitoja ovat lukumääräisyyden taju, laskemisen perustaidot, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen ja aritmeettiset taidot. Aunola ja Nurmi (2018) sekä Räsänen (2012) korostavat, että matemaattisten taitojen kumulatiivisen kehityksen vuoksi lasten matemaattisten taitojen kehitykseen tulisi kiinnittää huomiota jo ennen koulun alkua. Aunolan ja Nurmen (2018) mukaansa varhainen luvuilla leikittely ja lukujen luettelu auttavat aritmeettisten taitojen myöhempiä oppimista. Heidän mukaansa myös motivaatiolla on tärkeä merkitys matemaattisten taitojen oppimisessa. Opettajan tulisi tarjota onnistumiskokemuksia ja ylläpitää motivaatiota, vaikka matematiikan opettelu vaatii runsaasti toistoja ja harjoitusta (Aunola & Nurmi, 2018, 64–65).

Matemaattisia oppimisvaikeuksia on tutkittu merkittävästi vähemmän kuin lukemisen oppimisvaikeuksia, mutta tutkimusten määrä on hieman lisääntynyt (Gersten, Clarke & Mazzocco, 2007, 8). Dyskalkulia vaikeuttaa normaalia arkielämää. Esimerkiksi kaupassa käyminen ja laskujen maksaminen sekä linja-autoaikataulujen, kelloaikojen ja ruokareseptien ymmärtäminen voivat tuottaa vaikeuksia (Mononen, ym., 2017, 9; Trott, 2015, 416). Hakkarainen, Holopainen ja Savolainen (2016) totesivat matemaattisten vaikeuksien olevan yhteydessä lyhyempään koulutuspolkuun. Trott (2015) puolestaan tuo esiin, että dyskalkulia vaikuttaa opiskelualan valintaan ja opiskeluissa voidaan tarvita tukea ja harjoitusta tai apuvälineitä, joita ei välttämättä saa ilman oppimisvaikeuden tunnistamista. Laskutaidon puute vaikuttaa enemmän kouluttautumiseen ja työllistymiseen kuin lukutaidon vaikeudet ja heikko laskutaito kaksinkertaistaa työttömäksi

päätymisen todennäköisyyden (Räsänen, 2012). Dyskalkulia voi aiheuttaa lisäksi turhautumista, ahdistusta, heikkoa itsetuntoa ja sosiaalista eristäytymistä (Trott, 2015, 415).

Tutkielmani etenee siten, että aluksi avaan tutkimuksellisia lähtökohtia ja keskeisiä käsitteitä. Seuraavissa osissa esittelen aiheeseen liittyvää aiempaa tutkimusta ja kirjallisuutta, matemaattisten taitojen kehitystä, laskemiskyvyn häiriötä dyskalkuliaa ja matemaattisten taitojen tukemista varhaiskasvatuksen kontekstissa. Johtopäätöksissä vastaan asettamiini tutkimuskysymyksiin. Lopuksi arvioin tutkielman luotettavuutta, eettisyyttä ja omaa työskentelyäni sekä tuon esiin joitakin jatkotutkimusaiheita.

## 2 Metodologiset lähtökohdat

Tässä luvussa kuvaan kandidaatin tutkielman metodologisia valintoja ja sen toteutukseen liittyviä tekijöitä. Ensimmäiseksi avaan tutkielman tarkoitusta ja esittelen tutkimuskysymykset, joihin etsin vastauksia tässä tutkielmassa. Käsittelen lisäksi lyhyesti kirjallisuuskatsauksen olemusta ja käyttämäni kuvailevan kirjallisuuskatsauksen menetelmää. Kerron myös tutkielman aineiston kokoamisen tavoista ja määrittelen tutkielman keskeiset käsitteet ja teoriaa. Lopuksi esittelen matemaattisiin oppimisvaikeuksiin liittyvää aiempaa suomalaista ja kansainvälistä tutkimusta.

### 2.1 Tutkimuskysymykset ja tutkimuksen toteutus

Tässä tutkielmassa tarkastelen matemaattisten taitojen oppimisen tukemista varhaiskasvatuksessa ja matematiikan oppimisvaikeutta dyskalkuliaa. Tutkielmassa käsitellään myös varhaisen matemaattisten taitojen kehitystä ja oppimista. Tutkielmani tarkoituksena on lisätä tietoisuutta ja ymmärrystä matematiikan oppisvaikeudesta dyskalkuliasta sekä siitä, kuinka mahdolliset oppimisen ongelmat voitaisiin tunnistaa mahdollisimman varhain ja millaista tukea niihin voidaan antaa varhaiskasvatuksessa. Tutkimuskysymykset ovat rakentuneet tutkielman edessä nykyiseen muotoonsa. Tutkielmassani pyrin vastaamaan seuraaviin kysymyksiin:

1. Mitä matematiikan oppimisvaikeus dyskalkulia on?
2. Miten matematiikan oppimista voidaan tukea varhaiskasvatuksessa lapsella, jolla on matemaattinen oppimisvaikeus?

Olen toteuttanut kandidaatin tutkielmani kvalitatiivisen eli laadullisen tutkimuksen tavoin kirjallisuuskatsauksena. Kuvailevalla kirjallisuuskatsauksella tarkoitetaan Salmisen (2011, 5) mukaan tutkimustekniikkaa, joka perustuu aiemmin julkaistuun tutkimuskirjallisuuteen. Kuvaileva kirjallisuuskatsaus voidaan jakaa Metsämuurosen (2011, 47) mukaan eri vaiheisiin. Tutkimus alkaa aiheen valinnalla ja rajaamisella, sen jälkeen tutkimuksessa edetään aineiston haakuun, arviontiin ja valintaan (Metsämuuronen, 2011, 47–48). Seuraavaksi vaiheeksi Metsämuuronen (2011, 50, 54) asettaa keskeisten käsitteiden määrittelyn ja analysoinnin, jotta tutkimuskysymysten asettaminen olisi mahdollista. Tutkimuskysymyksillä ilmaistaan tutkimuksen

tarkoitus ja niiden kautta voidaan edetä tutkimuksen toteutukseen, kuvailun rakentamiseen ja tulosten tarkasteluun (Metsämuuronen, 2011, 80, 84). Kirjallisuuskatsauksessa arvioidaan ja tiivistetään aiemmin julkaistua tutkimusaineistoa, tavoitteena on jo tiedettyjen asioiden kokoaminen yhteen tietyistä ilmiöstä ja rakentaa sen perusteella aiheesta kokonaiskuva (Salminen, 2011, 3). Kirjallisuuskatsaus perustuu alkuperäisestä korkealaatuisesta tutkimustyöstä tehtyihin johtopäätöksiin (Salminen 2011, 5).

Tutkielman aineisto on monipuolista, tieteellistä ja kansainvälistä. Pyrkimyksenä on ollut löytää mahdollisimman tarkasti kirjallisuutta tutkielman aiheeseen ja tutkimuskysymyksiin liittyen, huomioiden myös suomalaisen varhaiskasvatuksen konteksti. Olen hakenut tietoa tieteellisistä elektronisista tietokannoista, kuten Oula-Finna, Eric, Scopus ja ProQuest. Tiedonhaun ja -keräämisen aloitin suomalaisista teoksista luodakseni itselleni ymmärryksen aiheesta sekä siihen liittyvästä käsitteistöä. Tutkimusaineistoa valittaessa olen pyrkinyt valitsemaan tuoreita julkaisuja, sekä huomioimaan kirjoittajan mahdolliset kytkökset ja sen, onko julkaisua vertaisarvioitu. Kansainvälisessä kirjallisuudessa olen tukeutunut englanninkieliseen materiaaliin.

## **2.2 Tutkielman käsitteet ja konteksti**

Metsämuurosen (2011, 50) mukaan tutkimusmenetelmän lisäksi tutkimukseen valitut käsitteet tulee kertoa ja määritellä selkeästi sekä analysoida niitä. Keskeiset käsitteet myös sitovat tutkimuksen haluttuun kontekstiin (Metsämuuronen, 2011, 50). Kandidaatin tutkielmani on rakentunut varhaisten matemaattisten taitojen kehityksen perustalle, jotta voisimme ymmärtää matemaattisia oppimisvaikeuksia ja käytettäviä tukikeinoja. Mononen ja kollegat (2017, 15) toteavat, että tarvitsemme tietoa keskeisten matemaattisten taitojen kehityksestä, jotta tietäisimme mitä matemaattisia taitoja voimme odottaa lapsen hallitsevan eri ikävaiheissa. Matemaattisten taitojen kehityksen ymmärtäminen mahdollistaa tuen tarpeen tunnistamisen ja kohdentamisen oikeisiin osataitoihin (Koponen, Salminen & Sorvo, 2019, 324). Kasvatusalan ammattilaisilla tulisi olla tietoa ja välineitä tunnistaa sellaiset lapset, joilla on vaikeuksia matemaattisten taitojen opettelussa (Anthony & Walshaw, 2009, 25–26; Aunio, Heiskari, Van Luit & Vuorio 2015, 12). Erityisen tärkeää on kyetä tarjoamaan tukea oppimiseen mahdollisimman varhaisessa vaiheessa. Varhainen tuki ennaltaehkäisee mahdollisten oppimisvaikeuksien kasaantumista kouluuralla ja sen myötä myös vaikeuksia elämänhallinnan taidoissa ja parantaa lapsen hyvinvointia. (Mononen, ym., 2017, 10.)

Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet (2018) asettaa varhaiskasvatuksen tavoitteeksi tukea lasten matemaattisen ajattelun kehittymistä sekä myönteisen matematiikkakäsityksen muodostumista. Matematiikkaan ja sen ilmiöihin tulee tutustua lasten kanssa monin eri tavoin ja ottaa matemaattinen tutkiminen ja ilmiöt osaksi arjen toimintaa (Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet, 2018, 46). Kupari ja Hiltunen (2017, 49) toteavat, että 2000-luvun alussa suomalaislasten tulokset PISA- ja TIMSS-tutkimuksissa ovat näyttäneet matemaattisen taitotason heikentyneen peruskoulun matematiikassa. He pitävät ilmiötä huolestuttavana, sillä erityisesti heikosti osaavien lasten ja nuorten määrä on tutkimusten mukaan kasvanut (Kupari & Hiltunen, 2017, 49). Kupari ja Hiltunen (2017, 49) näkevät opetuksen haasteiksi myönteisen matemaattisen minäkuvan muodostumisen ja ylläpitämisen sekä kuinka opetuksessa kyetään vastaamaan lasten tarpeisiin.

Ymmärrys matematiikan oppimisvaikeudesta dyskalkuliasta ja matemaattisiin oppimisvaikeuksiin liittyvistä tukikeinoista varhaiskasvatuksessa auttavat varhaiskasvatuksen opettajia tunnistamaan oppimisen haasteet mahdollisimman varhain. Tämän myötä oppimisen tukeminen voidaan aloittaa jo ennen koulun alkua. Matematiikan oppimisvaikeuden tunnistaminen ja vaikeudessa tukeminen varhaisessa vaiheessa on tärkeää, jotta voidaan ehkäistä ongelmien kasaantumista (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011; Räsänen, 2012). Varhaisella tukemisella voidaan parantaa lasten matemaattisia taitoja jo lyhyessäkin ajassa ja näin ollen ehkäistä matematiikan oppimisvaikeuksien syntyä (Aunola & Nurmi, 2018; Björklund, 2007; Hannula, Mattinen & Lehtinen, 2005). Lisäksi tieto erilaisista tukikeinoista auttaa varhaiskasvatuksen opettajia löytämään kuhunkin tilanteeseen sopivimmat keinot. Tutkimusperustaisesti tehokkaat opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä erityisesti niille lapsille, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, mutta niistä ei ole haittaa muillekaan lapsille.

### **2.3 Aiemmat tutkimukset**

Matematiikan oppimiseen sekä siihen liittyviin vaikeuksiin on kiinnitetty aiempaa enemmän huomiota ja tutkimusten määrä on lisääntynyt viime vuosina. Aunio ja kollegat (2015) havaitsivat tutkimuksessaan, että lasten taitoerot voidaan tunnistaa jo esikoulun alkamista. Aunola, Leskinen, Lerkkanen ja Nurmi (2004) sekä Jordan, Kaplan, Locuniak ja Ramineni (2007) ovat todenneet pitkittäistutkimuksissaan, että heikosti matematiikassa menestyvien taitoero kasvaa suuremmaksi ajan myötä. Edellä mainituissa tutkimuksissa on todettu varhaisten matematiikan



taitojen olevan yhteydessä siihen, kuinka hyvin matematiikkaa opitaan myöhemmin (Aunio, ym., 2015; Aunola, ym., 2004; Jordan, ym., 2007). Butterworth, Varma ja Laurillard (2011) sekä Geary (2011) ovat todenneet tutkimuksissaan, että on tarpeen kehittää tutkimusperustaisia menetelmiä, joilla voidaan tukea varhaiskasvatusikäisten lasten matemaattisia taitoja. Useissa tutkimuksissa onkin osoitettu, että varhain aloitetuilla tukimenetelmillä voidaan parantaa matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten suoriutumista (mm. Aunola & Nurmi, 2018; Björklund, 2007; Hannula, Mattinen & Lehtinen, 2005; Mattinen, Räsänen, Hannula & Lehtinen, 2010; Salminen, Koponen, Leskinen, Poikkeus & Aro, 2015a; Salminen, Koponen, Räsänen & Aro, 2015b). Jotta ennaltaehkäisevät tukitoimet voitaisiin aloittaa varhain, olisi myös oleellista tunnistaa lapsen matemaattiset haasteet ja tuen tarve varhain.

### **3 Matemaattiset taidot ja niiden kehitys**

Aunio, Hannula ja Räsänen (2012, 70) toteavat lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehittyvän sosiaalisessa vuorovaikutuksessa prosessina, jota tukee lapsen saama ohjaus. Sen lisäksi merkittävä vaikutus on lapsen omalla kiinnostuksella matemaattisiin tilanteisiin sekä perheen ja ympäröivän kulttuurin toiminnalla ja arvostuksella (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 67, 70). Myös kielellisten taitojen kehityksellä on voimakas merkitys matemaattisten taitojen oppimisessa (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 59; Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 339). Matemaattiset taidot kehittyvät asteittain aiemmin opittujen tietojen ja taitojen perustalle eli niiden oppiminen on kumulatiivista (Aunio, 2008; Räsänen, 2012). Räsänen (2012) mukaan perustiedot ja -taidot ovat pohjana ja toisinaan myös edellytyksenä uusien ja monimuotoisempien tietojen ja taitojen oppimiselle. Varhaisten matemaattisten taitojen oppimisen on nähty ennustavan myöhempien matemaattisten taitojen kehitystä (Aunio, 2008; Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 59). Matemaattisia taitoja tuettaessa on Aunio, Hannulan ja Räsänen (2012, 59) mukaan tärkeää kohdistaa harjoitteet suoraan kulloiseenkin matemaattiseen osa-alueeseen sen sijaan, että pyrittäisiin edistämään matemaattista osaamista yleisillä harjoitteilla.

#### **3.1 Matemaattisten taitojen jaottelua**

Aunio, Hannula ja Räsänen (2012) jakavat matemaattiset taidot primaareihin ja sekundaareihin taitoihin. Primaareilla taidoilla tarkoitetaan taitoja, joiden kehitystä tukee synnynnäiset tekijät ja ne kehittyvät lapselle tavanomaisissa ja luonnollisissa tilanteissa (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 55). Sekundaariset taidot puolestaan vaativat harjoittelua, oppimista ja organisoitua kulttuurista välittymistä tilanteissa (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 55). Biologiset primaarit taidot luovat pohjan vaativimmille matemaattisille taidoille, kuten aritmeettisille taidoille, joiden oppiminen vaatii harjoittelua, keskittymistä sekä useampien toimintojen yhtäaikaista suorittamista (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 57). Biologisesti primaareihin taitoihin kuuluvat muun muassa kyky havaita tarkkaan pieniä lukumääriä, yksi yhteen -vastaavuuden hallinta sekä suurempien lukumäärien suhteellinen hahmottaminen (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 57). Biologisesti sekundaareihin taitoihin kuuluu esimerkiksi kulttuuristen laskemisjärjestelmien omaksuminen (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 58).

Koponen, Mononen ja Räsänen (2014) ovat puolestaan jaotelleet varhaisten matemaattisten taitojen kehittymisen neljään osataitoon, jotka ovat lukujen luettelutaito ja laskutaito sekä luku- ja suhdekäsitteet. Lukujen luettelutaito on taitoa aluksi luetella lukujonon lukusanoja ja se on tyyppillisesti lorumaista, eikä siinä ole vielä matemaattista sisältöä (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 335). Luettelutaitoa pidetään Koposen, Monosen ja Räsänen (2014, 335) mukaan keskeisenä lukukäsitteen ja laskutaidon oppimisedellytyksenä. Vähitellen lapsi yhdistää lukujonon luettelemisen asioiden laskemiseen aikuisen esimerkkiä jäljitellen sekä etenee edelleen monimuotoisempiin lukujonotaitojen soveltamistapoihin (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 335). Laskutaidon osa-alue on Koposen, Monosen ja Räsänen (2014) mukaan kykyä laskea lukumääriä ja niiden muutoksia sekä vertailla lukumäärien välisiä suhteita. Lukumäärän selvittäminen edellyttää heidän mukaansa lukujonotaitojen, yksi yhteen -vastaavuuden hallintaa ja kardinaalisuuden ymmärtämistä. Laskutaidossa yhdistyvät lukujonotaitojen sekä lukukäsitteen osa-alueet (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 337).

Suhdekäsitteiden Koponen, Mononen ja Räsänen (2014) esittävät kuvaavan erilaisia muutoksia ja suhteita, voidaan puhua myös vertailukäsitteistä, avaruudellisia ja ajallisia käsitteitä. Näistä keskeisimpiä käsitteitä ovat muun muassa enemmän, vähemmän, suurempi, pienempi, ennen, jälkeen, keskimäinen (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 337–338). Suhdekäsitteiden oppimisen tekee heidän mukaansa haastavammaksi se, ettei niille ole olemassa konkreettista tarkasteltavaa kohdetta. Niiden oppimiseksi on kyettävä pitämään useampi kohde mielessä samanaikaisesti ja niiden ymmärtäminen ja käyttäminen edellyttävät päättelyä (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 338). Suhdekäsitteiden ymmärtäminen rakentuu toiminnan, vertailun ja ominaisuuksien kautta. Suhdekäsitteet näyttävät Koposen, Monosen ja Räsänen (2014, 338) mielestä liittyvät kielelliseen päättelykykyyn ja yleiseen älykkyyteen. Suhdekäsitteillä on merkitystä erityisesti silloin, kun aikuinen opettaa lapselle matemaattisia käsitteitä ja ilmiöitä, koska ilman niiden merkityksen hallitsemista on vaikea kuvata matemaattisia sääntöjä ja ilmiöitä (Koponen, Mononen ja Räsänen, 2014, 338).

### **3.2 Alle kouluikäisten lasten matemaattisten taitojen kehitys**

Monosen ja kollegoiden (2017, 17) mukaan matemaattisten taitojen kehitys alkaa jo sikiökaudella keskushermoston ja sen numeerista tietoa käsittelevien alueiden kehittyessä. Syntymästä asti lapselle kehittyy useita varhaisia matemaattisia taitoja ja jo vauvat kykenevät erottelemaan

lukumääriä (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 54; Hannula-Sormunen, Mattinen, Räsänen & Ruusuvirta, 2018, 160; Mononen, ym., 2017, 17). Aunio ja kumppanit (2015) esittävät arvioita siitä minkä ikäisenä lapsen voidaan olettaa saavuttavan joitakin matemaattisia taitoja. Aunio ja kollegat (2015) rajaavat kehityksen kuuteen eri vaiheeseen: lukumääräisyydentaju, ääneen laskeminen, eriaikainen laskeminen, järjestämällä laskeminen, tuloksen laskeminen ja lyhentynyt laskeminen. Vaikka he kuvaavat matemaattisten taitojen kehitystä sidottuna ikään ja länsimaiseen opetuskulttuuriin, he kuitenkin muistuttavat, että laaja yksilöllinen vaihtelu on mahdollista. Noin kaksivuotiaana lapsi alkaa osoittaa ymmärrystä siitä kuinka eri numerosana ja esineiden määrä ovat yhteydessä toisiinsa, mutta kyky on vielä rajoittunut pieniin lukumääriin (Aunio, ym., 2015, 2). Kolmen ikävuoden tienoilla lapset saavuttavat ääneen laskemisen vaiheen, mutta lukusanat eivät välttämättä tule tässä vaiheessa oikeassa järjestyksessä, eikä laskeminen ala numerosta yksi (Aunio, ym., 2015, 2). Noin neljävuotiaalla lukusanat alkavat Aunio ja kollegoiden (2015, 2) mukaan tulla oikeassa järjestyksessä ja lapsi osoittaa samalla esinettä, mutta lukusanat ja osoittaminen eivät ole vielä samanvaiheisia. Viiden ikävuoden tienoilla saavutetaan laskemisen vaihe, jossa laskeminen aloitetaan ykkösestä ja lapsi ymmärtää, että kukin esine tulee laskea yhden kerran ja viimeiseksi sanottu numero tarkoittaa esineiden määrää (kardinaalisuus) (Aunio, ym., 2015, 2). Viiden ja puolenvuoden ikäisenä lapsi saavuttaa vaiheen, jossa hän tunnistaa numeron ja osaa laskea siitä eteenpäin (Aunio, ym., 2015, 2). Noin kuusivuotiaalla voidaan olettaa Aunio ja kumppaneiden (2015, 2) mielestä olevan hyvin kehittynyt varhainen laskutaito.

Koponen, Mononen ja Räsänen (2014) kuvaavat laskutaitojen kehitystä seuraavien saavutusten kautta. Mikäli laskuja havainnollistetaan konkreettisilla esineillä ja lukualue on pieni (1-3) voi Koposen, Monosen ja Räsänen (2014, 337) mielestä jo kolmevuotias ratkaista yhteen- ja vähennyslaskuja. Lukujen luettelua aletaan käyttää tehtävien ratkaisemiseksi neljä-viisivuotiaana (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 337). Viiden ja kuuden ikävuoden välillä lapsi oppii suoriutumaan yksinkertaisesta sanallisesta muodossa esitetystä yhteenlaskusta (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 337). Myös Mononen ja kumppanit (2017, 17) ovat sitä mieltä, että lapset hallitsevat melko hyvin pienten lukumäärien laskemisen ja lukumäärien keskinäisen ymmärtämisen noin viisivuotiaana.

Räsänen (2012) mukaan jo kaksivuotiaiden sanavarastoon kuuluu lukusanoja ja ensimmäisistä lukusanoista kuluu 3-4 vuotta niiden merkityksen ymmärtämiseen. Noin kolme ja puolivuotiaana lapsi yhdistää ne lukumääriin. Tämän seurauksena jo nelivuotiaiden lasten taidoista voidaan ennustaa varsin luotettavasti tulevaa laskutaitojen oppimisen sujuvuutta (Räsänen,

2012). Räsänen (2012) kuitenkin painottaa, että yksilölliset erot kehityksessä ovat merkittäviä. Taulukossa 1. esitän yllä olevista lähteistä kerättyä mallia matemaattisten taitojen kehityksestä ennen kouluikää.

5,5 v: Lapsi tunnistaa nopeasti lukumääriä ja kykenee laskemaan muualtakin kuin ykkösestä lähtien (lyhentynyt laskeminen).
5 v: Laskeminen aloitetaan ykkösestä ja lapsi ymmärtää, että kukin esine tulee laskea yhden kerran (Järjestämällä laskeminen) ja viimeiseksi sanottu numero tarkoittaa esineiden määrää (tuloksen laskeminen)
4 v: Lukusanat alkavat tulla oikeassa järjestyksessä ja lapsi osoittaa samalla esinettä, mutta lukusanat ja osoittaminen eivät ole sopusoinnussa (eriaikainen laskeminen).
3 v: Osaa sanoa lukusanoja, mutta ei välttämättä oikeassa järjestyksessä. Luokittelu vertailun kautta alkaa hahmottua.
2 v: Ymmärrys siitä kuinka eri numerosana ja esineiden määrä ovat yhteydessä toisiinsa hahmottuu, mutta kyky on vielä rajoittunut pieniin lukumääriin. Lukusanoilla loruttelu.
12-18 kk: Esineiden muotojen hahmottaminen. Luokittelu ominaisuuksien kautta (esim. kova/pehmeä). Avaruudellinen hahmottaminen alkaa kehittyä (esim. esineeseen tarttuminen kurottamalla tarkentuu).
6-12 kk: Kyky havaita ja erotella määriä. Syy-seuraussuhde alkaa kehittyä.

Taulukko 1. Malli matemaattisten taitojen kehityksestä (Aunio, ym., 2014; Koponen, Mononen & Räsänen, 2014; Räsänen 2012).

### 3.3 Matemaattiset osataidot

Matemaattisista osataidoista kahdeksanteen ikävuoteen mennessä omaksutaan lukumääräisyyden taju, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot ja aritmeettiset perustaidot (Aunio & Räsänen, 2015; Mononen ym., 2017, 16). Kyseiset osataidot vaikuttavat kaikki toisiinsa. (Aunio & Räsänen, 2015; Mononen ym., 2017, 16). Aunio ja Räsänen (2015) sekä

Anderssonin (2010) mukaan matemaattisten taitojen oppimisvaikeus näkyy erityisesti varhaisen laskutaitojen ja aritmeettisten perustaitojen opettelussa. *Lukumääräisyyden tajulla* tarkoitetaan pienten lukumäärien erojen havaitsemista, taito on synnynnäinen kyky ja se on tärkeä pohja muiden matemaattisten taitojen kehitykselle (Aunio & Räsänen, 2015). Lukumääräisyyden tajulla on joko lukumäärien tai lukujen eron arvioimista tai pienten lukumäärien määrittämistä ilman tarkkaa laskemista (subitisaatio) sekä suuruusluokan vertailua (Aunio & Räsänen, 2015).

*Matemaattisten suhteiden ymmärtämiseen* liittyvät Monosen ja kollegoiden (2017, 16) mukaan matemaattis-loogiset taidot, aritmeettiset periaatteet, matemaattiset symbolit sekä paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän osaaminen. Heidän mukaansa matemaattis-loogisien taitojen harjoittelu on keskeinen taito varhaiskasvatusikäisillä lapsilla. Matemaattisloogisia taitoja ovat vertailu, luokittelu ja sarjoittaminen. (Mononen ym., 2017, 16). Aritmeettisiin periaatteisiin taas kuuluvat vaihdannaisuus, liitännäisyys ja yhteen- ja vähennyslaskujen sekä kerto- ja jakolaskujen käänteisyys (Aunio & Räsänen, 2015). *Laskemisen taidot* kehittyvät jo varhaislapsuudessa, kuten esimerkiksi lukusanojen käyttäminen (Aunio & Räsänen, 2015). Laskemisen taitoja ovat lukusanojen osaaminen oikeassa järjestyksessä, ymmärrys siitä, että tavarat voidaan laskea missä järjestyksessä tahansa, mutta kunkin tavaran voi laskea vain kerran, sekä sen että viimeinen sanottu lukusana kertoo tavaroiden lukumäärän (kardinaalisuus) (Aunio & Räsänen, 2015). Lisäksi laskemisen taitoihin kuuluvat lukusanan ja osoittamisen kohdistaminen samanaikaisesti (yksi yhteen -suhde), numerosymbolien oppiminen sekä lukusanan ”kaksi”, numerosymbolin 2 ja lukumäärän (••) yhdistäminen toisiinsa (Aunio & Räsänen, 2015).

*Aritmeettisiä perustaitoja* ovat yhteen- ja vähennyslaskutaidot, lisäksi niihin voidaan lukea myös kerto- ja jakolaskutaidot (Aunio & Räsänen, 2015). Aritmeettisten taitojen kehityksessä on Monosen ja kollegoiden (2017) mukaan tavallista, että lapsi aloittaa harjoittelun konkreettisesti esineiden laskemisesta ja lukujen luettelemisesta. Vähitellen lapsi siirtyy kohti abstraktimpaa laskemista eli apuvälineiden tarve vähenee ja vastausten muistista palauttaminen on yleisempää. (Mononen ym., 2017, 27). Andersson (2010) korostaa, että aritmeettisten taitojen hallinta edellyttävät erilaisten osataitojen hallintaa. Aritmeettiset taidot koostuvat muun muassa käsitteellisestä tiedosta, menetelmällistä tiedosta ja taidosta, faktuaalisesta tiedosta ja ongelmanratkaisutaidoista (Andersson, 2010, 115). Aritmeettisten taitojen suhteen on Anderssonin mielestä oleellista hallita käsitteellisistä taidoista paikka-arvo, kymmenjärjestelmä sekä aritmeettisten operaatioiden ja suhteiden ymmärtäminen. Menetelmällisillä tiedoilla ja taidoilla Andersson tarkoittaa muun muassa laskustrategioiden ja laskumenetelmien käyttöä eri tilanteissa ja niiden sujuvaa soveltamista. Faktuaalinen tieto viittaa kykyyn palauttaa aritmeettisten

faktoja pitkäkestoisesta muistista (Andersson, 2010, 115). Ongelmanratkaisutaidoilla Andersson (2010, 115–116) tarkoittaa ongelman tunnistamista, sen esittämistä ja ratkaisusuunnitelman muodostamista. Näin laajojen osataitojen myötä aritmeettisten vaikeuksien taustalta saattaa löytyä hyvin monenlaisia taitopuutteita (Andersson, 2010, 115).

## 4 Laskemiskyvyn häiriö dyskalkulia

Matemaattisten taitojen kehitys ja oppiminen ei aina noudata odotettua kehityskulkua. Tällöin voidaan puhua matematiikan oppimisvaikeuksista. Matematiikan oppimiseen liittyvistä vaikeuksista esiintyy monenlaisia määrittelyjä ja useita erilaisia käsitteitä. Tässä luvussa tarkastelen laskemiskyvyn häiriötä dyskalkuliaa.

Räsänen (2012) mukaan 5-7 prosenttia ikäluokasta on vaikeuksia matemaattisissa taidoissa. Noin puolella heistä on laaja-alaisempia vaikeuksia oppimisessa, mutta toisella puoliskolla laskutaidottomuus on keskeisin tai jopa ainoa pulma muun oppimiskyvyn ollessa tavanomainen tai jopa keskimääräistä parempi (Räsänen & Ahonen, 1995). Oppimisvaikeudet matematiikassa (dyskalkulia) ovat yhtä yleisiä kuin lukemisessa, mutta ne ovat jääneet huomattavasti vähäisemmälle huomiolle tutkimuksessa ja lääketieteellisessä kliinisessä käytännössä (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011; Räsänen, 2012). Butterworth, Varma ja Laurillard (2011) sekä Räsänen (2012) toteavat matemaattisten taitojen olevan voimakkaasti perinnöllisiä, näin ollen matemaattisia oppimisvaikeuksia ilmene todennäköisemmin niillä lapsilla, joiden vanhemmilla on ollut haasteita matematiikan oppimisessa tai matemaattiset taidot ovat huonot. Yksittäistä matematiikan oppimisvaikeuksille altistavaa geeniä ei kuitenkaan Gearyn (2011) mukaan näyttäisi olevan. Vaan matemaattisiin taitoihin voidaan nähdä vaikuttavan samat perintökijät, jotka vaikuttavat yleisesti kognitiiviseen suoriutumiseen (Geary 2011, 251).

Dyskalkuliassa vaikeudet oppimisessa eivät johdu älyllisestä kehitysvammaisuudesta tai ulkoisista tekijöistä (Desoete, 2015, 90; Mazzocco, 2007, 30; Mononen, ym., 2017, 48; Räsänen, 2012). Vaikeudet eivät siis selity muiden kognitiivisten kykytekijöiden heikkouksilla, neurologisilla häiriöillä tai aistivammoilla (Räsänen, 2012). Myöskään riittämätön tai muuten puutteellinen opetus ei ole vaikeuksien syynä (Desoete, 2015, 90; Mazzocco, 2007, 30; Mononen, ym., 2017, 48; Räsänen, 2012). Tautiluokituksessa dyskalkuliasta käytetään termiä laskemiskyvyn häiriö (F81.2, ICD-10) (Räsänen, 2012). Mikäli dyskalkulian lisäksi esiintyy muita oppimisvaikeuksia, se diagnosoidaan monimuotoiseksi oppimiskyvyn häiriöksi (Räsänen, 2012).

Mononen ja kumppanit (2017, 48) esittävät dyskalkulian syyksi häiriöitä niissä neurologisissa ja kognitiivisissa toiminnoissa, joita tarvitaan lukumääräisyyden ymmärtämiseen ja prosessointiin. Dyskalkuliassa oppimisvaikeudet näkyvät nimenomaan peruslaskutaitojen hallinnassa eli aritmeettisissa taidoissa (yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuissa) (Butterworth, Varma &



Laurillard, 2011; Emerson, 2015, 217; Mononen, ym., 2017, 48; Räsänen, 2012). Diagnoosin varmistamiseksi tutkimukset aloitetaan useimmiten psykologisista ja neuropsykologisista tutkimuksista, joissa arvioidaan matemaattisten taitojen lisäksi kognitiivisia taitoja (Räsänen, 2012). Suomessa diagnoosia ei tarvita pedagogisen tuen saamiseen, mutta osalle voi olla helpottava kuulla, että kyseessä ei ole laiskuus tai tyhmyys vaan todellinen kehityksellinen poikkeama (Mononen, ym., 2017, 48–49). Björn, Aro ja Koponen (2018, 184) ovat sitä mieltä, että kaikki lapset oppivat matemaattisia taitoja, kun opetus ja oppimiselle asetut tavoitteet ovat sopivia ja tuki on riittävää. He korostavat kuitenkin, että kun kyseessä on matematiikan oppimisen vaikeus, tulee opetus suunnata suoraan oppilaan ongelmiin ja tukea tulee saada opetussuunnitelman mukaista tukea tiiviimmin. Myös Butterworth, Varma ja Laurillard (2011) pitävät erittäin tärkeänä tehokkaita ja aikaisia tukitoimia, jotta laskutaito ei jää hyvin heikoksi. Räsänen (2012) toteaa, että riskilapsilla tukitoimet pitäisi aloittaa jo huomattavasti ennen kouluikää, koska muutoin taitoerot ehtivät kasvaa useiksi vuosiksi jo ennen esikoulua. Räsänen (2012) väittää, että matematiikan oppimisvaikeuksista kärsiviä ei tueta koulussa samalla tavalla kuin lukemisen ongelmista kärsiviä. Butterworth, Varma ja Laurillard (2011) väittävät, että dyskalkulikat kokevat haasteita aritmeettisissa perustaidoissa vielä yläkoulussakin, elleivät he saa kunnollista tukea ongelmiinsa.

## 5 Varhaiskasvatus matemaattisten taitojen tukijana

Tässä luvussa käsitellen matematiikan opetusta suomalaisessa varhaiskasvatuksessa, varhaisten matemaattisten taitojen tunnistamista ja käytössä olevia tukimuotoja. Interventioista tarkastelen tarkemmin alle esikouluikäisille suunnattua Nallematikka-ohjelmaa. Erilaisia tukimenetelmiä voidaan hyvin käyttää sekä pienryhmälle että koko ryhmälle.

### 5.1 Matematiikan opetus suomalaisessa varhaiskasvatuksessa

Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet 2018 -asiakirja asettaa varhaiskasvatuksen tavoitteeksi tukea lasten matemaattisen ajattelun kehittymistä sekä vahvistaa myönteistä suhtautumista matematiikkaan. Varhaiskasvatuksessa tavoitteena edistää eri kehitysvaiheissa olevien lasten oppimista havainnollisen ja leikinomaisen toiminnan myötä (Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet, 2018, 46). Matemaattinen oppiminen kiinnitetään päivittäisiin tilanteisiin ja lähiympäristöön, lapsia ohjataan esimerkiksi kiinnittämään huomiota määriin, muutoksiin ja muotoihin, taitotason mukaan lasta ohjataan myös liittämään määrät lukusanaan ja numeromerkkeihin (Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet, 2018, 46). Lapsia kannustetaan pohtimiseen ja päättelymiseen ja heidän kanssaan kokeillaan mittaamista ja harjoitellaan sijainti- ja suhdekäsitteitä sekä tutustutaan aikakäsitteisiin (Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet, 2018, 46). Varhaiskasvatuksessa tulee tarjota lapsille mahdollisuuksia luokitella, vertailla ja asettaa järjestykseen asioita ja esineitä sekä löytää ja tuottaa säännönmukaisuuksia ja muutoksia (Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet, 2018, 46). Lasten geometrista ajattelua voidaan tukea rakentelun, askartelun ja muovailun avulla. Harjoittelua ja tutustumista matemaattisiin ilmiöihin toteutetaan havainnoimalla, erilaisilla leikeillä ja käyttämällä erilaisia välineitä (Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet, 2018, 46).

Aunio ja kollegat (2015, 6) väittävät että matematiikan opetus suomalaisessa varhaiskasvatuksessa ei ole yleistä tai varsinaisesti suosiossa. Heidän näkemyksensä on, että varhaiskasvatuksessa keskitytään enemmän lasten omiin leikkeihin ja aktiviteetteihin kuin akateemisiin taitoihin. Aunio ja kollegat toteavat lisäksi, että vanhemmat ja varhaiskasvatuksen ammattilaiset ei-

vät aseta painoarvoa akateemisten taitojen opettelulle. He nostavat esille myös sen, että Varhaiskasvatuksen perusteet -asiakirja ei velvoita käyttämään opetusmateriaaleja opetuksessa (Aunio, ym., 2015, 6).

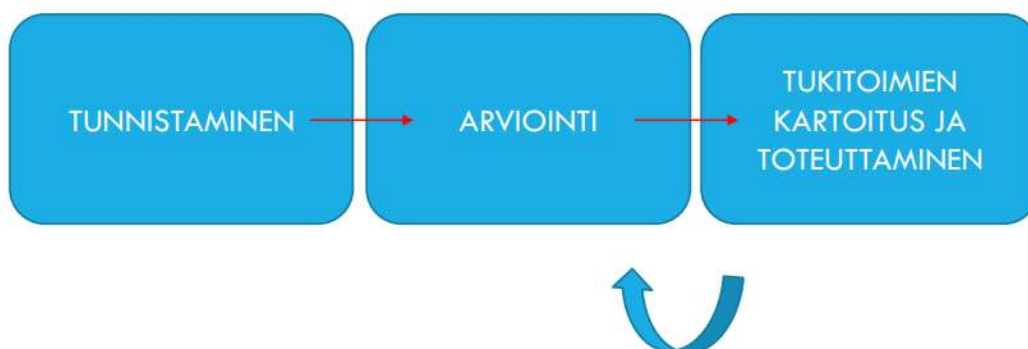
## 5.2 Varhaisten matemaattisten taitojen tunnistaminen

Hyvän matemaattisen kehityksen tuntemuksen myötä varhaiskasvatuksen opettajan on mahdollista tunnistaa lapsen matemaattiset vaikeudet jo varhain. Koponen, Mononen ja Räsänen (2014, 339) toteavat, että osaamisen arviointiin ei kuitenkaan ole antaa yksiselitteistä ohjeistusta. Tämä johtuu heidän mukaansa siitä, että matemaattisen kehityksen osataitoja on tutkittu vähän, lisäksi arviot osataitojen kehityksestä ovat viitteellisiä ja määritelmät siitä, milloin lapsen katsotaan hallitsevan jokin taito voivat vaihdella. Erilaiset leikki- ja vuorovaikutustilanteet tarjoavat Mattisen (2012, 224) mielestä luontevan mahdollisuuden havainnoida lasten matemaattisia taitoja varhaiskasvatuksessa. Esimerkki siitä kuinka matemaattisten taitojen kehitys näkyy lasten toiminnassa, on yksi yhteen -vastaavuuden ilmeneminen. Yksi yhteen -vastaavuuden ensiaskeleeksi Koponen, Mononen ja Räsänen, (2014, 339) ja Geist (2009, 155) esittävät lapsen taidon kattaa pöytään yhden lautasen kullekin syöjälle. Geist (2009, 155) antaa esimerkiksi myös lapsen ymmärryksen siitä, että yhteen autotalliin kuuluu yksi leluauto. Aunio, Hannula ja Räsänen (2012, 65) puolestaan tavaroiden jakamisen ”yksi sulle, yksi mulle” -periaatteella. Yksi yhteen -vastaavuuden ja monet muut matemaattiset taidot ja niiden kehitys voidaan siis havaita lasten leikeissä ja arjen toiminnoissa monin eri tavoin.

Aunio, Heiskari, Van Luit ja Vuorio (2015) totesivat tutkimuksessa *The development of early numeracy skills in kindergarten in low-, average- and highperformance groups*, että erot matemaattisissa taidoissa lapsilla näkyvät jo ennen esikoulun aloittamista. Merkittävimmät erot varhaisissa matemaattisissa taidoissa olivat lasten laskutaidoissa ja matemaattisten suhteiden ymmärryksessä (Aunio, ym. 2015, 11). Heidän mukaansa normaali varhaiskasvatuksen oppimisympäristö ei ole riittävä näiden erojen tasaamiseen. He pitävät tulevaisuuden haasteena näiden matemaattisten taitotaserojen tasaamisen varhaiskasvatuksessa ja alkuopetuksessa. Avainasemassa ongelman ratkaisuun Aunio ja kumppaneiden (2015, 12) mielestä on opettajien tiedeperustainen hyvätasoinen koulutus sekä mahdollisuus täydennyskoulutuksiin. He näkevät tärkeäksi, että varhaiskasvatuksen henkilöstöllä olisi enemmän tietoa lasten matemaattisten taito-

jen kehityksestä ja taitoa luoda tehokas ja motivoiva matemaattinen oppimisympäristö sekä tietoa erilaisista interventiomenetelmistä. Myös Anthony ja Walshaw (2009, 7–8) esittävät samansuuntaisia näkemyksiä. Anthony ja Walshaw (2009, 9–10, 24) sekä Aunio ja kollegat (2015, 12) nostavat toimivista interventiomenetelmistä esimerkeiksi pienryhmätyöskentelyn ja tietokoneperustaiset harjoitusohjelmat. Anthony ja Walshaw (2009, 25–26) sekä Aunio ja kollegat (2015, 12) painottavat, että varhaiskasvatuksen opettajilla tulisi olla taitoa tunnistaa heikosti suoriutuvat lapset ja ne, joilla on haasteita matemaattisten taitojen kehityksessä.

Matematiikan oppimiseen liittyvien vaikeuksien ja matematiikan tuen tarpeen arvioinnin käynnistää tavallisimmin lapsen taidoista herännyt huoli joko kodissa, päivähoitossa, esiopetuksessa tai koulussa (Aunio, 2008, 69). Aunio (2008) toteaa, että useimmiten voi olla vaikea tietää, onko lapsen taitoero merkittävä ikätovereihin verrattuna, sillä lapsilla voi olla hyvin erilaisia matemaattisia oppimiskokemuksia. Hän korostaakin, että on olennaista pohtia lapsen taitojen lisäksi sitä, pystyykö lapsi oppimaan, kun taitoa harjoitellaan. Heränneistä huolista ja mahdollisista tutkimuksista on aina keskusteltava vanhempien kanssa, ja tutkimuksia varten on saatava vanhempien suostumus (Aunio, 2008, 69–70). Tunnistamisvaiheen jälkeen varhaiskasvatuksen opettaja tekee yhteistyössä erityisopettajan kanssa tarkemman arvion matemaattisista taidoista (Aunio, 2008, 70). Arvioinnin tavoitteena on Aunion mukaan selvittää lapsen vahvuudet ja heikkoudet matematiikan eri osataidoissa mahdollisimman tarkasti. Tarvittaessa pyydetään myös psykologin arvio osaamisesta, varsinkin vaikeuksien ollessa laajoja tai jos niiden syistä herää kysymyksiä (Aunio, 2008, 70). Taitojen arvioinnin lisäksi Aunio (2008, 70) mukaan tulee pohtia, minkälaisia tukitoimia on mahdollista ja missä määrin niitä olisi tarpeen käyttää. Tukitoimien valinta perustuu kehitysriskien tuntemiseen, kehityksen tarkkaan havainnointiin ja arviointiin (Aunio, 2008, 70). Koostamastani kuvioista (Kuvio 1) ilmenee minkälaisena matemaattisten taitojen arvioinnin prosessi näyttäytyy Aunion (2008) kuvailemana.



Kuvio 1. Matemaattisten vaikeuksien arviointiprosessi Auniota (2008) mukaillen.

### 5.3 Matematiikka arjen toiminnassa

Varhaiskasvatuksessa matemaattisia valmiuksia voidaan tukea arjen tilanteissa ja leikeissä (Geist, 2009, 163; Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 340). Koponen, Mononen ja Räsänen (2014, 340) korostavat, että lasten omasta ajatusmaailmasta nousevat kysymykset ovat oivallinen keino tutustua myös matemaattisiin ilmiöihin. Aikuisen tehtävänä on kielellistä asiata matemaattisiin käsitteisiin ja ohjata lasta ympäristön havainnointiin ja havaintojen kuvailemiseen (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 340). Lapsen on myös helpompi oppia ymmärtämään lukusanat, lukumäärät, matemaattiset käsitteet ja niiden väliset yhteydet, kun ne liittyvät johonkin lapselle merkitykselliseen asiaan (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 340).

Lapset jäsentävät maailmaa oman toimintansa kautta, toiminnalliset harjoitteet tukevat hyvin myös matemaattista oppimista (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 341). Koponen, Mononen ja Räsänen (2014, 341–342) sekä Mattinen (2012, 228) nostavat esiin myös harjoittelun leikinomaisuuden, koska lapsi siirtää ohjatussa leikissä harjoiteltuja tietoja ja taitoja myös omaehtoiseen leikkiin sekä arkipäivän ongelmanratkaisutilanteisiin. Erilaiset sääntö-, liikunta- ja roolileikit sekä taiteellinen kokeileminen, musiikki, pelit ja lorut ovat hyviä keinoja tutustua matemaattisiin ilmiöihin sekä harjoitella lukusanoja ja lukukäsitteitä (Geist, 2009, 160–161; Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 342; Mattinen, 2012, 228). Mattinen (2012, 228) huomauttaa, että tilanteen sisältämä matematiikka voi tulla esiin vasta toiminnan aikana. Matemaattisia taitoja voidaan hyvin harjoitella myös ruokailu- ja pukeutumistilanteissa, ne toistuvat usein samanlaisina ja silloin tiettyjen käsitteiden toistaminen on luonnollista ja niiden oppiminen vahvistuu (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 342). Ruokailussa voidaan kiinnittää huomiota sen yhteydessä ilmeneviin lukumääriin, kuten kuinka monta lihapullaa lautasella on (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 342–343). Pukeutumisessa puolestaan voidaan harjoitella suhderekäsitteitä, kuten vasen käsi, alla, ensin (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 343). Arkipäivän tilanteiden hyödyntämisen suhteen Mattinen (2012, 228) huomauttaa, että matemaattinen sisältö tulee nostaa esiin aikuisen tietoisella toiminnalla, jottei se jäisi hyödyntämättä.

Matemaattisten taitojen tukemiseen on kehitetty myös erilaisia tietokoneperustaisia tukimenetelmiä. Näitä ovat esimerkiksi Ekapeli-Matikka ja Numerorata-pelit. Tietokoneperustaiset harjoitteissa voidaan huomioida lapsen yksilöllisiä tarpeita ja ne ovat usein pelaajan taitoihin mukautuvia, jolloin pelaaja harjoittelee itselleen sopivalla vaikeustasolla ja saa onnistumisen kokemuksia (Salminen, ym., 2015b). Salminen kollegoineen (2015a, 17; 2015b) on todennut päi-

vittäisen lyhyen (10–15 minuuttia) matematiikkapelin pelaamisen parantavan suorituksia matemaattisissa tehtävissä jo kolmen viikon mittaisen tutkimusjakson aikana. Harjoitusohjelmilla voidaan vahvistaa varhaisia matemaattisia taitoja (Salminen, ym., 2015b).

Björklund (2007, 158–159) totesi tutkimuksessaan, että ympäristöllä, jossa lapset toimivat ja sen myötä lasten kanssa työskentelevillä aikuisilla on merkityksellinen asema lasten matemaattisen oppimisen olosuhteiden rakentumisessa. Varhaiskasvatuksen kontekstissa aikuisilla on keskeinen merkitys matemaattisten ilmiöiden ja käsitteiden tarkastelussa (Björklund, 2007, 159). Myös aikuisen asenteella on merkitystä siinä, minkälainen mielikuva matematiikasta ja sen oppimisesta välitetään (Anthony & Walshaw, 2009, 7). Aunio, Hannula ja Räsänen (2012, 66) kuitenkin toteavat, ettei sosiaalinen tuki, matemaattisesti kehittävät leikkiympäristöt ja aikuisten intensiivinen opastus riitä yksistään. Heidän mukaansa lapsen matemaattisten taitojen kehittymisen kannalta tärkeintä on lapsen oma mielenkiinto matematiikkaa kohtaan. Se kuinka lapsi osallistuu näihin toimintoihin ja mitä hän itse tekee ja ajattelee tehdessään (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 67). Lapsen tarkkaavaisuuden kiinnittyminen matemaattisesti mielenkiintoisiin piirteisiin ei ole lainkaan itsestään selvää (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 67). Aunio, Hannula ja Räsänen (2012, 67) toteavat, että osa lapsista kiinnittää spontaanisti huomiota lukumääriin ympärillään ja he saavat samalla valtavan määrän harjoitusta lukumäärien tunnistamisessa sekä niiden hyödyntämisessä arkipäivän tilanteissa. Lapset kiinnittävät huomiota esimerkiksi siihen, kuinka monta esinettä tai tapahtumaa missäkin on (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 67). Kaikki lapset eivät kuitenkaan ole Aunio, Hannulan ja Räsänen (2012) mukaan samalla tavoin matemaattisesti orientoituneita ja voivat olla vastaavasti kiinnostuneempia jostain muusta asiasta tai ilmiöistä kuten vaikka väreistä tai tunnelmista. Tämän myötä matemaattisten harjoituksen määrä ja laatu on moninkertainen itsestään matemaattisesti orientoituneilla verrattuna niihin lapsiin, jotka suuntaavat tarkkaavaisuutensa ympärillään oleviin lukumääriin vain ohjattuna (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 68). Harjoitusmäärän erolla onkin merkittävä vaikutus matemaattisten taitojen ja käsitteiden oppimiseen (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 68).

Lapsia joiden mielenkiinto ei luontaisesti kohdistu lähiympäristön lukumääriin voidaan ohjata varhaiskasvatuksen toiminnassa (Mattinen, 2012, 222). Spontaani suuntautuminen lukumääriin (SFON, Spontaneous Focusing on Numerosity) on Hannulan ja Lehtisen (2005, 237) tutkimuksen *Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children* mukaan yhteydessä lasten matemaattisiin taitoihin. Lapsen spontaani suuntautuminen lukumääriin oli yhteydessä esineiden laskemiseen, lukujonotaitoihin ja aritmeettisiin perustaitoihin (Hannula

& Lehtinen, 2005, 252). Tutkimuksessa lähes kaikki lapset suoriutuivat tehtävistä viimeitään saatuaan ohjausta tehtäviin, näin ollen voidaan olettaa, että aikuisen ohjatessa lasta lukumäärien havainnointiin ja niistä keskustelemiseen, se kannustaa myös lasta itsenäiseen matemaattiseen ajatteluun (Hannula & Lehtinen, 2005, 252–253).

#### **5.4 Nallematikka**

Lasten matemaattista kehitystä voidaan tukea varhaiskasvatuksessa myös erilaisilla interventio-ohjelmilla, joista yksi on suomessa kehitetty Nallematikka-ohjelma. Mattinen, Räsänen, Hannula ja Lehtinen esittelivät Nallematikka-kehittämishjelman 2008 ja julkaisivat ohjelman pilotitutkimuksen tulokset 2010. Nallematikka on yksi harvoista alle esikouluikäisille lapsille suunnitelluista interventio-ohjelmista (Mattinen, ym., 2008, 40). Se on suunniteltu toteutettavaksi 4–5-vuotiaiden lasten kanssa päiväkodin normaalin toiminnan yhteydessä tai erillisenä viikoittaisena virike- tai kuntoutusohjelmalla (Mattinen, ym., 2010, 41). Nallematikka on vuoden mittainen systemaattinen ohjelma, jossa harjoitellaan matemaattisia perustaitoja (Mattinen, ym., 2010, 43). Nallematikka on suunniteltu ensisijaisesti tukemaan sellaisia lapsia, joilla on tunnistettavissa puutteita matemaattisten taitojen lisäksi myös muilla oppimisen alueilla (Mattinen, ym., 2008, 40). Ohjelman leikinomaisten ongelmanratkaisutehtävien myötä lasten matemaattiset taidot ja yleiset oppimisvalmiudet kehittyvät siten, että lapset alkavat itsenäisesti kiinnittää huomiota ympäristössään esiintyviin matemaattisiin ilmiöihin sekä ohjata matemaattista toimintaansa (Mattinen, ym., 2008, 40). Mattinen ja kollegat (2008, 40) esittävät ohjelman tavoitteeksi myös ohjata päiväkodin henkilökuntaa tunnistamaan ja tukemaan lasten oppimisvalmiuksien kehittymistä yhteistyössä vanhempien kanssa.

Nallematikka -ohjelma ohjaa lasta tarkkailemaan ja suunnittelemaan omaa toimintaansa ja rakentamaan merkityksiä matemaattisille käsitteille (Mattinen, ym., 2008, 41). Mattisen ja kumppaneiden (2008, 41) mukaan toimintamenetelmän kontekstina toimii karhuperhe ja taustalla on sadut, leikit ja toiminnalliset menetelmät. Oppimisen lähtökohtana on Pikkukarhun auttaminen ja neuvominen, kun tämä kohtaa erilaisia ongelmia tai tekee virheitä (Mattinen, ym., 2008, 40). Ohjelmassa matemaattiset ilmiöt Mattinen ja kollegat (2008, 40) ovat suunnitelleet lapsen kokemusmaailmaan ja tuttuihin arkipäivän tilanteisiin liittyviksi. Toimintamalli sisältää pienryhmätoiminnan ja siinä käsiteltyjen asioiden integroimisen päiväkodin muuhun toimintaan (Mat-

minen, ym., 2010, 43). Nallematikassa oppimistilanteet ja tutkiminen on lapsille iloista yhdessä-oloa (Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 340). Ohjelma tarjoaa lisäksi mallin soveltaa opittuja asioita lasten ja aikuisten kahdenkeskisiin vuorovaikutustilanteisiin (Mattinen, ym., 2008, 40).

Nallematikka-ohjelma auttoi Mattisen ja kumppaneiden (2010) mukaan varhaiskasvatuksen henkilökuntaa syventämään käsitystä varhaismatemaattisista taidoista ja niiden kehityksestä, lisäksi se kehitti heidän ohjaustaitojaan ja matemaattisten taitojen havainnointia. Varhaiskasvatuksen henkilöstö huomasi myös oman matemaattisten asioiden havainnoinnin herkkyyden lisääntyneen (Mattinen, ym., 2010, 49). Nallematika interventiomenetelmänä vaikutti Mattisen ja kollegoiden (2010, 57) tutkimuksessa positiivisesti lasten matemaattisiin ja muistamisen taitoihin. Taitojen kehitys näkyi kuitenkin vain interventiojakson ajan, eikä positiivista kehitystä tapahtunut enää vastaavasti Nallematika-toiminnan päätyttyä (Mattinen, ym., 2010, 57). Ohjelmaan osallistuminen tukee Mattisen ja kumppaneiden (2010, 57) mielestä lasten oppimista ja sen perusteella voidaan myös todeta, että oppimisvalmiuksien kehitykseen voidaan vaikuttaa ja varhaisesta interventiosta on hyötyä niille lapsille, joilla on oppimisen haasteita.



## 6 Johtopäätökset

Johtopäätösten osalta vastaan tutkielman alussa esitettyihin tutkimuskysymyksiin siinä laajuudessa, missä ne ovat teoreettisen aineiston kautta auenneet. Matemaattisten taitojen kehittyminen edellyttävää lapselta monien osataitojen oppimista ja käsitteiden ymmärtämistä, ajattelua, muistamista, havainnointia, tarkkaavaisuutta ja päättelykykyä (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 57). Matemaattiset periaatteet eivät rakennu toisistaan irrallisina, vaan ne ovat selkeästi yhteydessä toisiinsa (Räsänen, 2012). Koska matematiikan oppiminen edellyttää monia eri taitoja lapset oppivat niitä eri tahtiin ja ovat erilaisia ja yksilöllisiä taidoissaan ja kyvyissään (Räsänen, 2012).

Aluksi vastaan kysymykseen mitä matematiikan oppimisvaikeus dyskalkulia on. Matematiikkaan liittyvien oppimisvaikeuksien määrittelyssä on käytetty useita erilaisia termejä. Tutkimukset ovat osoittaneet, että joillekin lapsille matemaattisten taitojen omaksuminen on haasteellista. Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia ei johdu kehitysvammaisuudesta tai puutteellisesta opetuksesta vaan se on synnynnäinen kehityksen aikana ilmenevä vaikeus (Desoete, 2015, 90; Mazzocco, 2007, 30; Mononen, ym., 2017, 48; Räsänen, 2012). Oppimisen vaikeuksien taustalla on aivojen toiminnallinen tai rakenteellinen poikkeama (Mononen, ym., 2017, 48). Dyskalkuliassa oppimisen vaikeudet kohdistuvat peruslaskutaitoihin eli yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaitoihin (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011; Emerson, 2015, 217; Mononen, ym., 2017, 48; Räsänen, 2012).

Matematiikan oppimisvaikeuksia koskevat tutkimukset ovat lisänneet ymmärrystä varhaisen tunnistamisen ja tukemisen tärkeydestä. Tutkimuksissa on todettu, että erot lasten matemaattisissa taidoissa ja riskilapset on mahdollista tunnistaa jo ennen koulun alkua, jolloin matemaattisten taitojen tukeminen voidaan aloittaa jo varhaiskasvatuksessa (Aunio, ym., 2015). Oppimisvaikeuksien varhaiset vaikeudet näkyvät lukumäärien ja lukujen vertailussa, luku- ja numerosymbolien tuntemisessa sekä lukujonotaidoissa (Räsänen, 2012). Lasten matemaattisten taitojen tukemiseksi on kehitetty erilaisia tukimenetelmiä.

Toisena tutkimuskysymyksenä olen tarkastellut, miten matematiikan oppimista voidaan tukea varhaiskasvatuksessa lapsella, jolla on matemaattinen oppimisvaikeus. Matematiikan oppimiseen liittyvien vaikeuksien varhainen tunnistaminen mahdollistaa varhaisen tukemisen ja oppi-

misvaikeuksien ennaltaehkäisyyn. Jotta vaikeudet voitaisiin tunnistaa varhain, tulee varhaiskasvatuksen henkilöstöllä olla riittävästi tietoa lasten matemaattisten taitojen kehityksestä (Anthony & Walshaw, 2009, 25–26; Aunio, ym., 2015, 12). Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet 2018 -asiakirjassa matemaattisiin ilmiöihin tutustuminen, lasten matemaattisten taitojen kehittäminen ja positiivisen matematiikkasuhteen tukeminen asetetaan varhaiskasvatuksen tavoitteiksi.

Varhaisella tukemisella voidaan parantaa lasten matemaattisia taitoja jo lyhyessäkin ajassa ja näin ollen ehkäistä matematiikan oppimisvaikeuksien syntyä (Aunola & Nurmi, 2018; Björklund, 2007; Hannula, Mattinen & Lehtinen, 2005; Mattinen, ym., 2010; Salminen, ym., 2015a; Salminen, ym., 2015b). Tehokkaiksi oppimisen tukemisen keinoiksi on havaittu matemaattiseen havainnointiin ja tutkimiseen kannustava oppimisympäristö (Björklund, 2007, 158–159). Lapsen omalla mielenkiinnolla matemaattisia ilmiöitä kohtaan on ratkaiseva merkitys, tarvittaessa aikuinen voi johdattaa ja kannustaa lasta havainnoimaan ympäristössä ilmenevää matematiikkaa (Aunio, Hannula & Räsänen, 2012, 67). Aikuisen positiivinen asenne matematiikkaa ja sen oppimista kohtaan edesauttaa myönteisen oppimiskokemuksen muodostumista myös lapselle (Anthony & Walshaw, 2009, 7). Varhaiskasvatuksen kontekstissa matemaattisten taitojen harjoittelua voidaan toteuttaa arjen jokapäiväisissä toiminnoissa, hyvinä oppimisen välineinä toimivat myös erilaiset leikit, musiikki ja pelit (Geist, 2009, 160–161; Koponen, Mononen & Räsänen, 2014, 342; Mattinen, 2012, 228). Oppimisen tukemiseksi on kehitetty lisäksi erilaisia tukimuotoja, joiden systemaattisella käytöllä voidaan saavuttaa hyviä tuloksia lasten matemaattisten taitojen vahvistamisessa (esim. Mattinen, ym., 2008).

Matematiikan oppimisvaikeuden tunnistaminen ja vaikeudessa tukeminen varhaisessa vaiheessa on tärkeää, jotta matemaattisten taitojen kumulatiivisen kehityksen vuoksi voidaan ehkäistä suurempia ongelmia (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011; Räsänen, 2012). Matematiikan oppimisvaikeus vaikeuttaa elämää huomattavasti (Mononen, ym., 2017, 9; Trott, 2015, 416). Matematiikan oppimisvaikeus on yhteydessä arkielämän haasteisiin, alhaiseen koulutustasoon ja työttömyyteen (Hakkarainen, Holopainen & Savolainen, 2016; Räsänen, 2012).

## 7 Pohdinta

Kandidaatin tutkielmassa olen käsitellyt dyskalkuliaa sekä matemaattisten taitojen tukikeinoja useasta näkökulmasta. Tutkimusmetodiksi valikoitui kuvaileva kirjallisuuskatsaus, koska matematiikan oppimisvaikeuksia ja sen tukemisen muotoja on tutkittu suhteellisen vähän. Tutkimuskirjallisuudessa on käytetty useita eri käsitteitä kuvaamaan matemaattisia oppimisvaikeuksia, koska eri tieteenaloilla on omia nimityksiään, eikä käsitteistö ole vielä kovin vakiintunutta melko tuoreen tutkimusalan takia. Tutkimusalan kasvavan mielenkiinnon myötä aiheesta löytyi kuitenkin useita tuoreita tutkimusjulkaisuja. Matemaattisiin oppimisvaikeuksiin ja sen tukemiseen liittyvä tieto on kirjallisuudessa melko hajanaista, joten aiheeseen liittyvää tietoa on haettu useista lähteistä tutkimusprosessin edetessä. Kirjastojen ollessa suljettuina tehdessäni tutkielmaa loppuun jouduin tukeutumaan hyvin pitkälti e-kirjoihin ja netissä julkaistuihin tutkimusartikkeleihin, tämän takia myös muutamia teoksia jäi käyttämättä tutkielmassa. Kerätyn ja käytetyn aineiston tutkimustulokset ovat yhteneviä eikä ristiriitaisia tuloksia tullut esiin.

Oman ammatillinen kiinnostus on sitouttanut minua tutkielman tekemiseen aktiivisesti. Aiheeseen perehtyminen on ollut hyödyllistä tulevan varhaiskasvatuksen opettajan työn näkökulmasta. Tutkielman myötä oma ymmärrykseni matematiikan opetuksen merkityksestä ja keinoista varhaiskasvatuksessa sekä matemaattisten taitojen kehityksestä on syventynyt.

Kirjallisuuskatsauksen luotettavuuden ja eettisyyden perustana on hyvän tieteellisen käytännön noudattaminen. Olen käyttänyt tutkielmassa eettisesti kestäviä ja yleisesti hyväksytyjä tiedonhankinta- ja tutkimusmenetelmiä. Tutkimusalan melko vakiintumaton käsitteistö hankaloitti jonkin verran tutkimustulosten ymmärtämistä ja vertailtavuutta, oman haasteensa tutkimuksen sujuvalle etenemiselle asetti suomen- ja englanninkielisten termien vastaavuuden yhdistäminen ja sisäistäminen eri tutkimuksien välillä. Tämän myötä tutkielmassa voi olla joitakin lieviä käsitteiden tulkintavirheitä käännoksien takia. Metsämuurosen (2011, 42–43) mukaan tutkimuksen luotettavuutta vahvistaa tiedon etsiminen laadukkaista tietokannoista ja monipuolinen lähdeaineiston kokoaminen ja huolellinen aineistoon tutustuminen. Tutkielman aineistoa valitessa olen pyrkinyt käyttämään mahdollisuuksien mukaan alkuperäisaineistoja. Reliaabeliuden näkökulmasta tutkimuksen luotettavuutta voidaan arvioida pohtimalla, miten pysyviä tulokset ovat (Kananen, 2017, 175). Tutkimuksen toistettavuuden näkökulmasta, olen raportoineet kirjallisuuskatsauksen edellytykset ja menetelmävaiheet tutkielman alussa. Johtopäätöksissä olen

kuvannut kirjallisuuskatsauksen aineistosta nousseet keskeiset johtopäätökset mahdollisimman selkeästi ja luotettavasti. Olen myös pyrkinyt siihen, etteivät omat ennakko-oletukseni ole vaikuttaneet niihin. Luotettavuutta lisää hyvä lähdeviittaustekniikka, joka osoittaa, että kirjallisuuskatsauksen aineisto on relevanttia ja tutkimukseen perustuvaa.

Tutkimusta on mielekästä jatkaa Pro gradu –tutkielmassa tekemällä empiiristä tutkimusta siitä, miten matemaattisten taitojen tukeminen on näyttäytynyt varhaiskasvatuksen opettajille ja onko heillä riittävästi tietoa matemaattisista kehitysvaiheista. Toinen mielenkiintoinen tutkimuskysymys on, millä tavoin matematiikan opetusta toteutetaan varhaiskasvatuksessa. Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet 2018 luo toiminnan toteuttamiselle pohjan, mutta varhaiskasvatuksen henkilöstön vastuulle jää kuitenkin päätös siitä, miten opetusta toteutetaan käytännössä.

## Lähteet

- Andersson, U. (2010). Skill Development in Different components of Arithmetic and Basic cognitive Functions: Findings From a 3-Year Longitudinal Study of Children With Different Types of Learning Difficulties. *Journal of Educational Psychology* 102(1), 115–134. DOI: 10.1037/a0016838
- Anthony, G. & Walshaw, M. (2009). *Effective pedagogy in mathematics*. Educational practices series19. Belgium: International Academy of Education. Haettu osoitteesta [https://nzmaths.co.nz/sites/default/files/images/EdPractices\\_19.pdf](https://nzmaths.co.nz/sites/default/files/images/EdPractices_19.pdf)
- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-Bulletin* 4, 63– 74.
- Aunio, P., Hannula, M. & Räsänen, P. (2012). Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa Asunmaa, J. & Vainionpää, J. (toim.) *Samalta viivalta 6: Valtakunnallisen kasvatustalan valintayhteistyöverkoston (VAKAVA) kirjallisen kokeen aineisto 2012* (s. 53–83) Jyväskylä: PS-kustannus.
- Aunio, P., Heiskari, P., Van Luit, J. E., & Vuorio, J. (2015). The development of early numeracy skills in kindergarten in low-, average- and high-performance groups. *Journal of Early Childhood Research*, 13(1), 3–16. doi:10.1177/1476718X14538722
- Aunio, P. & Räsänen, P. (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684–704. doi:10.1080/1350293X.2014.996424
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. & Nurmi, J-E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699–713. doi:10.1037/0022-0663.96.4.699
- Aunola, K., & Nurmi, J-E. (2018). Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 54–69). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Björn, P., Aro, M. & Koponen, T. (2018). Matematiikan oppimisvaikeuksien tutkimusperustainen tuki. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 184–201). Niilo Mäki Instituutti.
- Björklund, C. (2007). *Hållpunktet för lärande. Småbarns möten med matematik*. Åbo Akademis Förlag – Åbo Akademi University Press. Haettu osoitteesta <https://www.doria.fi/bitstream/handle/10024/5323/BjorklundCamilla.pdf>
- Butterworth, B., Varma, S. & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From Brain to Education. *Science*, 332(6033), 1049–1053. DOI: 10.1126/science.1201536

- Desoete, A. (2015). Predictive indicators for mathematical learning disabilities/dyscalculia in kindergarten children. Teoksessa Chinn, S. (toim.) *The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties* (s. 90–100). New York: Routledge.
- Emerson, J. (2015). The enigma of dyscalculia. Teoksessa Chinn, S. (toim.) *The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties* (s. 217–227). New York: Routledge.
- Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics: JDBP*, 32(3), 250–263. doi:10.1097/DBP.0b013e318209edef
- Geist, E. (2009). *Children Are Born Mathematicians. Supporting Mathematical Development, Birth to Age 8*. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson
- Gersten, R., Clarke, B. & Mazzocco, M.M.M. (2007). Historical and Contemporary Perspectives on Mathematical Learning Disabilities. Teoksessa Berch, D. B. & Mazzocco, M. M.M. (toim.) *Why Is Math So Hard for Some Children?: The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities* (s.7–27). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.
- Hannula, M. M., Mattinen, A. & Lehtinen, E. (2005). Does social interaction influence 3-year-old children's tendency to focus on numerosity. A quasi-experimental study in day-care. Teoksessa Verschaffel, L., De Corte, E., Kanselaar, G. & Valcke, M. (toim.) *Powerful Learning Environments to Promoting Deep Conceptual and Strategic Learning*. (s. 63–80). Studia Pedagogica 41. Leuven University Press.
- Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15(3), 237–256. doi:10.1016/j.learninstruc.2005.04.005
- Hannula-Sormunen, M., Mattinen, A., Räsänen, P. & Ruusuvirta, T. (2018). Varhaisten matemaattisten taitojen perusta: synnynnäiset valmiudet, tietoinen toiminta ja vuorovaikutus. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 158–183). Niilo Mäki Instituutti.
- Hakkarainen, A. M., Holopainen, L. K. & Savolainen, H. K. (2016). The impact of learning difficulties and socioemotional and behavioural problems on transition to postsecondary education or work life in Finland: A five-year follow-up study. *European Journal of Special Needs Education*, 31(2), 171–186. doi:10.1080/08856257.2015.1125688

- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N. & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 36–46. doi:10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x
- Kananen, J. (2017). *Laadullinen tutkimus pro graduna ja opinnäytetyönä*. Jyväskylän ammattikorkeakoulun julkaisuja 234. Jyväskylä: Suomen yliopistopaino Oy-Juvenes Print
- Koponen, T., Mononen, R. & Räsänen, P. (2014). Matemaattiset valmiudet. Teoksessa Siiskonen, T., Aro, T., Ahonen, T. & Ketonen, R. (toim.) *Joko se puhuu?* (s. 333–343) Jyväskylä: PS-kustannus.
- Koponen, T., Salminen, J. & Sorvo, R. (2019). Matematiikan perustaitojen oppimisvaikeudet. Teoksessa Ahonen, T., Aro, M., Aro, T., Lerkkanen, M-K. & Siiskonen, T. (toim.), *Oppimisen vaikeudet*. (324–349) Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Kupari, P. & Hiltunen, J. (2017). Matemaattiset taidot kansainvälisten arviointitutkimusten valossa. Teoksessa Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. & Räsänen, P. (toim.) *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 16–52). Niilo Mäki Instituutti.
- Mattinen, A. (2012). Lapsen matemaattinen maailma ja ajattelu. Teoksessa Hujala, E. & Turja, L. (toim.) *Varhaiskasvatuksen käsikirja*. (s. 219–230) Jyväskylä: PS-kustannus.
- Mattinen, A., Räsänen, P., Hannula, M. M. & Lehtinen, E. (2008). Varhaisten matemaattisten oppimisvalmiuksien kehittämisohjelma päiväkodeille. *NMI-bulletin*, Vol. 18, No. 4, 40–53.
- Mattinen, A., Räsänen, P., Hannula, M. M. & Lehtinen, E. (2010). Nallematikka: 4–5-vuotiaiden lasten oppimisvalmiuksien kehittämisohjelma – pilottitutkimuksen tulokset. *NMI-bulletin*, 20(20), 41–59.
- Mazzocco, M. M. M. (2007). Defining and Differentiating Mathematical Learning Disabilities and Difficulties. Teoksessa Berch, D. B. & Mazzocco, M. M.M. (toim.) *Why Is Math So Hard for Some Children?: The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities*. (s. 29–47). Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.
- Metsämuuronen, J. (2011). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Tutkijalaitos (e-kirja)*. Helsinki: International Methelp.
- Mononen, R., Aunio, P., Väisänen, E., Korhonen, J. & Tapola, A. (2017). *Matemaattiset oppimisvaikeudet*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Mononen, R., Aunio, P., Koponen, T., & Aro, M. (2014). A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education*, 6(1), 25–54. Haettu osoitteesta <https://www.int-jecse.net/index.php/ijecse/article/view/79>

- Räsänen, P. (2012). Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. *Läketieteellinen aikakauskirja Duodecim*. Haettu osoitteesta <https://www.duodecimlehti.fi/duo10309>
- Räsänen, P., & Ahonen, T. (1995). Arithmetic disabilities with and without reading difficulties: A comparison of arithmetic errors. *Developmental Neuropsychology*, *11*(3), 275–295. doi:10.1080/87565649509540620
- Salminen, A. (2011). *Mitä on kirjallisuuskatsaus: Johdatus kirjallisuuskatsauksen tyyppeihin ja hallintotieteellisiin sovelluksiin*. Vaasan yliopiston julkaisuja. Haettu osoitteesta [http://www.uva.fi/materiaali/pdf/isbn\\_978-952-476-349-3.pdf](http://www.uva.fi/materiaali/pdf/isbn_978-952-476-349-3.pdf)
- Salminen, J., Koponen, T. K., Leskinen, M., Poikkeus, A-M. & Aro, M. (2015a). Individual variance in responsiveness to early computerized mathematics intervention. *Learning and Individual Differences*, *43*, 124-131. doi:10.1016/j.lindif.2015.09.002
- Salminen, J., Koponen, T. Räsänen, P. & Aro, M. (2015b). Preventive support for kindergarteners most at-risk for mathematics difficulties: Computer-assisted intervention. *Mathematical Thinking and Learning*, *17*(4), 273–295. doi:10.1080/10986065.2015.1083837
- Trott, C. (2015). Dyscalculia in Higher Education.: Systems, support and student strategies. Teoksessa Chinn, S. (toim.) *The Routledge International Handbook of Dyscalculia and Mathematical Learning Difficulties* (s. 406–419). New York: Routledge.
- Varhaiskasvatussuunnitelman perusteet*. (2018). Helsinki: Opetushallitus. Haettu osoitteesta [https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/varhaiskasvatussuunnitelman\\_perusteet.pdf](https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/varhaiskasvatussuunnitelman_perusteet.pdf)