

Frisbeegolfkiekon muodon vaikutus sen lentorataan

Joni Eronen
LuK-tutkielma
Fysiikan tutkinto-ohjelma
Luonnontieteellinen tiedekunta
Oulun yliopisto
Lokakuu 2020

Sisällys

1	Johdanto	2
2	Frisbeegolf harrastuksena	3
2.1	Frisbeegolfin historia	3
2.2	Mitä on frisbeegolf?	5
2.3	Eri heittotyylit ja heittämiseen liittyvät käsitteet	5
2.4	Kiekkotyypit	6
2.5	Lentonumerot	7
3	Frisbeegolfkiekon lentämisen fysiikkaa	9
3.1	Aerodynaaminen noste	9
3.2	Ilmanvastus	12
3.3	Gyroskooppinen vakaus	12
3.3.1	Pituuskallistusmomentti	14
3.4	Frisbeegolfkiekon lentoradan selittäminen	16
4	Frisbeegolfkiekon muodon vaikutus sen lentorataan	18
4.1	Tuulitunnelikokeet	18
4.1.1	Kuvun vaikutus	18
4.1.2	Pohjan muodon vaikutus	19
4.1.3	Siiven profiilin vaikutus	19
4.1.4	Vertailu kaupallisten frisbeegolfkiekkojen välillä	20
5	Yhteenveto	22
	Kirjallisuutta	24

Luku 1

Johdanto

Mikään ei ole tyydyttävämpää, kuin heittää frisbeegolfkiekko ilmaan, ja katsoa sen lentävän täsmälleen suunnitellulla tavalla laskeutuen pehmeästi aivan korin juureen. Tämä onnistumisen tunne on syy, jonka vuoksi olen alun perin jäänyt koukkuun frisbeegolfiin. Joka kerta, kun lähdin harjoittelemaan, halusin heittää entistä parempia heittoa. Nyt kahdeksan vuotta lajia aktiivisesti harrastaneena koen jo olevani kokenut pelaaja, mutta edelleen haluan oppia lajista lisää. Eräs aihe, joka on aina kiehtonut minua, on frisbeegolfkiekon lentämisen fysiikka ja etenkin kiekon muodon vaikutus sen lentorataan ja lento-ominaisuuksiin. Koska laji on vielä melko uusi, tietoa ja tutkimusta aiheesta on saatavilla rajatusti, etenkin suomen kielellä. Päätin siten perehtyä tarkemmin aiheeseen ja lopulta kirjoittaa siitä kandidaatin tutkielmani.

Syvällisempi ymmärrys frisbeegolfkiekon muodon vaikutuksesta sen lentorataan ja lento-ominaisuuksiin on tärkeää sekä kiekkovalmistajille että lajin harrastajille. Kiekkovalmistajat hyötyvät tästä ymmärryksestä kiekkojen suunnitteluvaiheessa, sillä se auttaa suunnittelijoita laatimaan lento-ominaisuuksiltaan juuri tietynlaisia kiekkoja. Sen sijaan varsinaisia lajin harrastajia ymmärrys frisbeegolfkiekon fysiikasta auttaa kiekkojen valitsemisessa sekä frisbeegolfradalla että kiekkojen ostohetkellä.

Tässä tutkielmassa annetaan katsaus frisbeegolfin historiaan ja opitaan lajin perusidea. Lukijalle tulee tutuksi eri heittotyylit, eri kiekko-tyypit ja lentonumerot. Tutkielman päätarkoitus on kuitenkin selvittää, minkälaisia fysikaalisia ilmiöitä frisbeegolfkiekon lentämiseen liittyy, ja kuinka kiekon muoto vaikuttaa sen lentorataan ja lento-ominaisuuksiin. Tutkielma perustuu pääosin yleisesti frisbeen ja muiden heitettävien urheiluvälineiden fysiikkaa käsitteleviin artikkeleihin [1] ja [2] sekä tutkijoiden Kamaruddinin, Pottsin ja Crowtherin tekemiin tuulitunnelikokeisiin [3]. Tutkimuksessa saatujen tulosten avulla selvitetään, minkälainen frisbeegolfkiekko lentää mahdollisimman pitkälle, ja miten siitä voidaan tehdä mahdollisimman tarkka.

Luku 2

Frisbeegolf harrastuksena

Jotta frisbeegolfkiekon fysiikan tutkiminen olisi mielekkäämpää, tässä luvussa kerrotaan, minkälainen harrastus frisbeegolf oikeasti on. Tekstissä otetaan katsaus lajin syntyyn ja sen kehitykseen maailmalla ja Suomessa, kerrotaan lajin tarkoitus, ja käsitellään sekä heittoihin että kiekkoihin liittyviä tärkeitä käsitteitä.

2.1 Frisbeegolfin historia

Frisbeegolfin synty ei ole täysin tarkkaan tiedossa eikä esimerkiksi lajin ensimmäistä harrastajaa tunneta. Frisbeegolfin isänä kuitenkin pidetään kuvassa (2.1) esiintyvää yhdysvaltalaista Ed Headrickiä, joka on ollut suurimmassa roolissa lajin alulle saamisen ja kehityksen osalta. [4]

Ensimmäinen merkittävä askel frisbeegolfin kehityksessä oli Headrickin kehittämä Frisbee, jonka hän patentoi Wham-O -nimiselle leluyritykselle vuonna 1966. Frisbee oli siinä mielessä mielenkiintoinen, että sen lentoa pystyi hallitsemaan, ja Headrick näki siinä paljon pelkkää lelua suurempaa potentiaalia. Aluksi harrastajat pelasivat frisbeegolfia epävirallisilla radoilla käyttäen maalikohteina kaikkea, mitä luonnosta löytyi, kuten puita, roskapönttöjä ja valotolppia. Myöhemmin vuonna 1975 Headrick suunnitteli ja avasi ensimmäisen virallisen frisbeegolfradan, jossa maaleina käytettiin maahan tukevasti pystytettyjä tolppia. Aina ei kuitenkaan ollut selvää, oliko pelaaja heittänyt kiekon onnistuneesti tolppaan, vai oliko vielä väylä suorittamatta. Tämä häiritsi Headrickiä ja toimi yhtenä inspiraationa hänen kehittäessään vuonna 1975 myös nykyisin käytettävissä olevan frisbeegolfkorin. Myöhemmin seuraavana vuonna ensimmäisen radan tolpat vaihdettiin frisbeegolfkoreihin ja lajin suosio alkoi merkittävästi kasvaa. [5]

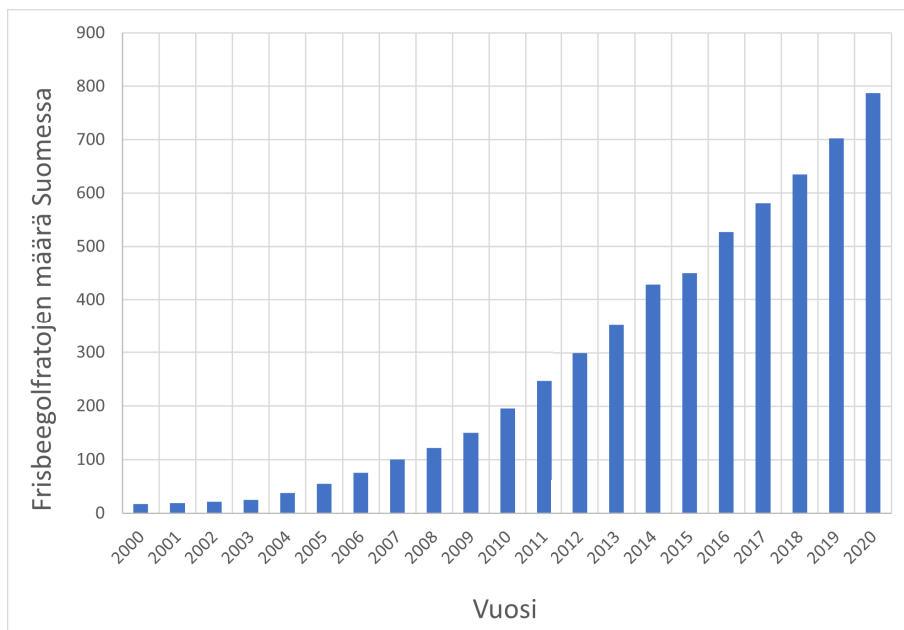
Kuluneiden vuosien aikana Headrick huomasi, että frisbeegolfista voisi todella tulla uusi iso laji, joten hän päätti erota entisestä työstään ja

aloitti yrityksen nimeltä DGA (Disc Golf Association), joka on edelleen toiminnassa oleva yritys. Pian yrityksen perustamisen jälkeen Headrick perusti frisbeegolfaaajien liiton nimeltä PDGA (Professional Disc Golf Association) ja alkoi myydä pelaajille jäsenyyksiä ympäri Yhdysvaltoja järjestetyissä kilpailuissa. Harrastajien ja liittoon liittyneiden pelaajien määrä jatkoi nopeaa kasvuaan, ja vuosien kuluessa PDGA:sta oli muodostunut lajin virallinen edistäjä. [4]

Suomessa ensimmäinen frisbeegolfrata perustettiin vuonna 1983 Helsingin Meilahden urheilupuistoon [6]. Laji lähti kuitenkin todella kasvaamaan vasta 2000-luvun puolella, jonka aikana suurin osa nykyisistä frisbeegolfradoista on rakennettu [7]. Ratojen määrän kasvua 2000-luvulla on havainnollistettu kuvassa (2.2). Myös PDGA:n jäsenien kasvu on ollut merkittävää: vuonna 2000 PDGA:n jäseniä Suomessa oli vain 4, kun taas vuonna 2019 jäseniä oli jo 3096 [8], [9].



Kuva 2.1: Ed Headrick ja hänen suunnittelema nykyisinkin tunnettu frisbeegolfkori vuonna 2002 [10]. *Ed Headrick with his two whippets looking approvingly at a new DGA disc golf light weight all metal disc golf target. Photo taken in 2002 two months before he passed away. (2020).* Wikimedia commons.



Kuva 2.2: Frisbeegolfratojen määrän kehitys Suomessa 2000-luvulla.

2.2 Mitä on frisbeegolf?

Frisbeegolfin tavoite on suorittaa väylä käyttäen mahdollisimman vähän heittoja. Se on lähes täysin analoginen vastine tavalliselle golfille; molempien lajien säännöt ja etiketti ovat hyvin samanlaisia. Tyypillinen, täysimittainen frisbeegolfrata koostuu 18 väylästä, mutta myös lyhyempiä ja pidempiä ratoja on olemassa. Jokaisen väylän ensimmäinen heitto heitetään heittoalustalta, tiiltä, joka on lähes aina tehty tekonurmesta. Itse väylät sitten poikkeavat toisistaan: osa on puistomaisia, avonaisia väyliä, kun taas osa on hyvin kapeita metsäväyliä. Kaikilla väylillä kuitenkin jatketaan siitä, mihin edellinen heitto jäi, ellei väyläopasteisiin ole merkitty tästä poikkeavia sääntöjä. Heittämistä jatketaan niin kauan, kunnes päästään väylän loppuun, jossa sijaitsee reiän sijaan maalikori. Väylä on suoritettu, kun pelaaja heittää onnistuneesti kiekon koriin.

2.3 Eri heittotyylit ja heittämiseen liittyvät käsitteet

Frisbeegolfissa on useita eri tapoja heittää kiekkoa, ja yhä useampi heittotyyli on saanut aikojen saatossa oman kutsumanimensä. Tässä osassa kuitenkin keskitytään vain kahteen merkittävimpään heittotyyliin, rystyheittoon ja kämmenheittoon, sekä kahteen heittokulmaan, hyzeriin ja

anhyzeriin.

Rystyheitto on monille tuttu uimarannoilta, sillä se muistuttaa tavallista rantafrisbeen heittoa. Erona on, että frisbeegolfissa heittoon otetaan voimaa huomattavasti enemmän jaloista ja keskivartalosta. Rystyheitossa pelaaja ottaa vedon kehon takaa heittokäden toiselta puolelta säilyttäen heittolinjan suorana. Kiekko tuodaan mahdollisimman läheltä kehoa siten, että rystyset ovat kiekon ulkopuolella. Heitettäessä rystyistä, kiekon pyörimissuunta on myötäpäivään oikeakätisellä pelaajalla.

Kämmenheitto muistuttaa enemmän pesäpallon heittämistä, jossa heittolinja on vain siirretty keskivartalon korkeudelle. Siinä kiekko vietään aluksi kehon taakse heittokäden puolelle ja tuodaan nopealla liikkeellä eteen kämmen edellä. Tällä tavalla heitettynä kiekon pyörimissuunta on vastapäivään.

Sekä hyzer- että anhyzer-heitot perustuvat molemmat erilaisiin kiekon kallistuskulmiin. Hyzer-heitossa kiekko on valmiiksi käännetty siten, että kiekon ulkoreuna on alempana kuin sisäreuna. Siis kiekon päällyys osoittaa pelaajasta pois päin. Oikeakätisellä pelaajalla rystyistä heitetty hyzerheitto saa kiekon kaareutumaan vasemmalle, kun taas kämmeneltä heitetty hyzer-heitto saa kiekon kaareutumaan oikealle. Anhyzer-heitto on puolestaan hyzer-heiton vastakohta, eli siinä kiekon ulkoreuna on ylempänä kuin sisäreuna. Anhyzer-heitossa kiekko kaareutuu vastakkaisiin suuntiin kuin hyzer-heitossa.

2.4 Kiekkotyypit

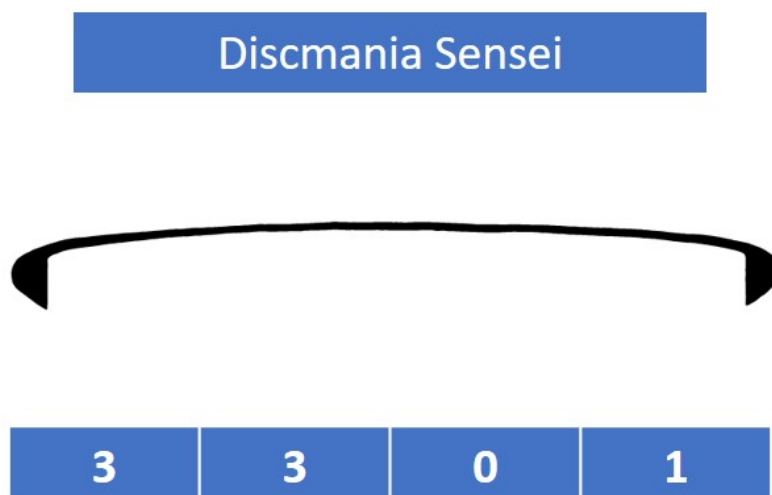
Tyypillisesti frisbeegolfkiekot jaetaan kolmeen eri kategoriaan, puttereihin, midareihin ja draivereihin. Luokittelu perustuu kiekkojen eri käyttötarkoituksiin, eli käytännössä niiden heittoetäisyyksiin.

Putterit ovat kaikista hitaimpia kiekkoja ja ne on suunniteltu lentämään kaikista tarkimmin. Esimerkiksi kuvassa (2.3) on hahmoteltu Discmania Sensei -nimisen putterin poikkileikkaus kuvankäsittelyohjelmalla. Kuvasta nähdään, että putteri on muodoltaan hieman paksumpi. Sillä ei ole selkeää kupua, pohja on hyvin kovera ja siiven profiili on pyöreä. Puttereiden pääasiallinen käyttötarkoitus on puttaaminen, mutta niitä pystyy myös käyttämään lyhyemmissä avaus- ja lähestymisheittoissa.

Midari on putteria hieman nopeampi kiekko, mutta edelleen hyvin kontrolloitavissa. Midarin siipi on putteria leveämpi ja usein hieman terävämpi. Lisäksi sen profiili on matalampi kuin putterilla. Useimmat pelaajat käyttävät midaria keskipitkissä avaus- ja lähestymisheittoissa.

Kaikista nopeimpia frisbeegolfkiekkoja ovat draiverit. Kuten kuvasta (2.4) nähdään, draiverin siipi on selvästi midaria ja putteria terävämpi ja leveämpi. Lisäksi draiverit ovat profiililtaan kaikista matalimpia

ja niillä on erotettavissa selkeä kupu. Yleisesti ottaen draiverit lentävät frisbeegolfkiekoista kaikista pisimmälle, mutta niiden kontrolloiminen on hieman vaikeampaa. Niinpä yleisin käyttötarkoitus draivereille on mahdollisimman pitkät avausheitot.



Kuva 2.3: Discmania Sensein poikkileikkaus ja lentonumerot.

2.5 Lentonumerot

Kiekkovalmistajilla on tapana antaa kullekin kiekkomallille sille ominaiset lentonumerot, jotka kuvaavat kiekon lento-ominaisuuksia ja lentorataa. Vaikka lentonumerot eivät ole eri kiekkovalmistajien kesken vertailukelpoisia, useimmat kiekkovalmistajat käyttävät samanlaista järjestelmää. Tarkastellaan seuraavaksi yhden merkittävimmän kiekkovalmistajan Innovan lentonumeroita. Innova on jakanut lentonumerot neljään eri kategoriaan: nopeus, liito, vakaus ja feidi [11]. Kuvissa (2.3) ja (2.4) on ilmoitettu kyseisten frisbeegolfkiekkojen lentonumerot tässä järjestyksessä.

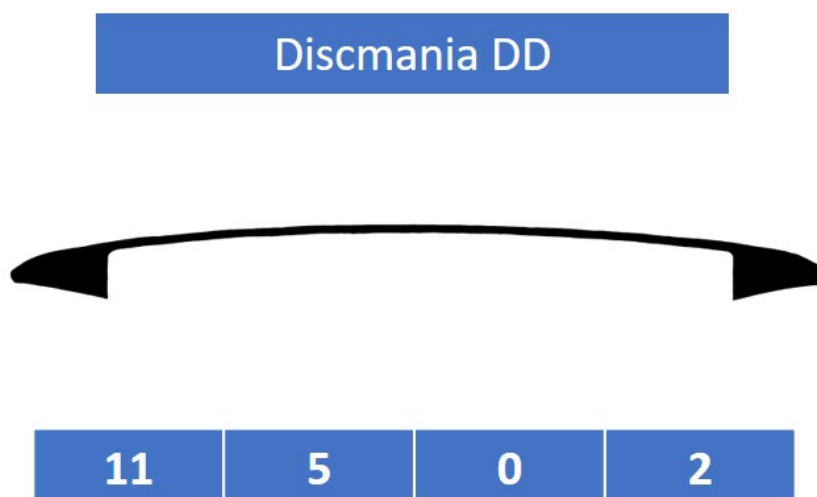
Nopeus on arvosteltu numeroin 1 – 14 ja se kuvaa kiekon kykyä liikkua eteenpäin ilmassa. Yleisesti ottaen nopeammat kiekot ovat muodoltaan matalampia ja niillä on terävämpi ja leveämpi siipi, mikä on nähtävissä kuvissa (2.3) ja (2.4). Lisäksi kiekon nopeus kertoo pelaajalle karkeasti, kuinka kovaa kiekkoa tulisi heittää, jotta sille suunniteltu lentorata toteutuu.

Liito on arvosteltu numeroin 1 – 7 ja se kuvaa kiekon kykyä pysyä ilmassa. Mitä suurempi liito kiekolla on, sitä helpompi sillä on heittää

pitkälle. Toisaalta tuulisissa olosuhteissa samassa nopeusluokassa liidokkaammat kiekot ovat epätarkempia.

Vakaus on arvosteltu numeroin $+1 - -5$. Se kertoo, kuinka herkästi kiekko "kääntää yli", kun sitä heitetään riittävän lujaa. Ylikääntämisellä tarkoitetaan kiekon kääntymistä sen luonnollista kääntymissuuntaa vastakkaiseen suuntaan. Esimerkiksi oikeakätisellä rystyheitolla ylikääntäminen tarkoittaa kiekon kaareutumista oikealle. Kiekko, jonka vakaus on $+1$, vastustaa eniten ylikääntämistä. Tällaista kiekkoa kutsutaan ylivaakaaksi. Sen sijaan kiekko, jonka vakaus on -5 , kääntyy yli kaikista eniten, ja sitä kutsutaan alivaakaaksi. Tuulisissa olosuhteissa ylivaakaat kiekot ovat kaikista tarkimpia.

Feidi on arvosteltu numeroin $0 - 5$ ja se kuvaa kiekon taipumusta kaareutua sille luonnolliseen suuntaan kiekon vauhdin loppuessa sen lennon loppupuolella. Esimerkiksi kiekko, jonka feidi on 5 , kaareutuu lopuksi hyvin voimakkaasti vasemmalle oikeakätisen pelaajan rystyheitolla.



Kuva 2.4: Discmania DD:n poikkileikkaus ja lentonumerot.

Luku 3

Frisbeegolfkiekon lentämisen fysiikkaa

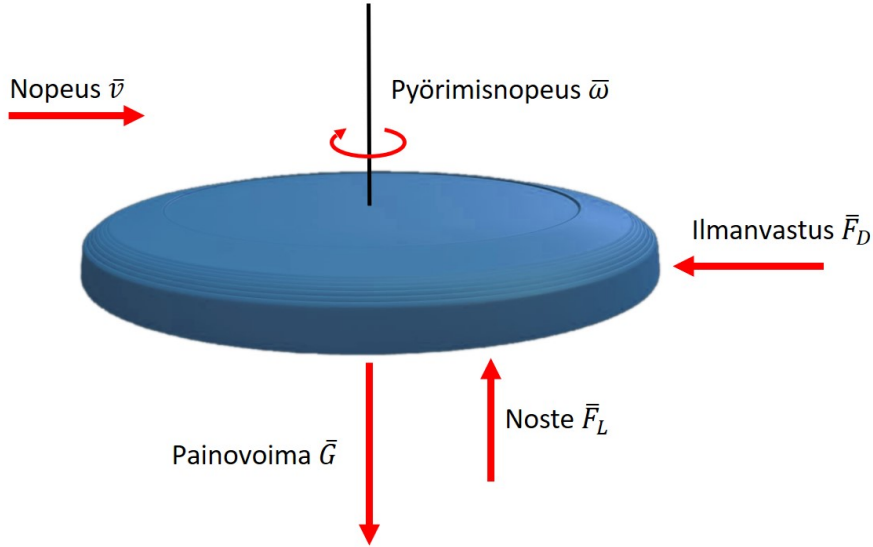
Tässä luvussa keskitytään frisbeegolfkiekon lentämiseen liittyviin merkittävimpiin fysikaalisiin ilmiöihin, eikä niinkään oteta vielä kantaa siihen, miten kiekon muoto vaikuttaa sen lento-ominaisuuksiin. Nimittäin, vaikka frisbeegolfkiekot voivat erota toisistaan muodoltaan hyvin paljon, niiden lentämisen periaate on aina sama: jokaiseen kiekkoon vaikuttavat samat fysikaaliset ilmiöt, jotka on esitetty kuvassa (3.1). Lyhyesti, kaikki frisbeegolfkiekot ovat käytännössä pyöriviä siipiä, ja ne pysyvät ilmassa aerodynaamisen nosteen ja gyroskooppisen vakauden ansiosta [1]. Ilmanvastus sen sijaan lyhentää heittopituutta merkittävästi ja painovoima pyrkii tuomaan kiekon takaisin maahan [2].

3.1 Aerodynaaminen noste

Tilannetta, jossa frisbeegolfkiekko lentää ilmassa, voidaan verrata tavallisen lentokoneen lentämiseen. Maan vetovoima pyrkii vetämään kiekkoa kohti maata voimalla

$$\vec{G} = m\vec{g}, \quad (3.1)$$

missä m on frisbeegolfkiekon massa ja \vec{g} on putoamiskiihtyvyys. Toisaalta tiedetään, että frisbeegolfkiekko pysyy kauemmin ilmassa, kun vertaillaan heitettyä kiekkoa ja paikallaan pudotettua kiekkoa. Tällöin on selvää, että kiekkoon täytyy vaikuttaa jokin voima, joka heikentää painovoiman vaikutusta. Tämä ylös päin vaikuttava voima, joka pyrkii kumoamaan painovoiman, on nimeltään aerodynaaminen noste \vec{F}_L (eng. *Lift force*). Nosteen saa aikaiseksi se, että frisbeegolfkiekko toimii kuin siipi, ja se työntää ilmaa alaspäin lentäessään eteenpäin, jolloin ilma pyrkii työntämään kiekkoa ylöspäin [1].



Kuva 3.1: Yksinkertainen malli frisbeegolfkiekkoon vaikuttavista voimista.

Tarkastellaan seuraavaksi nostetta Bernoullin periaatteen avulla. Bernoullin periaate ei selitä, miksi noste syntyy, mutta sen avulla on helppo havainnollistaa nostetta. Bernoullin yhtälön mukaan

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2, \quad (3.2)$$

missä p on ilmanpaine, ρ on ilman tiheys, g on putoamiskiihtyvyys, y on etäisyys valitusta nollassa ja v on ilman nopeus kiekkoon nähden. Alaindeksit 1 ja 2 viittaavat kahteen eri pisteeseen, joiden välillä Bernoullin periaate on voimassa. [12]

Valitaan seuraavaksi pisteeksi 1 frisbeegolfkiekon yläpinta ja pisteeksi 2 sen alapinta. Yhtälön molemmilla puolilla oleva toinen termi $\rho g y$ kuvaa hydrostaattista painetta, joka aiheutuu ilman painosta [12]. Koska frisbeegolfkiekko ei ole kovin paksu, voidaan approksimoida $y_1 = y_2$, josta seuraa $\rho g y_1 = \rho g y_2$. Bernoullin yhtälö redusoituu tällöin muotoon

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2. \quad (3.3)$$

Tutkitaan seuraavaksi nopeustermiä $\frac{1}{2} \rho v^2$. Frisbeegolfkiekon lentäessä eteenpäin se halkoo kiekon etureunassa olevaa ilmaa siten, että puolet ilmasta kulkee kiekon yli ja puolet kiekon ali. Virtaava ilma seuraa muiden viskoosien nesteiden tavoin kaarevia pintoja, vaikka pinta kaareutuisikin ilmapirtauksen suuntaan nähden pois päin [1]. Siten frisbeegolfkiekon muodosta johtuen ilman on kuljettava kiekon yläpuolella pidempi

matka kuin kiekon alapuolella. Tällöin ilman virtausnopeus frisbeegolfkiekkoon nähden sen yläpuolella on suurempi kuin alapuolella $v_1 > v_2$. Kun yhtälö (3.3) kirjoitetaan muodossa

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2), \quad (3.4)$$

voidaan päätellä, että

$$p_2 > p_1. \quad (3.5)$$

Olemme siis päätyneet tulokseen, että paine frisbeegolfkiekon alapuolella on suurempi kuin sen yläpuolella. Yhtälö (3.3) voidaan myös kirjoittaa muodossa

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2). \quad (3.6)$$

Näin saatu paine-ero $p_2 - p_1$ pyrkii tasoittumaan, mikä aiheuttaa kiekkoon nostovoiman \bar{F}_L . Tämän yksinkertaisen mallin ja paineen määritelmän mukaan nostovoiman suuruudeksi saadaan

$$F_L = \Delta p A = \frac{1}{2}\rho A(v_1^2 - v_2^2). \quad (3.7)$$

Yllä saatu yhtälö on hyvin karkea malli aerodynaamisen nosteen synnystä eikä sitä voida suoraan käyttää ennustamaan nostovoiman suuruutta kovin tarkasti. On esimerkiksi selvää, että paine-ero $p_2 - p_1$ on jakautunut eri tavalla koko frisbeegolfkiekon pinta-alalle. Tämä paineen jakautuminen riippuu lisäksi hyvin monesta tekijästä, kuten kiekon ilmanopeudesta, pyörimisnopeudesta ja kohtauskulmasta. Kohtauskulmalla tarkoitetaan frisbeegolfkiekon ja sitä kohti tulevan ilmapirtauksen välistä kulmaa. Nosteen lausekkeelle on kuitenkin kehitelty toinen malli, jonka mukaan sen suuruus voidaan kirjoittaa muodossa

$$F_L = \frac{1}{2}C_L\rho Av^2, \quad (3.8)$$

missä C_L on niin sanottu nostekerroin (eng. *Lift coefficient*) ja v on ilmanopeus. Nostekerroin C_L pitää nyt sisällään kaikki nosteeseen vaikuttavat monimutkaiset tekijät, eli C_L voi riippua kiekon muodon lisäksi esimerkiksi ilmanopeudesta, pyörimisnopeudesta ja kohtauskulmasta. Nostekerroimet määritetään usein kokeellisesti tuulitunnelikokeiden avulla. [2]

Aiemmin kappaleessa (2.5) kerrottiin kiekkovalmistajien ilmoittavan kullekin frisbeegolfkiekolle lentonumeron ”liito”, joka kuvasi kiekon kykyä pysyä ilmassa. Jos nyt vertaa nosteen käsitettä kiekkovalmistajien ilmoittamaan liitoon, voidaan päätellä liidon kuvaavan frisbeegolfkiekon kokemaa nostetta.

3.2 Ilmanvastus

Kun kappale liikkuu ilmassa, ilma kohdistaa kappaleeseen sen liikettä vastustavan kitkavoiman. Tätä voimaa kutsutaan ilmanvastukseksi (eng. *Drag force*). Suurilla nopeuksilla ilmanvastus on suoraan verrannollinen ilmanopeuden neliöön v^2 . [12]

Ilmanvastuksella on merkittävä rooli frisbeegolfkiekon lentämisessä. Jos ilmanvastusta ei olisi, kiekko lentäisi huomattavasti pidemmälle. Esimerkiksi pesäpallon todettiin lentävän 40 % pidemmälle, kun ilmanvastus jätettiin huomioimatta. Ilmanvastuksen suuruudelle F_D on johdettu hyvin paljon nosteen lauseketta muistuttava lauseke

$$F_D = \frac{1}{2}C_D\rho Av^2, \quad (3.9)$$

missä C_D on ilmanvastuskerroin (eng. *Drag coefficient*), ρ on ilman tiheys, A on liikesuuntaan nähden kohtisuorassa oleva kiekon pinta-ala ja v on ilmanopeus. Kuten nostekertoimen tapauksessa, myös C_D voi riippua kappaleen ilmanopeudesta, pyörimisnopeudesta ja kohtauskulmasta. [2]

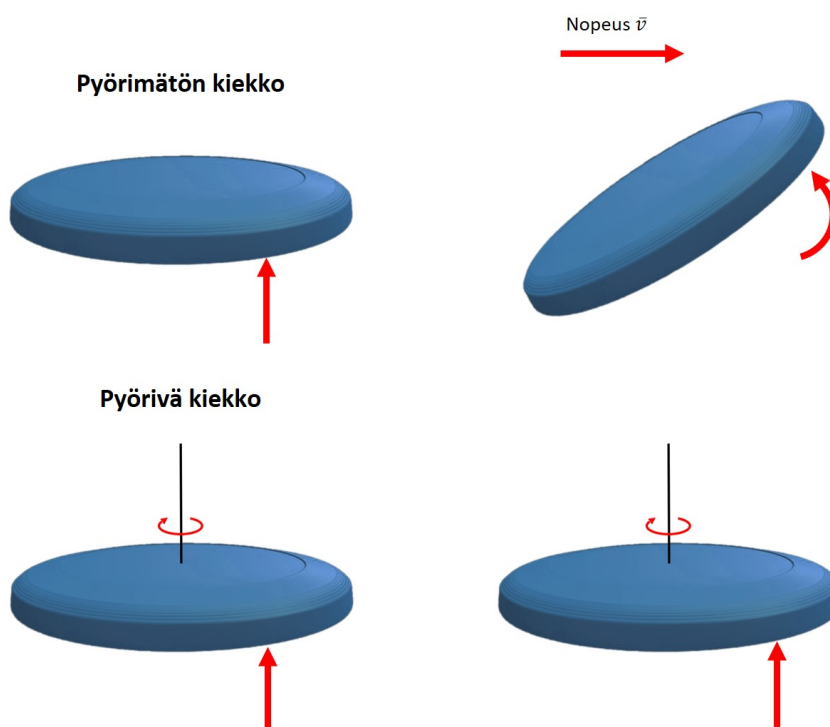
Luvussa (2.5) frisbeegolfkiekon nopeutta oli kuvattu kiekon kykyä liikkua eteenpäin ilmassa. Tästä voidaan päätellä kiekon nopeuden kuvaavan kääntäen verrannollisesti sen kokemaa ilmanvastusta.

3.3 Gyroskooppinen vakaus

Kun frisbeegolfkiekko pyörii, sillä on kulmaliikemäärää, jonka vuoksi se pyrkii pysymään samassa asennossa sen pyörimisakseliin nähden. Tämä siis tekee kiekosta gyroskooppisesti vakaan. Syy, miksi gyroskooppista vakautta tarvitaan lentämisen mahdollistamiseksi, on, että usein aerodynaaminen noste ei kohdistu täysin frisbeegolfkiekon keskelle, vaan se on hieman voimakkaampi kiekon etuosassa. Tarkastellaan seuraavaksi kuvassa (3.2) esitettyä tilannetta. Jos frisbeegolfkiekko ei pyörisi, se vain kääntyisi nosteen takia ympäri, eikä lentäisi kovin pitkälle. Sen sijaan pyörivä kiekko vastustaa voimakkaasti ympäri kääntymistä ja lentää pidemmälle. [1]

Lähdetään seuraavaksi tarkastelemaan tarkemmin, kuinka frisbeegolfkiekon pyöriminen vaikuttaa sen lentämiseen. Asetetaan aluksi frisbeegolfkiekko xyz -koordinaatistoon siten, että se lentää x -akselin suuntaan ja sen pyörimisakseli on y -akselin suuntainen. Oletetaan, että frisbeegolfkiekko on heitetty oikean käden rystyheitolla, jolloin se pyörii myötäpäivään nopeudella ω . Tällöin sillä on kulmaliikemäärä

$$\bar{L} = I\bar{\omega}, \quad (3.10)$$



Kuva 3.2: Vertailu nosteen vaikutuksesta pyörimättömään ja pyörivään frisbeegolfkiekkoon.

missä I on kiekon hitausmomentti. Kulmaliikemäärävektori osoittaa oikean käden säännön mukaan suuntaan $-y$. Oletetaan nyt, että frisbeegolfkiekkoon vaikuttaa noste \vec{F}_L , jonka painekeskipiste on kiekon etuosassa. Olkoon \vec{r} vektori kiekon massakeskipisteestä paineakeskipisteeseen. Noste saa tällöin aikaan vääntömomentin

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_L. \quad (3.11)$$

Voisi olettaa, että vääntömomentti saa kiekon kääntymään voiman \vec{F}_L suuntaan, eli kallistumaan edestä ylöspäin y -akselin suuntaan. Näin ei kuitenkaan tapahdu, vaan sen sijaan frisbeegolfkiekko kääntyy heittosuuntaan nähden 90° vasemmalle eli negatiivisen z -akselin suuntaan. Tätä ilmiötä kutsutaan prekessioksi. Ilmiö tulee selväksi, kun tarkastellaan vääntömomentin \vec{M} aikaan saamaa kulmaliikemäärän muutosta $d\vec{L}$ vektoreiden avulla. Lyhyellä aikavälillä dt kulmaliikemäärän muutos on

$$d\vec{L} = \vec{M} dt. \quad (3.12)$$

Tämä muutos on tietenkin vääntömomentin \vec{M} suuntaan, eli oikean käden säännön mukaan positiivisen z -akselin suuntaan. Huomattavaa tässä

on se, että kulmaliikemäärävektorin \bar{L} pituus ei tässä muutu, vaan se alkaa pyöriä eli prekessoida yz -tasossa kuvan (3.3) osoittamalla tavalla. Lopuksi voidaan oikean käden säännön avulla päätellä, missä tasossa frisbeegolfkiekko pyörii muutoksen $d\bar{L}$ jälkeen. Huomataan, että kiekko on nimenomaan kallistunut vasemmalle. Lisäyksenä vielä, että mikäli noste olisi kohdistunut frisbeegolfkiekon takaosaan, vääntömomentti \bar{M} olisi päinvastaiseen suuntaan, ja kiekko kallistuisi oikealle.

Edellisessä kappaleessa saatiin tulos, että frisbeegolfkiekon pyörimisestä johtuen noste saa aikaan kiekon kallistumisen joko vasemmalle tai oikealle riippuen siitä, kohdistuuko noste kiekon etu- tai takaosaan. Tarkastellaan seuraavaksi, kuinka eri tekijät, kuten kiekon pyörimisnopeus ja nosteen suuruus, vaikuttavat kallistuksen suuruuteen. Kuten kuvasta (3.3) nähdään, jos frisbeegolfkiekon kulmaliikemäärä on alussa \bar{L} , ja ajan dt kuluttua $\bar{L} + d\bar{L}$, sen pyörimisakseli on kääntynyt kulman $d\phi = dL/L$ verran. Nyt yhtälöiden (3.11) ja (3.12) avulla voidaan määrittää prekession kulmanopeus Ω , jonka suuruudeksi saadaan

$$\Omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{dL/L}{dt} = \frac{M}{I\omega} = \frac{F_L r}{I\omega}. \quad (3.13)$$

Yhtälöstä nähdään, että prekession kulmanopeus Ω on kääntäen verrannollinen kiekon pyörimisnopeuteen ω ja hitausmomenttiin I . Tästä johtuen frisbeegolfkiekko lentää sitä suurempaan, mitä nopeammin se pyörii. Yhtälöstä nähdään myös, että kallistumisnopeus on suoraan verrannollinen sekä nosteen suuruuteen F_L että nostekeskapisteen ja kiekon keskipisteen väliseen etäisyyteen r . [12]

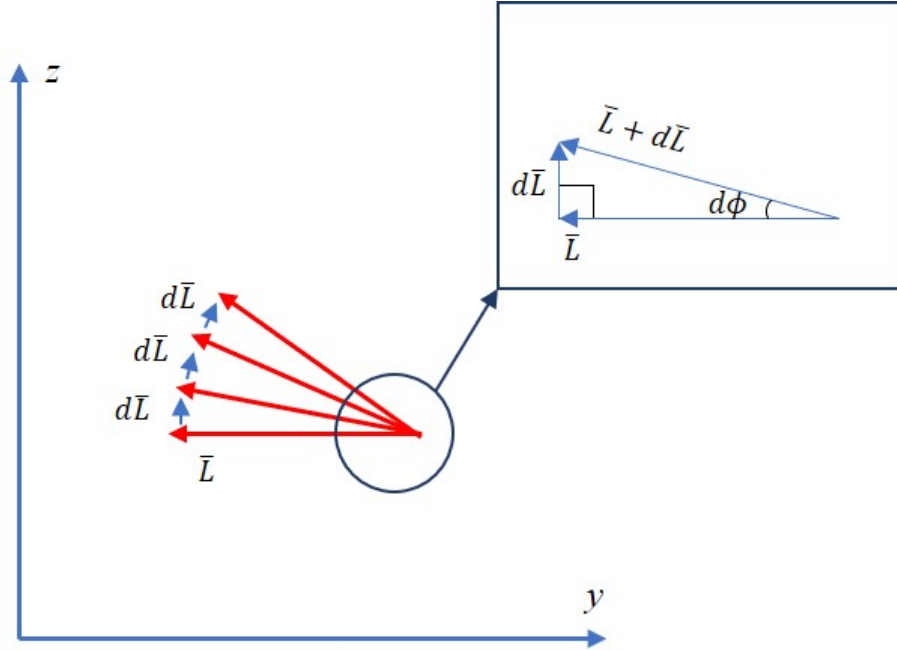
3.3.1 Pituuskallistusmomentti

Edellisessä kappaleessa todettiin, että frisbeegolfkiekkoon kohdistuu vääntömomentti \bar{M} , joka riippui sekä nosteesta \bar{F}_L että nostekeskapisteen ja kiekon massakeskipisteen etäisyydestä \bar{r} . Kyseistä vääntömomenttia kutsutaan myös nimellä pituuskallistusmomentti (eng. *Pitching moment*) ja sen suuruudelle on johdettu oma lausekkeensa

$$M = \frac{1}{2} C_M \rho A v^2 d, \quad (3.14)$$

missä C_M on pituuskallistusmomenttivakio (eng. *Pitching moment coefficient*) ja d on kiekon halkaisija [2]. Jälleen, lauseke muistuttaa hyvin vahvasti nosteen ja ilmanvastuksen lausekkeita: C_M pitää sisällään kaikki pituuskallistusmomenttiin vaikuttavat monimutkaiset tekijät. Kun M sijoitetaan yhtälöön (3.13), saadaan

$$\Omega = \frac{\frac{1}{2} C_M \rho A v^2 d}{I\omega}. \quad (3.15)$$

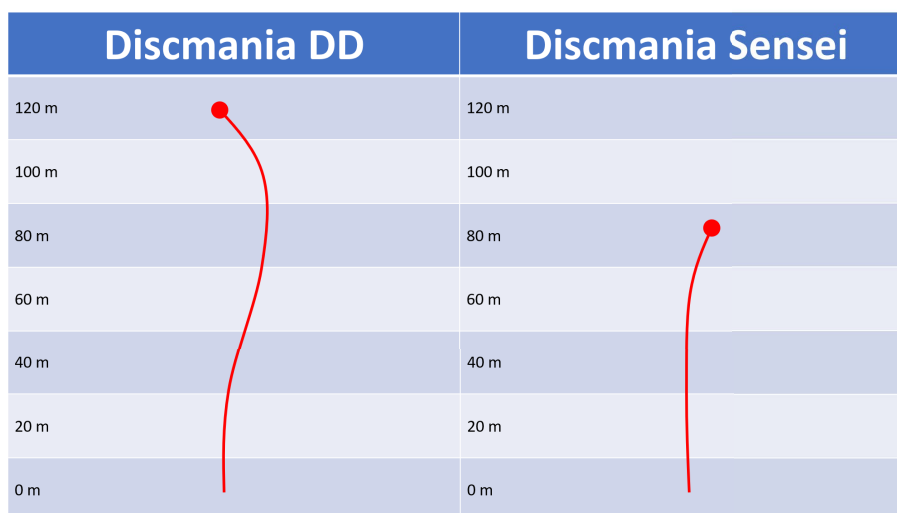


Kuva 3.3: Nosteen aiheuttama vääntömomentti saa kulmaliikemäärävektorin pyörimään.

Tästä nähdään, että pituuskallistusmomenttivakio C_M vaikuttaa frisbeegolfkiekon kallistumisnopeuteen. Positiivisilla C_M :n arvoilla Ω on positiivinen ja kiekko kallistuu vasemmalle, kun taas negatiivisilla C_M :n arvoilla Ω on negatiivinen ja kiekko kallistuu oikealle. Myöhemmin kappaleessa (4.1) käsiteltävissä tuulitunnelikokeissa on saatu tulos, että pituuskallistusmomenttivakio riippuu voimakkaasti kiekon kohtauskulmasta [3]. Hyvin pienillä tai negatiivisilla kohtauskulman arvoilla pituuskallistusmomenttivakio on useimmilla kiekkoilla negatiivinen ja suurilla kohtauskulman arvoilla positiivinen. Siten päädytään tulokseen, että kiekon kohtauskulma vaikuttaa vahvasti sen kallistumiseen.

Kappaleessa (2.5) kerrottiin kiekon vakauden tarkoittavan sen taipumusta kääntyä yli heiton alkupuolella ja feidin tarkoittavan kiekon taipumusta kaareutua vasemmalle vauhdin loppuessa. Koska frisbeegolfkiekon kohtauskulma heiton alussa on pieni tai jopa negatiivinen ja kasvaa lennon edetessä, voidaan yllä olevan perusteella ajatella vakion C_M kuvaavan sekä kiekon vakautta että feidiä. Tarkemmin kohtauskulman ja pituuskallistusmomenttivakion yhteyttä frisbeegolfkiekon kallistumiseen tarkastellaan seuraavassa kappaleessa.

3.4 Frisbeegolfkiekon lentoradan selittäminen



Kuva 3.4: Draiverin (DD) ja putterin (Sensei) ylhäältä päin kuvatut lentoradat.

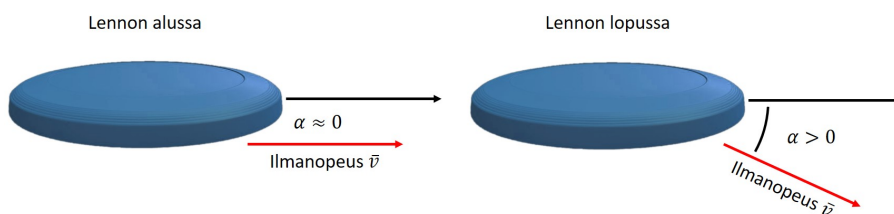
Tavallisesti oikeakätinen pelaaja havaitsee frisbeegolfkiekon lentoradan kaareutuvan aluksi oikealle ja lopuksi vasemmalle. Tarkastellaan seuraavaksi kuvassa (3.4) esitettyjä kahden eri kiekon lentoratoja ja pyritään selittämään, miksi kiekot käyttäytyivät juuri näin ilmassa. Lentoradat on saatu selville kuvaamalla dronella heitto yläpuolelta ja piirtämällä myöhemmin kuvat kuvankäsittelyohjelmalla. Molemmissa tapauksissa heitto pyrittiin heittämään samalla lähtönopeudella ja samassa heittokulmassa.

Vasemmanpuoleinen lentorata saatiin draiverilla DD, jonka poikki-leikkaus ja lentonumerot oli esitetty kuvassa (2.4). Lentoradasta nähdään, että kiekko on lähtenyt kädestä suoraan ja alkanut kallistumaan oikealle. Noin 35 metrin kohdalla kiekko on käynyt suurimmassa kulmassa, minkä jälkeen se on lähtenyt hiljattain kallistumaan vasemmalle. 60 metrin kohdalla kiekko oli palannut takaisin suoraksi ja jatkanut kallistumista vasemmalle lopulta pudoten alas noin 120 metrin kohdalla.

Selitetään aluksi, miksi kiekko lähtee kaareutumaan oikealle. Kun kiekko irtoaa kädestä, sillä on suuri ilmanopeus v ja hyvin pieni tai jopa negatiivinen kohtauskulma α . Yhtälöstä (3.8) nähdään, että suurilla nopeuksilla kiekon kokema noste on suuri. Silloin kiekko pysyy ilmassa ja lentää kuvan (3.5) mukaisesti pienellä kohtauskulmalla. Pienellä kohtauskulmalla kiekon pituuskallistumomenttivakio C_M on negatiivinen, eli nostekeskipiste on kiekon takaosassa, ja kuten kappaleessa (3.3) todettiin, kiekko kallistuu oikealle. Frisbeegolfkiekon lennon jatkuessa sen

ilmanopeus hidastuu ilmanvastuksen takia. Tällöin yhtälön (3.8) mukaan noste pienenee ja kiekko alkaa hiljalleen putoamaan alaspäin. Kuten kuvassa (3.5) on havainnollistettu, tällöin frisbeegolfkiekon ja ilman kohtauskulma kasvaa. Suurilla kohtauskulmilla pituuskallistusmomenttivakio C_M on positiivinen, eli noste kohdistuu kiekon etureunaan, mikä saa kiekon kallistumaan vasemmalle.

Oikeanpuoleinen lentorata saatiin putterilla Sensei. Sen poikkileikkaus ja lentonumerot oli esitetty kuvassa (2.3). Kun vertaa putterilla saatua lentorataa draiverin lentorataan, huomataan, että putteri ei missään vaiheessa lentoa kaareutunut vasemmalle. Syy tähän on se, että pituuskallistusmomenttivakio C_M oli negatiivinen suurimman osan putterin lennosta, noin 70 metriin asti. Kiekko ei siis missään vaiheessa päässyt kallistumaan takaisin suoraksi, saati sitten vasemmalle.



Kuva 3.5: Frisbeegolfkiekon kohtauskulma on pieni lennon alkuvaiheessa ja suuri lennon lopussa.

Luku 4

Frisbeegolfkiekon muodon vaikutus sen lentorataan

Tässä luvussa tarkastellaan, miten frisbeegolfkiekon muoto vaikuttaa sen lentorataan. Kuten luvussa 3 todettiin, merkittävimmät ilmiöt frisbeegolfkiekon lentämisessä ovat aerodynaaminen noste, ilmanvastus ja gyroskooppinen vakaus. Seuraavaksi yritetäänkin ottaa selvää, miten frisbeegolfkiekon muoto vaikuttaa näihin ilmiöihin.

4.1 Tuulitunnelikokeet

Frisbeegolfkiekkojen lentoratojen tutkiminen yhtälöiden avulla osoittautuu hyvin vaikeaksi, joten tietoa kiekon muodon vaikutuksista sen lentorataan saadaan tekemällä kokeellisia mittauksia. Tutkijat Kamaruddin, Potts ja Crowther suorittivat tutkimuksessaan [3] tuulitunnelikokeita sekä niin sanotuilla parametrikiekoilla että kaupallisilla frisbeegolfkiekoilla. Parametrikiekoilla tarkoitetaan sellaisia kiekkoja, jotka eroavat toisistaan vain jonkun tietyn geometrisen ominaisuuden osalta.

Tutkimuksessa mitattiin, kuinka aerodynaamiset voimat noste ja ilmanvastus sekä pituuskallistusmomentti riippuivat kiekon muodosta ja kohtauskulmasta. Saadut tulokset normalisoitiin vakioiksi C_L (noste), C_D (ilmanvastus) ja C_M (pituuskallistusmomentti) ja ne ilmoitettiin kahden tyyppisten kuvaajien avulla. Ensimmäisessä kuvaajassa oli nosteen ja ilmanvastuksen suhde C_L/C_D kohtauskulman funktiona ja toisessa kuvaajassa oli pituuskallistusmomentti C_M kohtauskulman funktiona.

4.1.1 Kuvun vaikutus

Koe suoritettiin neljällä parametrikiekolla, jotka erosivat toisistaan vain niiden kuvun kuperuusasteeltaan: mukana oli kuvultaan hyvin kupera,

kupera, tasainen ja kovera kiekko.

Tuloksista nähdään kaikilla kohtauskulmilla selvä korrelaatio kiekon kuperuuden sekä nosteen ja ilmanvastuksen suhteen C_L/C_D välillä: kaikista kuperimmalla kiekolla suhde on suurin, seuraavaksi kuperimmalla kiekolla toiseksi suurin, ja tasaisen ja koveran kuvun omaavilla kiekoilta kaikista pienin. Tästä voidaan päätellä, että mikäli frisbeegolfkiekko halutaan lentämään pidemmälle, tulee sen kuvun olla kupera.

Pituuskallistusmomentin C_M osalta tulokset vaihtelivat enemmän kohtauskulman funktiona kuin suhteen C_L/C_D osalta. Pienillä tai negatiivisilla kohtauskulman arvoilla pituuskallistusmomentti oli negatiivisin kuperilla kiekkoilla, kun taas positiivisilla kohtauskulman arvoilla kuperilla kiekkoilla pituuskallistusmomentti oli positiivisin. Tämä ei ole kiekon lentämiseksi mielekästä, sillä suurempi pituuskallistusmomentti saa kiekon kallistumaan ja tippumaan alas. [3]

4.1.2 Pohjan muodon vaikutus

Pohjan muodon vaikutusta tutkittiin kahdella eri parametrikiekolla: toinen oli pohjasta täysin tasainen ja toinen oli kovera. Mittaustulosten perusteella pohjan muodolla ei ole oleellista vaikutusta nosteen ja ilmanvastuksen suhteeseen eri kohtauskulmien arvoilla. Sen sijaan pohjasta koveralla kiekolla pituuskallistusmomentin havaitaan olevan pienempi positiivisilla kohtauskulman arvoilla, mikä takaa sille suuremman lentoradan. [3]

Tämä tulos oli odotettavissa, sillä pohjasta koverilla kiekkoilla kiekon massa on jakautunut enemmän sen reunoille, minkä vuoksi sillä on suurempi hitausmomentti. Lisäksi kovera pohja mahdollistaa paremman otteen frisbeegolfkiekosta. Kovera pohja on siten kaikin puolin parempi, minkä takia kaikki frisbeegolfkiekot on muotoiltu siten, että ne ovat pohjasta koveria.

4.1.3 Siiven profiilin vaikutus

Kiekon siiven profiilin vaikutusta tutkittiin käyttäen neljää erilaista siipi-profiilia: teräväreunainen, tylppäreunainen, pyöreäreunainen ja neliskulmainen.

Pienillä ja negatiivisilla kohtauskulman arvoilla ei havaittu suurta eroa nosteen ja ilmanvastuksen suhteessa eri parametrikiekoilla. Suurilla kohtauskulman arvoilla ero oli kuitenkin huomattava. Suurempi C_L/C_D havaittiin terävämmillä siiven profileilla, kun taas neliskulmaisella profiililla C_L/C_D oli kaikista pienin. Näin ollen frisbeegolfkiekko saadaan lentämään pidemmälle, kun sen siipi on terävä.

Pituuskallistusmomentti ei myöskään eronnut merkittävästi pienillä ja negatiivisilla kohtauskulman arvoilla. Sen sijaan suurilla kohtauskulman arvoilla havaittiin terävän reunan johtavan suurempaan pituuskallistusmomenttiin kuin tylppä reuna. Teräväreunaiset kiekot ovat siten epätarkempia kuin pyöreäreunaiset kiekot. [3]

4.1.4 Vertailu kaupallisten frisbeegolfkiekkojen välillä

Tuulitunnelikokeet suoritettiin kolmella kaupallisella frisbeegolfkiekolla, Aviarilla (putteri), Rocilla (midari) ja Wraithilla (draiveri) [3]. Vertailua varten kiekkojen lentonumerot on kirjattu ylös taulukkoon (4.1).

Malli	Nopeus	Liito	Vakaus	Feidi
Aviar	2	3	0	1
Roc	4	4	0	3
Wraith	11	5	-1	3

Taulukko 4.1: Tuulitunnelikokeissa käytettyjen frisbeegolfkiekkojen lentonumerot. [13]

Nosteen ja ilmanvastuksen suhde C_L/C_D oli kaikista suurin draiverilla kaikilla kohtauskulman arvoilla. Pienillä ja negatiivisilla kohtauskulman arvoilla C_L/C_D oli toiseksi suurin putterilla ja suurilla kohtauskulman arvoilla suhde oli toiseksi suurin midarilla. [3]

Tämän perusteella draiverin pitäisi lentää kaikista pisimmälle. Sen sijaan midarin ja putterin heittoetäisyyttä on tämän perusteella hankalampi arvioida, sillä niiden välillä C_L/C_D vaihteli melko vähän. Kappaleissa (3.1) ja (3.2) yhdistettiin kiekon nopeus sen kokemaan ilmanvastukseen ja kiekon liito sen kokemaan nosteeseen. Kun vertaa kiekkovalmistajien ilmoittamia lentonumeroita mitattuihin vakioihin, huomataan, että ne ovat keskenään sopuissa.

Pituuskallistusmomentti kiekkojen välillä riippui paljon kiekon kohtauskulmasta. C_M oli pienillä ja negatiivisilla kohtauskulman arvoilla negatiivinen kaikilla kiekkoilla. Draiverilla se oli negatiivisin, kun taas putterilla vähiten negatiivinen. Positiivisilla kohtauskulman arvoilla tilanne oli lähes päinvastainen, eli draiverilla C_M oli positiivisin, midarilla ja putterilla C_M oli yhtä suuri ja vähemmän positiivinen. [3]

Tämän perusteella draiveri kallistuu lentäessään aluksi enemmän oikealle kuin midari ja putteri. Lennon loppupuolella tilanne on taas päinvastainen, eli draiveri kallistuu jyrkemmin vasemmalle. Aiemmin kappaleessa (3.3.1) kiekon vakaus ja feidi yhdistettiin pituuskallistusmoment-

LUKU 4. FRISBEEGOLFKIEKON MUODON VAIKUTUS SEN LENTORATAAN

tiin. Vakauden osalta mittaustulokset vastaavat hyvin kiekkovalmistajan ilmoittamia lentonumeroita. Sen sijaan feidin osalta putterille oli ilmoitettu 1, kun taas sekä midarille että draiverille oli ilmoitettu 3. Mittaustulosten perusteella kuitenkin draiverin pitäisi feidata selvästi jyrkemmin kuin midari ja putteri, jotka taas olivat feidin suhteen lähes identtisiä. Näin ollen mittausten perusteella midarille ilmoitettu feidi on suurempi, mitä se todellisuudessa on.

Luku 5

Yhteenveto

Frisbeegolfkiekkoihin liittyvä fysiikka on pinnallisesti tarkasteltuna hyvin yksinkertaista, mutta vaikeutuu hyvin nopeasti mentäessä tarkempiin yksityiskohtiin. Tässä tutkielmassa esitettiin frisbeegolfkiekon lentämisen taustalla olevat fysikaaliset ilmiöt ja yhdistettiin ne kiekkovalmistajien ilmoittamiin lentonumeroihin. Ensimmäiseksi puhuttiin aerodynaamisesta nosteesta, joka pyrkii pitämään kiekon ilmassa. Toiseksi käsiteltiin ilmanvastusta, joka vaikutti heiton pituuteen. Viimeisenä käsittelyssä oli gyroskooppinen vakaus, johon liittyi olennainen käsite, pituuskallistusmomentti, joka kiekon pyörimisestä johtuen sai aikaan kiekon kallistumisen joko vasemmalle tai oikealle. Frisbeegolfkiekon lentämisen fysiikan ymmärtämisen jälkeen selitettiin teorian avulla, miksi kiekko lentää ilmassa havaitulla tavalla.

Seuraavaksi lähdettiin selvittämään, miten frisbeegolfkiekon muoto vaikuttaa sen lentorataan. Osoittautui, että yhtälöiden avulla tarkastelu menisi hyvin monimutkaiseksi, vaikka varsinainen kiekon lentämisen fysiikka saatiin selitettyä melko yksinkertaisilla ilmiöillä. Sen vuoksi analyttisen tarkastelun sijaan turvauduttiin tutkijoiden tekemiin tuulitunnelikokeisiin [3], joiden avulla saatiin selville, miten kiekon muoto vaikuttaa sen lento-ominaisuuksiin. Jos kiekko halutaan lentämään mahdollisimman pitkälle, sen profiilista halutaan matala, siivestä terävä ja leveä, kuvusta kupera ja pohjasta kovera. Tällöin kuitenkin sen tarkkuus kärsii merkittävästi. Jos puolestaan kiekosta halutaan mahdollisimman tarkka, sen profiili halutaan paksummaksi, siipi pyöreämmäksi ja kupu tasaisemmaksi. Saadut tulokset ovat hyvin sopusoinnussa erilaisten frisbeegolfkiekkojen kanssa: pitkälle lentävät draiverit ovat nimenomaan matalaprofiilisia, teräväreunaisia ja kuvusta kuperia, siinä missä putterit ovat paksumpia, pyöreäreunaisia ja tasaisia päältä.

Tätä tutkielmaa olisi voinut vielä laajentaa ottamalla käsittelyyn nyt siitä pois jätettyjä fysikaalisia ilmiöitä. Esimerkiksi frisbeegolfkiekon lentorataan vaikuttaa vielä Magnuksen ilmiö ja turbulenssi, joiden vuoksi

kiekon painekeskiste ei välttämättä ole aina suorassa linjassa kiekon edessä tai takana. Lisäksi voisi tutkia, kuinka eri heittokulmat vaikuttavat jo tässä tutkielmassa selitettyihin ilmiöihin.

Tällä hetkellä frisbeegolfkiekkojen lentämiseen liittyvää fysiikan tutkimusta on tehty varsin vähän. Lajin suosion kasvaessa uskon tutkijoiden kiinnostuvan aiheesta enemmän, jolloin voidaan saada vielä kattavampi käsitys frisbeegolfkiekkojen lentämisen fysiikasta. On myös mahdollista, että lähitulevaisuudessa tutkimusten avulla onnistutaan kehittämään lento-ominaisuuksiltaan vieläkin parempia kiekkoja.

Kirjallisuutta

- [1] Bloomfield, L. (1999) The flight of the frisbee. *Scientific American*, 280(4), 132.
- [2] Goff, J. (2013). A review of recent research into aerodynamics of sport projectiles. *Sports Engineering*, 16(3), 137-154.
- [3] Kamaruddin, N., Potts, J., & Crowther, W. (2018). Aerodynamic performance of flying discs. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 90(2), 390-397.
- [4] Brief History of Disc Golf and the PDGA. Viitattu 2.11.2020
<https://www.pdga.com/history>
- [5] Disc Golf History. Viitattu 2.11.2020
<https://discgolf.com/disc-golf-education-development/disc-golf-history/>
- [6] Meilahti. Viitattu 5.11.2020
https://frisbeegolfradat.fi/rata/meilahti_helsinki/
- [7] Case Finland. Viitattu 5.11.2020
<https://www.discgolfpark.com/disc-golf/case-finland/>
- [8] PDGA Demographics: 2000 Year End
https://www.pdga.com/files/00yrend_0.pdf
- [9] PDGA Demographics: 2010 Year End
https://www.pdga.com/files/2019_pdga_year_end_demographics_-_final_2.0.pdf
- [10] Ed Headrick (kuva). Wikimedia Commons. Viitattu 2.12.2020
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ed_Headrick_with_his_two_whippets_looking_approvingly_at_a_new_DGA_disc_golf_light_weight_all_metal_disc_golf_target._Photo_taken_in_2002_two_months_before_he_passed_away._tif

- [11] Flight Ratings System. Viitattu 7.11.2020
<https://www.innovadiscs.com/home/disc-golf-faq/flight-ratings-system/>
- [12] Young, H. & Freedman, R. (2014). University Physics with Modern Physics Technology Update. Pearson, s. 164, 176, 344, 357, 362, 417, 427-428.
- [13] Innova Disc Golf Discs. Viitattu 14.11.2020
<https://www.innovadiscs.com/disc-golf-discs/>