



Känsäkoski Mira

Matematiikka-ahdistus ja sen yhteys matematiikan osaamiseen norjalaisilla  
kolmasluokkalaisilla

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma  
KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA  
Erityispedagogiikan koulutus  
2022

Oulun yliopisto

Kasvatustieteiden tiedekunta

Matematiikka-ahdistus ja sen yhteys matematiikan osaamiseen norjalaisilla kolmasluokkalaisilla (Mira Känsäkoski)

Erytispedagogiikan pro gradu -tutkielma, 49 sivua, 1 liitesivu

Toukokuu 2022

---

Matematiikka-ahdistuksen on todettu olevan yhteydessä matematiikan osaamiseen nuorilla ja aikuisilla. Tutkimusta on kuitenkin tehty varsin vähän alakouluikäisillä oppilailta.

Tutkielman teoreettisessa viitekehyksessä tarkastellaan matematiikan osataitojen kehitystä, erityisesti aritmeettista osaamista, sekä sukupuolen ja iän yhteyttä näiden osataitojen osaamiseen. Lisäksi tarkastellaan matematiikka-ahdistusta ja sen yhteyttä matematiikan osaamiseen.

Tämän tutkielman tavoitteena on tutkia, miten matematiikan osaaminen eroaa niillä oppilailta, joilla on matematiikka-ahdistusta verrattuna niihin, joilla ei ole matematiikka-ahdistusta. Tavoitteena on myös tutkia muuttaako sukupuolen ja iän kontrollointi tätä yhteyttä.

Tämän tutkielman osallistujina oli 204 norjalaista kolmasluokkalaista. Tutkimuksen aineisto kerättiin toukokuussa 2021 osana iSeeNumbers-hanketta. Osallistujat jaettiin matematiikka-ahdistuksen mukaan kahteen ryhmään: niihin, joilla oli matematiikka-ahdistusta ( $n = 21$ ) ja niihin, joilla ei ollut matematiikka-ahdistusta ( $n = 183$ ). Oppilaiden kokemaa matematiikka-ahdistusta kysyttiin kyselylomakkeella, jossa oli seitsemän Likertin asteikollista väittämää. Matematiikan osaamista arvioitiin kahdella matematiikan testillä. Näistä toinen mittasi yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuutta ja toinen kolmannen luokan matematiikan osaamista. Aineiston analyysissä käytettiin korrelaatioanalyysiä sekä varianssi- ja kovarianssianalyysiä.

Matematiikka-ahdistusryhmän tulos oli kaikissa mitatuissa matematiikan taidoissa heikompi kuin ryhmän, jolla ei ollut matematiikka-ahdistusta. Tämä ryhmien välinen ero säilyi, kun ikä ja sukupuoli kontrolloitiin.

Tämä tutkimus osoitti, että osa oppilaista kokee matematiikka-ahdistusta jo alaluokilla ja se on yhteydessä myös heikompaan osaamiseen matematiikassa. Tästä syystä oppilaiden matematiikka-ahdistukseen ja heikkoihin taitoihin tulisi kiinnittää huomiota koulussa, jotta niihin voitaisiin puuttua mahdollisimman varhaisessa vaiheessa. Matematiikan perustaitojen tulisi olla hyvät, jotta myöhemmin opiskeltavien matematiikan sisältöjen oppiminen olisi mahdollista.

Avainsanat: matematiikka-ahdistus, matematiikan osaaminen

University of Oulu

Faculty of Education

Mathematics anxiety and its connection to mathematics competence in Norwegian third graders (Mira Käsäkoski)

Master's thesis, 49 pages, 1 appendix

May 2022

---

Math anxiety has been found to be associated with mathematical skills in adolescents and adults. However, very little research has been done on primary school students.

The theoretical framework of the thesis includes the development of mathematical skills, especially arithmetic skills, and the relationship between gender and age in these skills. In addition, math anxiety and its connection to mathematical skills are examined.

The aim of this thesis is to investigate how mathematical skills differ from those with math anxiety compared to those without math anxiety. The aim is also to investigate whether controlling for gender and age change this relationship.

The participants of the study were 204 Norwegian third graders. The data for the study was collected in May 2021 as part of the iSeeNumbers project. The participants were divided into two groups based on their math anxiety: those with math anxiety ( $n = 21$ ) and those without math anxiety ( $n = 183$ ). The math anxiety experienced by the students was asked with a questionnaire containing seven Likert scale statements. Mathematics competence was assessed by two mathematics tests. One of these measured fluency in addition and subtraction and the other measured third-class mathematical skills. Correlation analysis as well as analysis of variance and covariance were used in the analysis of the data.

The results of the math anxiety group were weaker in all the measured mathematical skills compared to the group without math anxiety. This difference between groups was maintained when age and gender were controlled for.

This study showed that some primary school students already experience math anxiety in the lower grades and it is also associated with poorer skills in mathematics. For this reason, in primary education, attention should be paid to students' math anxiety and poor skills so that they can be addressed as early as possible. The basic skills of mathematics should be good in order to be able to learn the mathematics content that will be studied later.

Keywords: mathematics anxiety, mathematics competence

# Sisältö

<b>1 Johdanto</b> .....	<b>5</b>
<b>2 Matematiikan oppiminen ja osaaminen</b> .....	<b>7</b>
<b>2.1 Matematiikan osataidot ja niiden kehittyminen</b> .....	<b>7</b>
<b>2.2 Muut matemaattisten taitojen kehittymiseen liittyvät tekijät</b> .....	<b>14</b>
<b>3 Matematiikka-ahdistus</b> .....	<b>17</b>
<b>3.1 Matematiikka-ahdistuksen ilmeneminen</b> .....	<b>17</b>
<b>3.2 Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen yhteys</b> .....	<b>19</b>
<b>4 Tutkimuksen tavoitteet ja oletukset</b> .....	<b>22</b>
<b>5 Tutkimuksen toteutus</b> .....	<b>23</b>
<b>5.1 Tutkimuksen osallistujat</b> .....	<b>23</b>
<b>5.2 Tutkimuksen toteutus</b> .....	<b>23</b>
<b>5.3 Tutkimusmenetelmä</b> .....	<b>24</b>
<b>5.4 Mittarit</b> .....	<b>25</b>
<b>5.5 Aineiston analyysi</b> .....	<b>26</b>
<b>6 Tulokset</b> .....	<b>29</b>
<b>6.1 Muuttujien tarkastelu</b> .....	<b>29</b>
<b>6.2 Muuttujien väliset korrelaatiot</b> .....	<b>30</b>
<b>6.3 Ryhmien väliset erot matematiikan osaamisessa</b> .....	<b>30</b>
<b>6.4 Tulosten yhteenveto</b> .....	<b>32</b>
<b>7 Pohdinta</b> .....	<b>34</b>
<b>8 Johtopäätökset</b> .....	<b>39</b>
<b>Lähteet</b> .....	<b>41</b>

# 1 Johdanto

Osalle oppilaista matematiikkaan liittyvät tehtävät aiheuttavat ahdistuksen ja pelon tunteita. Matematiikka-ahdistus voi kohdistua matemaattisten tehtävien tekemiseen tai epäonnistumiseen matematiikassa (Sorvo ym., 2017). Matemaattisia taitoja vaativien tilanteiden aiheuttamaan ahdistukseen liittyvät heikot matemaattiset taidot (Sorvo ym., 2017). Matematiikka-ahdistusta on tutkittu melko paljon vanhemmilla oppilaille ja aikuisilla, mutta nuorilla oppilaille tutkimusta on tehty vähemmän. Matematiikka-ahdistuksen on tutkimuksissa todettu lisääntyvän iän myötä (Arslan, 2020; Birgin ym., 2010), joten on tärkeää saada tietoa siitä jo nuorilla oppilaille, jotta ahdistusta voitaisiin lievittää mahdollisimman varhain. Matematiikka-ahdistus haastaa oppilaan matematiikan oppimista, joten siihen puuttuminen on tärkeää.

Matematiikan osaaminen ja matemaattisten taitojen hallinta on arkielämän kannalta välttämätöntä. Matematiikan taitoja tarvitaan esimerkiksi kellonaikojen ymmärtämiseen, kaupassa käymiseen ja ruoanlaittoon. Työelämässä useimmilla aloilla tarvitaan laskutaitoja, ja heikkoudet laskutaidossa kaksinkertaistavat työttömyyden todennäköisyyden (Räsänen, 2012). Heikot matemaattiset taidot ovat yhteydessä lyhyeen koulutuspolkuun (Hakkarainen ym., 2016). Lisäksi heikot matemaattiset taidot yhdistettynä heikkoihin sosiaalisiin taitoihin ovat yhteydessä henkilön jäämiseen työelämän ja koulutuksen ulkopuolelle (Hakkarainen ym., 2016). Matematiikan taidoissa on havaittavissa melko suuria yksilöllisiä eroja jo koulun alussa (Mononen ym., 2013). On siis oppilaita, joilla on matemaattisissa taidoissa heikkoutta jo hyvin nuorena. Matematiikan opetus etenee kumulatiivisesti eli uudet opittavat asiat rakentuvat aiemmin opitun päälle (Opetushallitus, 2016, s. 128, 234). Vahvat peruslaskutaidot ovat siis pohjana myöhemmin opittaville matemaattisille sisällöille.

Sorvon ja kollegoiden (2017) mukaan matemaattisten tehtävien tekemiseen liittyvää matematiikka-ahdistusta on noin 10 %:lla oppilaista. Matematiikka-ahdistus on siis varsin yleinen ilmiö. Voidaankin olettaa, että jokaisella luokalla on joku oppilas, jolla on matematiikkaan liittyvää ahdistusta. Tästä syystä on tärkeää lisätä tietoisuutta matematiikka-ahdistuksesta.

Tässä tutkimuksessa tutkitaan matematiikka-ahdistuksen yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuteen ja kolmannen luokan matematiikan osaamiseen. Tutkimuksessa vertaillaan kahden ryhmän osaamista matemaattisissa taidoissa: niiden, joilla on matematiikka-ahdistusta ja

niiden, joilla ei ole matematiikka-ahdistusta. Lisäksi huomioidaan iän ja sukupuolen vaikutus. Tutkimuksen osallistujina on kolmasluokkalaisia norjalaisia oppilaita. Tämän tutkielman tavoitteena on lisätä tietoisuutta matematiikka-ahdistuksesta ja sen yhteydestä matematiikan osaamiseen alakouluikäisillä oppilaille, sillä aiheesta on tässä ikäryhmässä vielä verrattain vähän tutkimustietoa.

## 2 Matematiikan oppiminen ja osaaminen

Tässä luvussa kerrotaan matematiikan osataidoista, niiden kehittymisestä ja yhteydestä toisiinsa. Luvun painopiste on tutkimuksen kannalta olennaisissa taidoissa sekä sukupuolen ja iän yhteydessä näihin taitoihin. Luvussa kerrotaan kuitenkin myös lyhyesti muista taitoihin liittyvistä tekijöistä, kuten työmuistin ja toiminnanohjauksen yhteydestä matematiikan taitojen kehitykseen, jotta taitojen kehityksestä saataisiin kattavampi kuva.

Matematiikan oppiminen on kumulatiivista eli aiemmin opitun päälle rakennetaan uutta tietoa (Opetushallitus, 2016, s. 128, 234). Tästä syystä oppilaiden tulisi osata asiat ennen kuin siirrytään uuteen opiskeltavaan asiaan, sillä oppimatta jääneet asiat vaikeuttavat uuden oppimista. Vahva peruslaskutaito tukee siis haastavampien matematiikan sisältöjen oppimista.

### 2.1 Matematiikan osataidot ja niiden kehittyminen

Aunio ja Räsänen (2016) mukaan keskeisiä matematiikan osataitoja 5–8-vuotiailla lapsilla ovat lukumääräisyyden taju, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot ja aritmeettiset perustaidot. Tämän tutkimuksen kannalta erityisesti aritmeettiset perustaidot ovat tärkeitä, joten niihin keskitytään tässä luvussa eniten. Kuviossa 1 kuvataan matematiikan osataidot Aunio ja Räsänen (2016) mukaan.

Lukumääräisyyden taju	Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen	Laskemisen taidot	Aritmeettiset perustaidot
<ul style="list-style-type: none"><li>•Subitisaatio</li><li>•Lukumääräkuvioiden tunnistaminen</li><li>•Suuruusluokkien vertailu</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>•Matemaattisloogiset periaatteet</li><li>•Aritmeettiset peruseriaatteet</li><li>•Matemaattisten symbolien hallinta</li><li>•Paikka-arvon hallinta</li><li>•Kymmenjärjestelmän hallinta</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>•Tieto numerosanoista ja -symboleista</li><li>•Lukujen luettelemisen taidot</li><li>•Esineiden lukumäärän laskeminen</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>•Yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskun osaaminen</li></ul>

**Kuvio 1. Matematiikan osataidot (Aunio & Räsänen 2016)**

#### *Lukumääräisyyden taju*

Lukumääräisyyden tajuun kuuluvat subitisaatio, lukumääräkuvioiden tunnistaminen ja suuruusluokkien vertailu (Aunio & Räsänen, 2016). Subitisaatiolla tarkoitetaan pienten lukumäärien (1–4) nopeaa ja tarkkaa määrittämistä ilman laskemista (Aunio & Räsänen, 2016).

Lukumääräisyyden tajun arvioinnissa käytetään tehtäviä, joissa lukumäärät esitetään pisteinä (ei-symbolinen) tai numeromerkein (symbolinen) (Aunio & Räsänen, 2016). Joissakin tutkimuksissa lukumääräisyyden tajun arvioimiseen on käytetty myös lukusuoratehtäviä (Sasanguie ym., 2012).

Subitisaatiotaitojen on havaittu olevan yhteydessä sekä laskemisen sujuvuuteen että matematiikan opetussuunnitelman mukaiseen osaamiseen (Reigosa-Crespo ym., 2013). Hutchisonin ja kollegoiden (2020) mukaan symbolisen ja ei-symbolisen vertailun yhteys oli vahvempi subitisaatioalueella eli lukualueella 1–4 kuin isommilla luvuilla. He havaitsivat, että pienillä luvuilla yhteys symbolisen ja ei-symbolisen vertailun välillä oli molempiin suuntiin esikouluvuoden aikana, eli molemmat taidot ennustivat toisiaan. Suurilla luvuilla vain symboliset taidot esikouluvuoden alussa ennustivat ei-symbolisia taitoja esikouluvuoden lopussa (Hutchison ym., 2020).

Sasanguie ja kollegat (2012) havaitsivat lukujen vertailun numerosymboleilla ja matematiikan osaamisen välillä merkitsevän yhteyden. He havaitsivat yhteyden myös lukusuoralla tehtävän arvioinnin (esimerkiksi mihin lukusuoralla sijoittuu luku 30) ja matematiikan osaamisen välillä. Yhteys oli heidän tutkimuksessaan symbolisten tehtävien osalta olemassa myös silloin, kun ei-symbolinen lukumääräisyyden taju kontrolloitiin. Yhteyttä ei sitä vastoin havaittu ei-symbolisen lukumääräisyyden osalta, kun symbolinen lukumääräisyyden taju oli kontrolloitu (Sasanguie ym., 2012). Cañizares ja kollegat (2011) ovat todenneet, että lukujen suuruusluokkien vertailussa pienet luvut prosessoitiin nopeammin kuin suuret luvut ja symboliset luvut prosessoitiin nopeammin kuin ei-symboliset luvut. Luvut, joiden suuruusero oli suuri, prosessoitiin nopeammin kuin luvut, joiden suuruusero oli pieni, jolloin puhutaan etäisyusefektistä (Cañizares ym., 2011).

### *Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen*

Matemaattisten suhteiden ymmärtämiseen kuuluvat Aunio ja Räsänen (2016) mukaan varhaiset matemaattisloogiset periaatteet, aritmeettiset peruseriaatteet, matemaattisten symbolien hallinta sekä paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän hallinta. Matemaattisloogisiin periaatteisiin kuuluvat heidän mukaansa sarjoittaminen, luokittelu, vertailu ja yksi yhteen -vastaavuus. Aritmeettisiin peruseriaatteisiin kuuluvat ymmärrys, että kokonaisuus muodostuu osista, vaihdannaisuus eli yhteenlaskettavat voidaan laskea yhteen missä järjestyksessä tahansa ja saadaan sama vastaus sekä matemaattisten operaatioiden käänteisyys, esimerkiksi yhteenlasku ja vähennyslasku ovat keskenään käänteisiä operaatioita (Aunio & Räsänen, 2016).



Aritmeettisten operaatioiden ja rationaalilukujen suuruuden osaaminen olivat yhteydessä matematiikan osaamiseen (Wong, 2017). Eri matemaattisista taidoista matemaattisten suhdetaitojen on havaittu olevan parhaiten hallussa ensimmäisen luokan alussa, kun verrattiin oppilaiden matemaattisia suhdetaitoja, laskemisen taitoja ja aritmeettisiä taitoja (Mononen ym., 2013).

### *Laskemisen taidot*

Laskemisen taitoihin kuuluvat tieto numerosanoista ja -symboleista, lukujen luettelemisen taidot ja esineiden lukumäärän laskeminen (Aunio & Räsänen, 2016). Laskemisen taidoilla tarkoitetaan siis sitä, että lapsi osaa luetella luvut oikeassa järjestyksessä ja laskea esineiden lukumäärän oikein. Laskemisen taitojen peruseriaatteita ovat yksi yhteen -vastaavuus, lukujen vakaa ja toistettavissa oleva järjestys laskettaessa, kardinaalisuusperiaate, abstraktisuusperiaate sekä järjestyksen epärelevanssin periaate (Gelman & Gallistel, 1986, s. 77–82).

Gelmanin ja Gallistelin (1986) mukaan yksi yhteen -vastaavuudessa jokainen esine lasketaan kerran, laskeminen ja esineiden osoittelu aloitetaan ja lopetetaan yhtä aikaa ja se tapahtuu samassa tahdissa. Virheitä voi heidän mukaansa tapahtua yksi yhteen -vastaavuudessa, jos lasketaan jokin esine useammin kuin kerran tai hypätään jonkun esineen yli, käytetään samaa lukusanaa useammin kuin kerran tai epäonnistutaan lukujen luettelemisen ja esineiden osoittamisen prosessien samanaikaisuudessa. Kardinaalisuusperiaatteella tarkoitetaan heidän mukaansa, että viimeinen sanottu lukusana osoittaa esineiden lukumäärän. Heidän mukaansa abstraktisuusperiaatteella tarkoitetaan, että muita laskemisen periaatteita voidaan käyttää kaikkeen laskemiseen niin fyysisten esineiden osalta kuin myös abstraktien lukumäärien laskemiseen. Järjestyksen epärelevanssin periaatteella tarkoitetaan sitä, että laskettavat asiat voidaan laskea missä järjestyksessä tahansa (Gelman & Gallistel, 1986, s. 77–82).

Liu ja Wong (2020) ovat todenneet, että 6-vuotiaana mitatut lukumäärän laskemisen varhaiset taidot ja näiden taitojen kehittyminen olivat yhteydessä matematiikan osaamiseen kaksi vuotta myöhemmin. Kokonaislukujen suuruusluokan ymmärtämiseen olivat heidän mukaansa yhteydessä sekä pisteiden laskemisen alkutaidot että taitojen kehittyminen pisteiden laskemisessa. Rationaalilukujen ymmärtämiseen oli yhteydessä vain pisteiden laskemisen taitojen kehittyminen (Liu & Wong, 2020).

### *Aritmeettiset taidot*

Aritmeettisiin perustaitoihin kuuluvat yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskun osaaminen (Aunio & Räsänen, 2016). Tämän tutkimuksen ja tutkittavan ikäryhmän kannalta yhteen- ja vähennyslaskutaito on olennaisinta, joten kerto- ja jakolaskua ei tässä yhteydessä käsitellä erikseen.

Baroody ja Gannon (1984) ovat todenneet, että yhteenlaskun laskemisessa lapsi voi käyttää useita erilaisia strategioita. Lapsi voi heidän mukaansa aloittaa laskemisen luvusta 1 ja luetella kummankin yhteenlaskettavan sormia apuna käyttäen ensin erikseen ja sitten yhdessä, eli  $2+3$  on 1, 2 ja 1, 2, 3, josta tulee 1, 2, 3, 4, 5. Toinen vaihtoehto on Baroodyn ja Gannonin (1984) mukaan se, että lapsi aloittaa ensimmäisestä yhteenlaskettavasta ja lisää siihen luetellen toisen yhteenlaskettavan, eli sama lasku on  $(2+3)$  2 ja 1, 2, 3, josta tulee 2, 3, 4, 5. Tämä on hyvin hidaskin ja virhealtis strategia. Lapsi voi myös aloittaa suuremmasta yhteenlaskettavasta ja lisätä siihen luetellen pienemmän yhteenlaskettavan (Baroody & Gannon, 1984), mikä on nopeampi strategia kuin edelliset. Lapsi siis käyttää laskemisessa konkretiaa eli esimerkiksi sormia apuna. Nämä strategiat perustuvat laskemisen taitoihin eli siihen, että lapsi osaa luetella lukuja oikeassa järjestyksessä ja käyttää tätä taitoa apuna yhteenlaskujen ratkaisemisessa. Laskun vastaus voidaan myös hakea muistista (Geary, 2004). Vastauksen hakeminen muistista on tehokkaampi tapa ratkaista tehtävä. Ratkaisun nopeutumisen lisäksi vastauksen hakeminen muistista myös vähentää virheitä, kun ei tarvitse luetella kaikkia lukuja erikseen eikä pitää mielessä niin monia asioita kuin luettelemista käyttävässä strategiassa.

Lapsi voi käyttää laskustrategiana myös esimerkiksi laskun osittamista niin, että luvut on helpompi laskea yhteen (Geary, 2004). Tästä esimerkkinä on  $5+7$ , jonka voi laskea  $5+5+2$ . Laskemisessa voi siis hyödyntää esimerkiksi kymppipareja, eli lukuja, joiden summa on 10 tai tuplia eli kahden saman luvun summaa. Erityisesti kymmenylityksen sisältävissä laskuissa kymmeneen täydentäminen voi olla tehokas laskustrategia ennen kuin lapsi oppii muistamaan laskun vastauksen ulkoa.

Väisänen ja Aunio (2016) ovat todenneet, että yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuus paranee iän myötä. Heidän tutkimuksessaan pojat olivat tyttöjä sujuvampia laskemisessa toisella ja kolmannella luokalla, mutta neljännellä luokalla sukupuolieroja ei ollut. Aiempi laskemisen sujuvuus selitti parhaiten myöhempää laskemisen sujuvuutta. (Väisänen & Aunio, 2016). Eisujuvien ja sujuvien laskijoiden ryhmien välillä ero säilyi laskemisen sujuvuudessa toisella, kolmannella ja neljännellä luokalla, mutta viidennellä luokalla ryhmien välillä ei enää ollut eroa

(Väisänen & Aunio, 2017). Kun oppilas siis oppii muistamaan laskujen vastaukset ulkoa, sujuvuus laskemisessa paranee.

Yhteen- ja vähennyslaskun taitojen on havaittu olevan koulun alussa heikommat kuin matemaattisten suhdetaitojen (Mononen ym., 2013). Monosen ja kollegoiden (2013) tutkimuksessa yhteen- ja vähennyslaskua ei oltu vielä harjoiteltu, kun tutkimus toteutettiin ensimmäisen luokan alussa, joten heikkous näissä taidoissa voi selittyä harjoittelun puutteella. Ensimmäisen luokan matematiikan arvosanaan olivat yhteydessä esikoulussa mitatut yksinnumeroisten lukujen yhteen- ja vähennyslaskujen osaaminen, lukusuora-arviointi ja symbolinen lukujen vertailu (Hawes ym., 2019). Myös Lyons ja kollegat (2014) ovat todenneet, että laskemisen, lukujen suuruusluokan vertailun ja lukusuora-arvioinnin taidot sekä numeromerkin ja lukusanan yhteyden osaaminen olivat yhteydessä yhteen- ja vähennyslaskun osaamiseen.

Ensimmäisellä luokalla mitattujen aritmeettisten taitojen on todettu olevan positiivisesti yhteydessä aritmeettisiin taitoihin toisella luokalla (Lepola & Hannula-Sormunen, 2019). Funderudin ja kollegoiden (2019) tutkimuksessa suomalaiset olivat sekä yhteenlaskun että vähennyslaskun sujuvuudessa parempia kuin norjalaiset. Norjalaisten heikosti osaavien oppilaiden onnistumisprosentti yhteenlaskutehtävissä ja vähennyslaskutehtävissä oli korkeampi kuin suomalaisten heikosti osaavien oppilaiden (Funderud ym., 2019). Molemmissa maissa tutkittiin kolmasluokkalaista (Funderud ym., 2019), Suomessa koulu aloitetaan kuitenkin vuotta myöhemmin kuin Norjassa, joten ikä voi olla yhteydessä osaamiseen tässä tutkimuksessa.

Lepola ja Hannula-Sormunen (2019) ovat todenneet, että esikoulussa mitatut lukujonotaidot olivat positiivisesti yhteydessä toisella luokalla mitattuihin aritmeettisiin taitoihin. Esikoulussa mitattu spontaani lukumäärän hahmottaminen ja lukujonotaidot olivat myös yhteydessä 1. luokan oppilaiden aritmeettisiin taitoihin (Lepola & Hannula-Sormunen, 2019). Eli laskemisen taidot ja lukumääräisyyden taju ovat yhteydessä aritmeettisiin taitoihin.

Koposen ja kollegoiden (2019) tutkimuksessa varhaiset laskemisen taidot (lukusanojen luettelu eteenpäin ja taaksepäin sekä eteenpäin hyppäyksittäin) olivat yhteydessä 7. luokan matematiikan taitoihin. Varhaiset laskemisen taidot olivat heidän tutkimuksessaan positiivisesti yhteydessä laskemisen sujuvuuteen, aritmeettiseen laskutaitoon sekä sanallisten tehtävien ratkaisutaitoon 4. luokalla. Heidän tutkimuksessaan aritmeettinen laskutaito ja sanallisten tehtävien ratkaisutaito 4. luokalla olivat yhteydessä matematiikan taitoihin 7. luokalla. Heidän

mukaansa varhaisilla laskemisen taidoilla näyttäisi olevan siis sekä suora että epäsuora yhteys matematiikan taitoihin 7. luokalla. Niistä oppilaista, joilla oli heikot laskemisen taidot esikoulussa, 65 %:lla oli heikot matematiikan taidot 7. luokalla (Koponen ym., 2019). Heikkous matemaattisissa taidoissa näyttäisi siis olevan melko pysyvää.

Koponen ja kollegat (2007) ovat todenneet, että yksinumeroisilla luvuilla yhteenlaskun ja useammista numeroista koostuvilla luvuilla laskemisen taidot olivat yhteydessä toisiinsa. Heidän tutkimuksessaan lukujen luettelemisen taidot ja nopea sarjallinen nimeäminen (tuttujen sanojen hakeminen mielestä nopeasti) esikoulussa olivat suoraan yhteydessä yksinumeroisilla luvuilla yhteenlaskujen laskemisen sujuvuuteen neljännellä luokalla. He totesivat, että useampia numeroita sisältävillä luvuilla laskemisen taitoihin neljännellä luokalla olivat yhteydessä äidin koulutustausta, numeromerkin ja luvun yhteyden ymmärtäminen esikoulussa sekä yksinumeroisilla luvuilla laskemisen sujuvuus neljännellä luokalla. Yksinumeroisilla luvuilla laskeminen oli välittävänä tekijänä numeroiden luettelemisen taitojen ja useampia numeroita sisältävillä luvuilla laskemisen välisessä yhteydessä (Koponen ym., 2007).

Aritmeettisten taitojen eli peruslaskutaitojen oppiminen ja hallinta on hyvin merkityksellistä tulevan matematiikan osaamisen kannalta. Peruslaskutaitojen kehittämiseen tulisi siis koulussa kiinnittää huomiota ja varmistaa, että oppilaat oppivat nämä taidot hyvin. Tarvittaessa taitoja tulisi myös harjoitella alkuopetuksen jälkeenkin, mikäli taidoissa havaitaan puutteita.

#### *Sukupuolen ja iän yhteys matemaattisten taitojen osaamiseen*

Hutchison ja kollegat (2019) ovat todenneet, että suuressa osassa matemaattisia taitoja ei ole havaittu sukupuolieroja. He havaitsivat lukusuoraan liittyvissä arviointitehtävissä ja lukumäärän laskemisen tehtävässä, että pojat osasivat näitä tehtäviä tyttöjä paremmin. Tämä ero kuitenkin vaihteli eri ikäryhmissä, joten ero ei ollut johdonmukainen eri ikäryhmien välillä. (Hutchison ym., 2019). Myös Lê ja Noël (2021) ovat todenneet, että sukupuolten välillä ei ollut eroa esikoulussa mitatuissa matemaattisissa taidoissa eikä ensimmäisen luokan yhteenlaskutaidoissa. On kuitenkin myös tehty tutkimus, jossa 3.–9.-luokkalaisten tyttöillä oli paremmat taidot lukumääräisyyden tajussa, mutta pojilla oli parempi laskusujuvuus (Räsänen ym., 2021). Tutkimuksessa, jossa verrattiin suomalaisten ja norjalaisten kolmasluokkalaisten yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuutta, huomattiin, että sukupuolieroja ei ollut suomalaisilla, mutta norjalaisista pojat olivat parempia kuin tytöt yhteenlaskun sujuvuudessa (Funderud ym., 2019).

Kun tarkastellaan iän yhteyttä taitojen kehitykseen, on tutkimuksia tehty muun muassa yhteenlaskutaidon, lukujen vertailun ja laskusujuvuuden osalta. Yhteenlaskutaitoon ensimmäisellä luokalla olivat yhteydessä päiväkodissa mitatut lukujen vertailu ja lukujen luetteleminen alkaen muusta luvusta kuin luvusta 1, kun taustamuuttujia, esimerkiksi vanhempien koulutustausta, ikä ja numeroiden muistaminen, otettiin huomioon (Lê & Noël, 2021).

Ensimmäisen luokan keväällä matematiikan osaamiseen, johon kuului esimerkiksi yhteen- ja vähennyslasku, mittaaminen, geometria ja tilastot, olivat yhteydessä ikä ja symbolisen lukumääräisyyden taju (lukusuora-arviointi) (Hawes ym., 2019). Lyons ja kollegat (2014) totesivat, että laskemisen, lukujen suuruusluokan vertailun, lukusuora-arvioinnin sekä numeromerkkin ja lukusanan yhteyden osaamisen ja yhteen- ja vähennyslaskun osaamisen välinen yhteys muuttuu iän myötä. Heidän tutkimuksessaan 1.–2.-luokkalaisilla lukusuora-arviointi ja numeroiden vertailu olivat vahvoja yhteen- ja vähennyslaskun osaamisen ennustajia (Lyons ym., 2014).

Sasanguie ja kollegat (2012) ovat havainneet, että symbolinen lukumääräisyyden taju oli parempi vanhemmilla oppilailla kuin nuoremmilla oppilailla. Tutkimuksessa huomattiin, että isoja eroja havaittiin tarkemmin kuin pieniä eroja. He huomasivat myös, että nuorimpien ja vanhimpien oppilaiden välillä suurin ero oli pienten lukumäärien erojen havaitsemisessa. Tulokset olivat samankaltaisia sekä symbolisissa että ei-symbolisissa tehtävissä (Sasanguie ym., 2012). Myös symbolisten numeroiden vertailun osaamisen yhteys matematiikan osaamiseen muuttui merkitsevästi iän myötä ja tämä yhteys oli merkitsevä esikouluikäisillä (Sasanguie ym., 2012). Lukujen suuruusluokan vertailun vastausajan on todettu lyhenevän iän kasvaessa (Cañizares ym., 2011). Räsänen ja kollegat (2021) ovat havainneet, että numeroiden prosessoinnin taidot ja laskusujuvuus kasvoivat iän kasvaessa. Numeroiden prosessointitaidoissa erot vähenivät iän myötä, kun taas aritmeettisessä sujuvuudessa erot kasvoivat (Räsänen ym., 2021).

Nanun ja kollegoiden (2020) tutkimuksessa kouluvuosien määrä oli suoraan yhteydessä matematiikan osaamisen profiiliin sekä aritmeettisiin taitoihin ja spontaanin lukumääräisyyteen keskittymiseen (lapsen huomion kiinnittymiseen lukumääriin). Tutkimuksessa löydettiin kuusi erillistä matematiikan osaamisen profiilia, jotka erosivat toisistaan määrällisesti ja laadullisesti (Nanu ym., 2020). Eli pidempään koulussa olleilla aritmeettiset taidot ja spontaani

lukumääräisyyteen keskittyminen olivat parempia kuin niillä, jotka olivat olleet lyhyemmän aikaa koulussa.

## **2.2 Muut matemaattisten taitojen kehittymiseen liittyvät tekijät**

Monien kognitiivisten taitojen on todettu olevan yhteydessä matemaattisten taitojen kehitykseen. Näitä kognitiivisia taitoja ovat esimerkiksi työmuisti (Aragón ym., 2021; Monette ym., 2011), toiminnanohjaustaidot (Clark ym., 2010; Gashaj ym., 2019), kielelliset taidot (Cornu ym., 2018) ja motoriset taidot (Gashaj ym., 2019; Kim ym., 2018). Kun tutkimuksissa kontrolloidaan näitä taitoja, matemaattinen taito ei yksinään välttämättä ennusta niin paljon toista matemaattista taitoa tai sen kehitystä, vaan näillä muilla kognitiivisilla taidoilla on myös osuutta taitoon ja sen kehitykseen.

Aragón ja kollegat (2021) ovat todenneet, että työmuisti ja prosessointinopeus ovat yhteydessä suuruusluokan vertailuun. Heidän tutkimuksessaan työmuisti, prosessointinopeus ja sanavarasto olivat yhteydessä matemaattiseen ajatteluun, eli heidän tutkimuksensa tapauksessa lukujen luettelemiseen, numeroiden vertailemiseen, konkreettisten esineiden laskemiseen ja käsitteiden ymmärtämiseen. Myös suuruusluokan vertailu ja arviointi olivat yhteydessä matemaattiseen ajatteluun (Aragón ym., 2021). Esikoulussa mitatun työmuistin on todettu olevan yhteydessä matematiikan osaamiseen ensimmäisen luokan lopussa (Monette ym., 2011). Simmons ja kollegoiden (2012) tutkimuksessa visuaalisspatiaalinen luonnoslehtiö oli yhteydessä symbolien suuruusluokan hahmottamiseen ja numeroiden kirjoittamiseen. Heidän tutkimuksessaan työmuistin keskusyksikkö oli yhteydessä yhteenlaskun tarkkuuteen 1. luokalla (5-vuotiaana). Fonologinen silmukka oli yhteydessä kertolaskun tarkkuuteen 3. luokalla (7-vuotiaana), mutta ei aivan tilastollisesti merkitsevästi (Simmons ym., 2012).

Toiminnanohjaustaitojen on todettu olevan yhteydessä symboliseen lukusuoraan liittyviin taitoihin ja suuruusluokan vertailun taitoihin (Gashaj ym., 2019). Clark ja kollegat (2010) ovat todenneet, että toiminnanohjauksen taidot 4-vuotiaana olivat yhteydessä matematiikan osaamiseen 6-vuotiaana yhden kouluvuoden opiskelun jälkeen. Yli 60 % niistä lapsista, joiden toiminnanohjauksen taidot olivat heikot 4-vuotiaana, sijoittui heikkoihin matematiikan osaajiin 6-vuotiaana (Clark ym., 2010). Van der Ven ja kollegat (2012) ovat todenneet, että toiminnanohjaustaidoista vain työmuistissa olevien asioiden päivittäminen ja manipulointi oli yhteydessä matematiikan taitojen kehittymiseen. Kun tämä toiminnanohjauksen ulottuvuus otettiin huomioon, ei muilla toiminnanohjauksen ulottuvuuksilla, eli inhibitiolla ja tehtävästä

toiseen siirtymisellä, ollut merkitsevää yhteyttä matematiikan taitojen kehittymiseen (Van der Ven ym., 2012).

Möhring ja kollegat (2021) ovat havainneet, että lasten varhaiset spatiaaliset taidot näyttäisivät olevan yhteydessä matemaattisiin taitoihin koulun aloituksen aikaan. Niillä lapsilla, joilla oli paremmat spatiaaliset taidot, matematiikan osaaminen kasvoi enemmän kuin lapsilla, joilla oli heikommat spatiaaliset taidot (Möhring ym., 2021). Cornun ja kollegoiden (2018) tutkimuksessa, jossa tutkittiin verbaalisten numerotaitojen eli lukujonojen luettelemisen ja numeroiden nimien tuntemisen yhteyttä erilaisiin mahdollisiin taustatekijöihin, huomattiin, että visuospatiaaliset taidot olivat voimakkaimmin yhteydessä verbaalisiin numerotaitoihin. Myös visuospatiaalinen työmuisti oli taustatekijänä heidän tutkimuksensa mukaan (Cornu ym., 2018).

Michalczyk ja kollegat (2013) ovat todenneet, että fonologinen tietoisuus oli yhteydessä lukusanojen luettelemisen osaamiseen, mutta se ei ollut yhteydessä lukusanojen ja lukumäärien yhteyden osaamiseen. Työmuisti oli yhteydessä fonologisen tietoisuuden kautta matemaattisiin taitoihin (Michalczyk ym., 2013). Myös Cornun ja kollegoiden (2018) mukaan fonologinen tietoisuus on verbaalisten numerotaitojen taustatekijänä. Tämän lisäksi he havaitsivat, että myös sanavarasto ja verbaalinen työmuisti olivat taustatekijöinä verbaalisissa numerotaidoissa (Cornu ym., 2018).

Kim ja kollegat (2018) ovat todenneet, että visuomotoriset taidot olivat yhteydessä matematiikan taitoihin. He havaitsivat, että esikouluikässä yhteys oli molempiin suuntiin. Ensimmäisen ja toisen luokan välissä yhteys oli kuitenkin vain visuomotorisista taidoista matematiikan taitoihin eikä toisinpäin (Kim ym., 2018). Hienomotoristen taitojen on todettu olevan yhteydessä ei-symboliseen lukusuoraan liittyviin arviointitaitoihin ja karkeamotoristen taitojen on todettu olevan yhteydessä ei-symbolisen suuruusluokan vertailun taitoihin (Gashaj ym., 2019).

Useiden tutkimusten mukaan työmuisti on siis yksi keskeisistä tekijöistä, joka vaikuttaa matematiikan tehtävien ratkaisemiseen (Aragón ym., 2021; Monette ym., 2011). Matematiikan tehtäviä tehdessä tulee pystyä pitämään mielessä useita asioita samanaikaisesti, kuten laskusääntöjä ja laskun välivaiheiden tuloksia. Myös laskujen tulosten hakeminen muistista on tärkeää. Se nopeuttaa laskemista, kun kaikkia laskun osia ei tarvitse erikseen laskea esimerkiksi luettelemalla lukuja, vaan vaikkapa yhteenlaskun tulos haetaan suoraan muistista. Lisäksi tämä vähentää virhealttiutta, kun oikea tulos haetaan muistista eikä lasketa lukuja luettelemalla. Matematiikan taitoihin on havaittu yhteyttä myös toiminnanohjaustaidoilla (Clark ym., 2010;

Gashaj ym., 2019) ja kielellisillä taidoilla (Cornu ym., 2018). Myös näihin taitoihin tulisi siis panostaa alkuopetuksessa. Näiden taitojen lisäksi motoristen taitojen ja matematiikan taitojen välillä on havaittu yhteys (Gashaj ym., 2019; Kim ym., 2018), joten myös motoristen taitojen kehittämiseen olisi syytä panostaa alkuopetuksessa.



### **3 Matematiikka-ahdistus**

Matematiikka-ahdistus on yksi haaste matematiikan oppimiselle. Matematiikka-ahdistus on määritelty ahdistuksen ja jännityksen tunteiksi liittyen numeroilla operointiin sekä matemaattisten ongelmien ratkaisuun monissa arkielämän ja opiskelun tilanteissa (Richardson & Suinn, 1972). Matematiikka-ahdistuksen yleisyys vaihtelee eri tutkimusten mukaan jopa välillä 2–68 % riippuen käytettävästä mittarista ja korkean ahdistuksen kriteereistä (Dowker ym., 2016).

Matematiikka-ahdistus koostuu kahdesta osasta: negatiivisista tunnereaktioista matematiikkaa kohtaan sekä matematiikassa pärjäämiseen liittyvistä huolista (Wigfield & Meece, 1988). Matematiikka-ahdistusta on myös jaettu matematiikkaan liittyviin tilanteisiin liittyvään ahdistukseen sekä matematiikassa epäonnistumiseen liittyvään ahdistukseen, jotka ovat molemmat negatiivisesti yhteydessä aritmeettisiin perustaitoihin (Sorvo ym., 2017).

Matematiikka-ahdistusta on tutkittu jo vuosikymmenien ajan, kuten myös sen yhteyttä sukupuoleen, ikään, matematiikan osaamiseen, minäpystyvyyteen, minäkuvaan, työmuistiin, genetiikkaan, kulttuuriin ja kansalaisuuteen (Dowker ym., 2016). Dowkerin ja hänen kollegoidensa (2016) mukaan matematiikka-ahdistuksen on todettu olevan yhteydessä testiahdistukseen ja yleiseen ahdistukseen. He toteavat, että matematiikka-ahdistusta on mitattu erilaisilla kyselyillä ja arviointiasteikoilla sekä fyysisillä mittauksilla. Matematiikka-ahdistusta on tutkimuksissa pyritty helpottamaan esimerkiksi aivojen aktivoinnilla, yksityisillä tukiopeuksilla ja huolien kirjoittamisella ylös ennen matematiikan koetta (Dowker ym., 2016).

#### **3.1 Matematiikka-ahdistuksen ilmeneminen**

Matematiikka-ahdistusta on tutkimuksissa todettu enemmän tytöillä kuin pojilla (Devine ym., 2012; Hill ym., 2016; Lauer ym., 2018; Van der Beek ym., 2017; Wang ym., 2020). On kuitenkin tehty myös tutkimuksia, joissa sukupuolten välillä ei ole ilmennyt eroa matematiikka-ahdistuksessa (Arslan, 2020; Birgin ym., 2010; Erturan & Jansen, 2015; Ramirez ym., 2013). Malanchinin ja kollegoiden (2020) mukaan sukupuolten välinen ero näkyy vielä aikuisillakin. Naisilla oli korkeampi matematiikka-ahdistus kuin miehillä (Malanchini ym., 2020). Kyttälä ja Björn (2010) ovat havainneet, että sukupuolen ja matematiikka-ahdistuksen välittävänä tekijänä oli odotukset matematiikassa pärjäämisestä.

Holm ja kollegat (2017) totesivat tutkimuksessaan, että matematiikassa heikosti suoriutuvilla pojilla oli enemmän ahdistusta kuin matematiikassa heikosti suoriutuvilla tytöillä. Kuitenkin tyypillisesti matematiikassa suoriutuvilla tytöillä oli enemmän ahdistusta kuin tyypillisesti matematiikassa suoriutuvilla pojilla (Holm ym., 2017). Tämä ahdistuksen jakautuminen sukupuolittain voisi liittyä siihen, että poikia pidetään yleisesti parempina matematiikassa kuin tyttöjä. Tällöin heikosti suoriutuvat pojat voivat kokea ahdistusta siitä, etteivät ole yhtä hyviä matematiikassa kuin tyypillisesti osaavat pojat. Tytöillä taas tyypillisesti osaavien korkea ahdistus voi johtua siitä, että he kokevat kuitenkin olevansa huonompia matematiikassa kuin tyypillisesti osaavat pojat. Kuitenkaan matematiikan osaamisessa ei ole pääasiassa havaittu sukupuolieroja (Devine ym., 2012; Geary ym., 2019; Hill ym., 2016).

Matematiikka-ahdistusta on havaittu jo 7–8-vuotiailla lapsilla, ja matematiikka-ahdistuksen määrä lisääntyi pitkittäistutkimuksessa selvästi, kun lapset siirtyivät toiselta luokalta kolmannelle (Cargnelutti ym., 2017). Matematiikka-ahdistuksen on useissa tutkimuksissa todettu lisääntyvän iän myötä (Arslan, 2020; Birgin ym., 2010; Pollack ym., 2021).

Matematiikka-ahdistuksen on todettu olevan negatiivisesti yhteydessä minäpystyvyyssukomuksiin matematiikassa (Sevgi & Arslan, 2020; Villavicencio & Bernardo, 2016). Lisäksi matematiikka-ahdistuksen on havaittu olevan negatiivisesti yhteydessä myös itsesäätelykykyyn ja matematiikan arvosanaan (Villavicencio & Bernardo, 2016) sekä minäkuvaan (Xiao & Sun, 2021). Korkea matematiikka-ahdistus ennusti matalaa itse koettua kyvykkyyttä matematiikassa ja matala kyvykkyys korkea matematiikka-ahdistusta (Wang ym., 2020). Eli matematiikka-ahdistuksen ja matematiikassa koetun kyvykkyyden välillä oli tässä tutkimuksessa vastavuoroinen yhteys. Positiiviset tunteet selittivät vaihtelua minäpystyvyyssucomuksissa, itsesäätelykyvyssä ja matematiikan arvosanassa, kun matematiikka-ahdistus ja sukupuoli otettiin huomioon (Villavicencio & Bernardo, 2016). Positiivisten tunteiden kokeminen matematiikan opiskelussa on siis hyödyllistä matematiikan oppimisen kannalta.

Kyttälä ja Björn (2010) ovat havainneet, että matematiikka-ahdistus oli yhteydessä odotuksiin matematiikassa pärjäämisestä ja tulevaisuuden uravalintaan. Heidän tutkimuksessaan pojat suuntautuivat enemmän matemaattisille aloille kuin tytöt. Pojat myös kokivat itsensä pätevämmiksi matematiikassa kuin tytöt (Kyttälä & Björn, 2010). Uravalintaan voivat olla yhteydessä tyttöjen keskimäärin poikia korkeampi matematiikka-ahdistus ja matalammat minäpystyvyyssucomukset. Kyttälän ja Björnin (2010) mukaan aikaisempi matematiikan osaaminen oli yhteydessä tulevaisuuden uravalintaan matematiikassa pärjäämisen odotusten

kautta. Matematiikka-ahdistus ei toiminut tässä välittävänä tekijänä (Kyttälä & Björn, 2010). Aikaisemman matematiikan osaamisen ja matematiikka-ahdistuksen välillä välittävänä tekijänä oli odotukset matematiikassa pärjäämisestä (Kyttälä & Björn, 2010).

Matematiikkamotivaation on todettu olevan positiivisesti yhteydessä matematiikan osaamiseen (Wang ym., 2015). Matematiikka-ahdistuksen taas on todettu olevan negatiivisesti yhteydessä motivaatioon (Li ym., 2021; Pollack ym., 2021; Xiao & Sun, 2021). Wang ja kollegat (2015) ovat havainneet, että matematiikka-ahdistus oli negatiivisesti yhteydessä matematiikan osaamiseen kaikilla matematiikka-ahdistuksen tasoilla, kun matematiikkamotivaatio oli matala. Pollack ja kollegat (2021) taas ovat havainneet, että matematiikka-ahdistus ei ollut yhteydessä matematiikan osaamiseen tai sujuvuuteen matematiikassa, kun matematiikkaan liittyvä motivaatio otettiin huomioon.

### **3.2 Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen yhteys**

Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välistä yhteyttä on pyritty selvittämään useissa tutkimuksissa. Osa tutkijoista on todennut, että matematiikan osaaminen selittää matematiikka-ahdistusta, jolloin heikko matematiikan osaaminen johtaisi matematiikka-ahdistuksen kehittymiseen (Barroso ym., 2021; Ma & Xu, 2004; Wang ym., 2020). Osa tutkijoista taas on todennut, että matematiikka-ahdistus selittää matematiikan osaamista, eli matematiikka-ahdistus johtaisi heikompaan matematiikan osaamiseen (Devine ym., 2012, Devine ym., 2018; Kyttälä & Björn, 2010; Lai ym., 2015; Lauer ym., 2018; Ma & Xu, 2004; Wang ym., 2015; Wu ym., 2012). Jälkimmäisessä tapauksessa matematiikkaan liittyvissä tilanteissa negatiiviset ajatukset voivat kuormittaa työmuistia, joka on tehtävien ratkaisemisessa tärkeä, ja tällöin matematiikan suoritukset heikkenevät (Wang ym., 2015).

Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välillä on havaittu olevan yhteys jo 8-vuotiailla oppilailta (Cargnelutti ym., 2017). Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välisen yhteyden on todettu vahvistuvan iän myötä (Barroso ym., 2021; Lauer ym., 2018). Toisaalta on tehty myös tutkimus, jossa matematiikka-ahdistus ei ollut merkitsevästi yhteydessä matematiikan osaamiseen enää ylemmillä luokilla (Ma & Xu, 2004). Tyttöillä matematiikka-ahdistus oli negatiivisesti yhteydessä matematiikan osaamiseen toisella ja neljännellä luokalla, kun pojilla tätä yhteyttä ei ollut (Van Mier ym., 2019). Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välinen yhteys näyttäisi siis muuttuvan iän myötä.

Matematiikka-ahdistuksen määrää ennustivat sekä odotukset matematiikassa pärjäämisestä että matematiikan osaaminen (Kyttälä & Björn, 2010).

Oppilailla, joilla oli matematiikan oppimisvaikeus, matematiikka-ahdistus oli yleisempää kuin tyypillisesti matematiikkaa osaavilla (Devine ym., 2018; Holm ym., 2017). Niistä oppilaista, joilla oli matematiikan oppimisvaikeus, korkea matematiikka-ahdistus oli useammin tytöillä kuin pojilla (Devine ym., 2018). Sekä niillä oppilailla, joilla oli matematiikan oppimisvaikeus, että niillä, jotka suoriutuivat matematiikassa heikosti, oli enemmän matematiikkaan liittyvää ahdistusta ja muita negatiivisia tunteita kuin tyypillisesti suoriutuvilla oppilailla (Holm ym., 2017). Myös Lai ja kollegat (2015) havaitsivat, että matematiikka-ahdistus oli suurempaa niillä oppilailla, joilla oli matematiikan oppimisvaikeus, kuin muilla oppilailla.

Tutkimusta matematiikka-ahdistuksesta pienillä oppilailla on tehty vielä melko vähän. Matematiikka-ahdistuksen on todettu olevan negatiivisesti yhteydessä pienten oppilaiden kohdalla laskemisen taitoihin, lukujonojen luettelemisen taitoihin ja matematiikan käsitteiden ymmärtämiseen sekä matematiikkaan liittyviin asenteisiin (Harari ym., 2013). Matematiikka-ahdistuksen on havaittu olevan myös yhteydessä lukumäärän vertailun yksilölliseen vaihteluun (Lee & Cho, 2018). Pienillä oppilailla matematiikka-ahdistus näyttäisi siis olevan yhteydessä aivan matemaattisiin perustaitoihin. Monosen ja kollegoiden (2021) tutkimuksessa ensimmäisen ja toisen luokan oppilaiden aritmeettiset taidot ja numerosymbolien suuruusluokan hahmottaminen olivat negatiivisesti yhteydessä matematiikka-ahdistukseen. Muutos aritmeettisissä taidoissa tai numerosymbolien suuruusluokan hahmottamisessa oli negatiivisesti yhteydessä matematiikka-ahdistuksen muutokseen (Mononen ym., 2021).

Matematiikka-ahdistuksen on havaittu olevan yhteydessä 8- ja 11-vuotiailla oppilailla heikompaan matemaattiseen sujuvuuteen yhteen-, vähennys- ja kertolaskussa sekä heikompaan murtolukujen osaamiseen (Starling-Alves ym., 2022). Myös Sorvon ja kollegoiden (2017) tutkimuksessa matematiikka-ahdistus oli negatiivisesti yhteydessä aritmeettiseen osaamiseen. Heidän tutkimuksessaan matematiikkaan liittyviin tilanteisiin liittyvä ahdistus oli vahvemmin negatiivisesti yhteydessä aritmeettiseen sujuvuuteen kuin matematiikassa epäonnistumiseen liittyvä ahdistus (Sorvo ym., 2017).

Skagerlund ja kollegat (2019) ovat todenneet, että matematiikka-ahdistus oli aikuisilla yhteydessä aritmeettisiin taitoihin sekä työmuistin että numeroiden prosessoinnin kautta. Heidän mukaansa matematiikka-ahdistus oli yhteydessä laskutaitoon työmuistin kautta. Sekä aritmeettisiin taitoihin että laskutaitoon oli myös suora yhteys matematiikka-ahdistuksesta

(Skagerlund ym., 2019). Justicia-Galiano ja kollegat (2017) puolestaan havaitsivat, että alakouluikäisillä matematiikka-ahdistus oli yhteydessä matematiikan osaamiseen sekä työmuistin että pystyvyyssuskomusten kautta. Työmuistin on siis todettu olevan välittävänä tekijänä matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välillä sekä aikuisilla että lapsilla.

Matematiikka-ahdistuksen on havaittu vaikuttavan enemmän matemaattiseen päättelyyn kuin numeerisiin laskuihin 8-vuotiailla (Wu ym., 2012). Myös Živković ja kumppanit (2022) ovat todenneet, että matematiikka-ahdistuksella on yhteys aritmeettiseen päättelyyn sekä suoraan että epäsuorasti visuospatiaalisen työmuistin kautta. Matematiikka-ahdistus näyttäisi siis vaikuttavan enemmän haastavampiin matemaattisiin suorituksiin kuin peruslaskutoimituksiin.

Si ja kollegat (2016) ovat todenneet, että matemaattisen strategian valinnassa korkean matematiikka-ahdistuksen ryhmä oli hitaampi kuin matalan matematiikka-ahdistuksen ryhmä. Matalan matematiikka-ahdistuksen ryhmä oli tarkempi matemaattisissa tehtävissä kuin korkean matematiikka-ahdistuksen ryhmä (Si ym., 2016). Eli matematiikka-ahdistus näyttäisi sekä hidastavan tehtävien tekoa että tekevän ratkaisusta epätarkempia.

Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välinen yhteys voi siis olla vastavuoroinen. Osa tutkimuksista tukee sitä, että heikko osaaminen matematiikassa johtuu matematiikka-ahdistuksesta (ks. Skagerlund ym., 2019). Osa tutkimuksista taas tukee toista suuntaa eli, että matematiikka-ahdistus johtuukin heikosta osaamisesta matematiikassa (ks. Holm ym., 2017).

## 4 Tutkimuksen tavoitteet ja oletukset

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää matematiikan osaamisen ja matematiikka-ahdistuksen välistä yhteyttä kolmasluokkalaisilla oppilailla. Tutkimuskysymyksiä muodostettiin yksi: Millaista matematiikan osaaminen on oppilailla, jotka kokevat matematiikka-ahdistusta verrattuna oppilaisiin, joilla ei ole matematiikka-ahdistusta, kun sukupuoli ja ikä kontrolloidaan?

Oletuksena on, että tutkittavilla on melko vähän matematiikka-ahdistusta, sillä näin on aikaisemmissa tutkimuksissa todettu nuorten oppilaiden osalta (Dowker ym., 2016). Oletuksena on myös, että matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välillä on negatiivinen yhteys, kuten aikaisemmissa tutkimuksissa on todettu (Barroso ym., 2021; Lauer ym., 2018). Näin ollen oletuksena on, että ryhmän, jolla on matematiikka-ahdistusta, matematiikan osaaminen on heikompa kuin ryhmän, jolla ei ole matematiikka-ahdistusta.

## **5 Tutkimuksen toteutus**

Tässä luvussa kerrotaan tutkimuksen osallistujista ja toteutuksesta. Lisäksi kerrotaan tutkimusmenetelmästä ja käytetyistä mittareista sekä aineiston analyysistä.

### **5.1 Tutkimuksen osallistajat**

Tutkimukseen osallistui 204 norjalaista 3.-luokkalaista oppilasta. Oppilaiden iän keskiarvo oli 106 kuukautta eli 8 vuotta ja 10 kuukautta ja keskihajonta 3,49 kk. Kahdeltakymmeneltä oppilaalta puuttui tieto oppilaan iästä. Oppilaista tyttöjä oli 101 ja poikia 103.

Tutkimukseen osallistui viisi koulua. Oppilaiden huoltajilta pyydettiin lupa oppilaiden osallistumiseen. Myös opettajilta pyydettiin suostumus tutkimukseen osallistumiseen. Tutkimukseen osallistuminen oli oppilaille vapaaehtoista ja oppilaan tiedot poistettiin, mikäli hän halusi keskeyttää tutkimukseen osallistumisen.

### **5.2 Tutkimuksen toteutus**

Tutkimuksen aineisto on kerätty Oslon yliopiston iSeeNumbers-projektissa. Projektissa tietoa kerättiin pitkittäistutkimuksena aikavälillä 2019–2021. Tähän tutkimukseen on käytetty aineistoa viimeisestä projektin vaiheesta, eli toukokuulta 2021. Tämä tutkimus on siis poikkileikkaustutkimus. Projektille saatiin lupa Norjan eettiseltä tutkimustoimikunnalta ennen aineistonkeruun aloittamista.

Tutkimuksen aineisto kerättiin oppilailla teetetyillä matematiikan testeillä ja kyselylomakkeilla. COVID-19 pandemiatilanteesta johtuen koulutettu tutkimusavustaja kertoi ohjeet etäyhteyden kautta ja oppilaat tekivät testit omassa luokassaan opettajan valvonnassa, sillä kouluille ei päässyt keräämään aineistoa. Oppilaille tutkimuksessa tehtävät testit ja kyselyt olivat jo tuttuja aikaisemmilta mittauskerroilta, eikä etäyhteydessä koettu teknisiä ongelmia, joten tutkimuksen toteutus etäyhteyden kautta onnistui hyvin.

Tutkimuksessa käytettiin lähinnä jo valmiiksi hyviksi ja luotettaviksi todettuja mittareita. Projektia varten tehtiin lisäksi yksi matematiikan kolmannen luokan osaamista kartoittava testi (Matte), jonka sisällöt suunniteltiin Norjan matematiikan opetussuunnitelman mukaan (The Norwegian Directorate for Education and Training, 2013). Tähän tutkimukseen otettiin mukaan

matematiikan osaamista kartoittavat testit sekä matematiikkaan liittyviä tunteita kartoittavan kyselyn matematiikka-ahdistusta mittaavat osiot (ks. tarkemmin luku 5.4. Mittarit).

### 5.3 Tutkimusmenetelmä

Tutkimus on kvantitatiivinen eli määrällinen tutkimus. Kvantitatiivisen tutkimuksen avulla voidaan selittää, kuvata, kartoittaa, vertailla tai ennustaa asioita (Vilkka, 2007, s. 19–22). Kvantitatiivisessa tutkimuksessa etsitään usein kausaalisuhteita eli syy-seuraus-suhteita aineistosta (Vilkka, 2007, s. 23). Tämän tutkimuksen ollessa poikkileikkaustutkimus, ei kausaalisuhteita voida kuitenkaan tarkastella vaan ainoastaan muuttujien välisiä yhteyksiä.

Kvantitatiivisessa tutkimuksessa tutkittavien määrä on usein suuri, yleensä tutkittavien vähimmäismääränä pidetään 100 henkilöä (Vilkka, 2007, s. 17). Vilkka (2007, s. 57) on todennut, että otoskoon ollessa suuri, yksittäisen vastaajan antamat puutteelliset tiedot vaikuttavat vähemmän tuloksiin, kuin jos otoskoko on pieni, joten suuri otoskoko lisää luotettavuutta pienempään otoskoon verrattuna. Tutkimuksissa tapahtuu katoa eli tietojen puuttumista, joka tulee ottaa huomioon tutkimuksen aineiston keruuta suunniteltaessa (Vilkka, 2007, s. 59). Tässä tutkimuksessa katoa pyrittiin pienentämään toteuttamalla tutkimus koulupäivän aikana, jolloin mahdollisimman monelta oppilaalta saatiin vastaus. Tutkimuksessa käytettiin ryväotantaa, jossa tutkitaan kokonaisia ryhmiä (Vilkka, 2007, s. 55), eli tässä tapauksessa koululuokkia.

Tässä tutkimuksessa tutkimusmenetelminä käytettiin kyselyä ja standardoitua sekä projektissa kehitettyä testiä. Kyselyllä mitattiin lasten matematiikka-ahdistusta. Standardoitua testiä käytettiin yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuden mittaamiseen. Yleisemmin matematiikan taitojen mittaamiseen käytettiin projektissa kehitettyä testiä, joka suunniteltiin Norjan matematiikan opetussuunnitelman pohjalta.

Kun tutkittavia on paljon, kysely toimii tutkimusmenetelmänä hyvin aineistonkeruussa (Hirsjärvi, 2018, s. 195; Vilkka, 2007, s. 28). Hirsjärvi (2018, s. 200) on todennut, että kyselyssä voidaan käyttää esimerkiksi asteikollisia kysymyksiä. Hän on todennut, että asteikollisissa kysymyksissä on väittämiä, joihin liittyen kysytään miten voimakkaasti samaa tai eri mieltä väitteen kanssa vastaaja on. Asteikko voi olla esimerkiksi 5-portainen Likertin asteikko (Hirsjärvi, 2018, s. 200). Tässä tutkimuksessa asteikollisilla kysymyksillä tutkittiin matematiikka-ahdistusta. Kysymyksissä oli kirjallisen määritteen (ei ollenkaan, vähän, hieman,



paljon, hyvin paljon) lisäksi myös kuvat kasvoista, jotka esittivät vastaavia tunnetilojen vaihteluja.

Testi voi olla standardoitu tai kriteeripohjainen (Aunio ym., 2018, s. 248). Tässä tutkimuksessa yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuden mittaamiseen käytetty testi oli standardoitu. Standardoidussa testissä testille on määritetty normit, eli edustavasta otoksesta on määritetty erilaisen osaamisen tasot kyseiselle testille (Aunio ym., 2018, s. 241). Tässä tutkimuksessa Matte-testi oli kriteeripohjainen testi. Tämä tarkoittaa, että testi on muodostettu jonkin kriteeristön mukaan (Aunio ym., 2018, s. 241), tässä tapauksessa Norjan matematiikan opetussuunnitelman mukaan.

#### **5.4 Mittarit**

Matematiikka-ahdistuksesta kerättiin tietoa kyselylomakkeella, jossa oli 5-portaisia Likertin asteikollisia kysymyksiä. Kysely oli nimeltään Achievement Emotions Questionnaire – Elementary School (AEQ-ES) (Pekrun ym., 2007), ja siinä oli kysymyksiä matematiikka-ahdistuksen lisäksi oppimisen ilosta ja tylsyydestä matematiikkaan liittyen. Tätä yksiulotteista mittaria on käytetty useissa tutkimuksissa (Lichtenfeld ym., 2012; Mononen ym., 2021). Tässä tutkimuksessa käytetään kyselystä vain matematiikka-ahdistukseen liittyviä väittämiä. Matematiikka-ahdistukseen liittyviä väittämiä kyselyssä oli 7, esimerkiksi ”Matematiikan kotitehtävät pelottavat niin paljon, etten halua aloittaa niitä.” Matematiikka-ahdistusta mittaava keskiarvosummamuuttuja muodostettiin 7 väittämistä.

Yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuutta kartoitettiin aritmeettisten yhdistelmien testillä (Regnefaktapróven) (Klausen & Reikerås, 2016). Testi on standardoitu Norjassa. Yhteen- ja vähennyslaskujen sujuvuus mitattiin erillisillä osatesteillä, joissa kummassakin oli 45 laskua ja kumpaankin osuuteen oli 2 minuuttia aikaa vastata. Testien lukualue oli 0–20. Yhteenlaskuja olivat esimerkiksi  $7+5$  ja  $14+3$ . Kaikkien yhteenlaskujen summa oli suurempi kuin 10. Vähennyslaskuja olivat esimerkiksi  $12-3$  ja  $15-8$ . Vähennyslaskussa vähennettävä oli kaikissa tehtävissä suurempi kuin 10. Yhteenlaskun sujuvuutta mittaava keskiarvosummamuuttuja muodostettiin 45 yhteenlaskutehtävästä. Vähennyslaskun sujuvuuden keskiarvosummamuuttuja muodostettiin 45 vähennyslaskutehtävästä. Kummassakin osatestissä oikeasta vastauksesta sai 1 pisteen ja väärästä vastauksesta 0 pistettä. Maksimipistemäärä oli siis kummassakin osatestissä 45 pistettä.

Oppilaiden matematiikan osaamista testattiin myös Norjan opetussuunnitelman pohjalta luodulla matematiikan testillä (Matte) (Mononen, 2021). Tässä testissä oli esimerkiksi lukujonotehtäviä, yksikkömuunnoksia, kertolaskuja, murtolukuja sekä yhteen- ja vähennyslaskuja allekkain. Matte-testin summamuuttuja muodostettiin 49 matematiikan tehtävästä. Myös tässä testissä oikeasta vastauksesta sai 1 pisteen ja väärästä vastauksesta 0 pistettä, joten testin maksimipistemäärä oli 49 pistettä.

Summamuuttujien osioista laskettiin reliabiliteetit eli McDonaldin omegan arvot. Matematiikka-ahdistusta mittaavan summamuuttujan McDonaldin omegan arvoksi saatiin .820. Yhteenlaskun sujuvuuden summamuuttujan McDonaldin omegan arvoksi saatiin .961. Vähennyslaskun sujuvuuden summamuuttujan McDonaldin omegan arvoksi saatiin .951. Matte-testin summamuuttujan McDonaldin omegan arvoksi saatiin .909. Matte-testin keskiarvosummamuuttujan kohdalla yksittäisen osion poistaminen kasvattaisi hieman reliabiliteettia, mutta näin korkealla McDonaldin omegan arvolla ei tällä olisi käytännön merkitystä, joten kaikki osiot jätettiin summamuuttujaan. Kaikkien keskiarvosummamuuttujien kohdalla reliabiliteetti on siis hyvin korkea.

## 5.5 Aineiston analyysi

Tutkimuksen aineisto analysoitiin IBM SPSS Statistics 28 -tilasto-ohjelmalla. Osallistujat jaettiin analyysjä varten kahteen ryhmään: niihin, joilla oli matematiikka-ahdistusta ( $n = 21$ ) ja niihin, joilla ei ollut matematiikka-ahdistusta ( $n = 183$ ). Katkaisurajaksi määritettiin 1 keskihajonta, jolloin matematiikka-ahdistuksen summamuuttujan pistemäärä oli 1,7 tai korkeampi niillä, joilla määritettiin olevan matematiikka-ahdistusta. Yhden keskihajonnan verran keskiarvon yläpuolella olevia matematiikka-ahdistusta mittaavan testin pisteitä on käytetty katkaisurajana aikaisemmissa tutkimuksissa (Ashcraft & Moore, 2009). Matematiikka-ahdistusryhmässä matematiikka-ahdistuksen keskiarvosummamuuttujan pisteet vaihtelivat välillä 1,7–4,29. Eli ahdistuksen määrä vaihteli oppilaiden välillä huomattavasti. Joillakin ryhmään valituilla ahdistuksen määrä oli melko vähäinen. Näin nuorilla oppilailla ei kuitenkaan juurikaan ole matematiikka-ahdistusta, joten tutkimukseen otettiin ne oppilaat, joilla sitä oli eniten tässä otoksessa.

Ensin tarkasteltiin muuttujien normaalisuutta. Muuttujista määritettiin keskiarvot, keskihajonnat sekä vinouteen ja huipukkuuteen liittyvät arvot. Tämän jälkeen tutkittiin matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osa-alueiden väliset korrelaatiot Pearsonin

tulomomenttikorrelaatiokerrointa käyttäen. Pearsonin tulomomenttikorrelaatio-kerrointa voidaan käyttää järjestysasteikollisen muuttujan tutkimiseen, esimerkiksi Likertin asteikolla mitattujen muuttujien korrelaation tutkimiseen (Metsämuuronen, 2001, s. 56). Metsämuuronen (2002, s. 43) mukaan Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokertoimen arvo vaihtelee välillä  $-1-1$ . Korrelaation sanotaan olevan erittäin korkea, mikäli sen arvo on  $.80-1.0$ , korkea välillä  $.60-.80$  ja melko korkea välillä  $.40-.60$  (Metsämuuronen, 2002, s. 43).

Korrelaatioiden tutkimisen jälkeen aineistolle tehtiin varianssianalyysi (ANOVA) ja kovarianssianalyysi (ANCOVA). Varianssianalyysillä tutkitaan, onko ryhmien välisissä keskiarvoissa tilastollisesti merkitseviä eroja (Metsämuuronen, 2008, s. 153). Tässä tutkimuksessa vertailtiin matematiikka-ahdistuksen mukaan jaettujen ryhmien matematiikan osaamista. Kovarianssianalyysissä joku muuttuja vakioidaan (Metsämuuronen, 2008, s. 153–154). Tässä tutkimuksessa vakioitiin ikä ja sukupuoli.

Ennen varianssianalyysien tekemistä katsottiin, että varianssianalyysin perusoletukset täyttyivät eli, että havainnot ovat riippumattomia toisistaan, ryhmien populaatiot ovat jakautuneet normaalisti ja ryhmien varianssit ovat yhtä suuret (Metsämuuronen, 2008). Jakauman voidaan katsoa olevan riittävän normaalin, kun vinouden ja huipukkuuden arvojen ja niiden keskivirheen suhteen itseisarvo on korkeintaan 2 (Heikkilä, 2014, s. 101). Ryhmien varianssien katsotaan olevan yhtä suuret, mikäli Levenen testin p-arvo on suurempi kuin 0.05, eli ei merkitsevä (Field, 2018, s. 535).

Muuttujia tarkasteltaessa (ks. tarkemmin luku 6.1) havaittiin, että vähennyslaskun sujuvuus ja Matte-testi eivät olleet aivan normaalisti jakautuneita. Lisäksi matematiikka-ahdistusryhmä oli huomattavasti pienempi kuin ryhmä, jolla ei ollut matematiikka-ahdistusta. Tästä syystä varianssianalyysin rinnalla tehtiin myös ei-parametrinen Mann-Whitneyn U -testi, jota voidaan käyttää pienillä aineistoilla ja sekä järjestys- että välimatka-asteikollisilla muuttujilla (Metsämuuronen, 2001, s. 62). Mann-Whitneyn U -testi ei vaadi jakauman normaalisuutta (Metsämuuronen, 2001, s. 59).

Kovarianssianalyysillä (ANCOVA) tutkitaan ryhmien keskiarvojen eroa, kun selittävien muuttujien arvoja on korjattu kovariaatin tuomalla lisätiedolla (Metsämuuronen, 2008, s. 182). ANCOVAN perusoletuksia ovat: 1) havainnot ovat toisistaan riippumattomia, 2) ryhmien populaatiot ovat normaalisti jakautuneita, 3) ryhmien varianssit ovat yhtä suuria, 4) residuaalit ovat normaalisti jakautuneita, 5) residuaalien hajonta on tasainen, 6) residuaalit ovat toisistaan riippumattomia, 7) kovariaatin ja vastemuuttujan välillä on lineaarinen yhteys, 8) tämä

lineaarinen yhteys on saman suuruinen kaikissa ryhmissä ja 9) ei ole multikollineaarisuutta tai singulaarisuutta (Metsämuuronen, 2008, s. 183–184). Tässä tutkimuksessa tutkittiin matematiikka-ahdistuksen vaikutusta matematiikan osaamiseen, kun vakioitiin taustamuuttujista ikä ja sukupuoli. ANCOVA-testit tehtiin jokaiselle matematiikan osaamisen testille (yhteenlaskun sujuvuus, vähennyslaskun sujuvuus ja Matte) erikseen.

## 6 Tulokset

Tässä luvussa kerrotaan tutkimuksen tulokset. Ensin luvussa kuvataan käytetyt muuttujat. Tämän jälkeen kuvataan korrelaatioanalyysin sekä varianssi- ja kovarianssianalyysin tulokset.

Varianssi- ja kovarianssianalyyseissä tarkasteltiin kahta ryhmää: niitä, joilla on matematiikka-ahdistus ( $n = 21$ ) ja niitä, joilla ei ole matematiikka-ahdistusta ( $n = 183$ ). Ryhmät erosivat huomattavasti kooltaan. Tässä ikäluokassa matematiikka-ahdistusta ei kuitenkaan ole kovinkaan paljoa (ks. taulukko 1), joten se selittää matematiikka-ahdistusryhmän pienen koon.

### 6.1 Muuttujien tarkastelu

Kuvailevat tiedot muuttujista ovat taulukossa 1. Matematiikka-ahdistusmuuttujan vaihteluväli tässä aineistossa oli 1–4,29. Yhteenlaskun sujuvuuden vaihteluväli tässä aineistossa oli 1–45. Vähennyslaskun sujuvuuden vaihteluväli tässä aineistossa oli 1–44 eli kukaan tutkittavista ei saanut kaikkia laskuja oikein. Matte-testin osalta vaihteluväli tässä aineistossa oli 5–48. Matematiikan osaamisen testeistä yhteenlaskun sujuvuus oli melko normaalisti jakautunut. Vähennyslaskun sujuvuus oli hieman vino. Osaaminen oli vähennyslaskussa heikompaa kuin yhteenlaskussa. Matte-testissä ilmeni kattoefektiä, mikä tarkoittaa sitä, että suurin osa oppilaista osasi asiat hyvin. Jakauma oli myös Matte-testissä vino. Matte-testin tulokset selittyvät sillä, että lähes kaikki testissä arvioidut asiat oli jo opiskeltu, sillä testi tehtiin toukokuussa. Tällöin on odotettavaa, että suuri osa oppilaista saa testistä hyvät tulokset. Hajontaa osaamisessa kuitenkin ilmeni verrattain paljon.

**Taulukko 1. Muuttujien kuvailevat tiedot**

	<i>ka</i>	<i>kh</i>	vinous	huipukkuus	vaihteluväli aineistossa	McDonaldin omega
Matematiikka-ahdistus	1.23	0.47	3.36	13.82	1–4,29	.820
Yhteenlaskun sujuvuus	21.21	10.02	0.38	-0.18	1–45	.961
Vähennyslaskun sujuvuus	15.31	7.79	0.83	1.19	1–44	.951
Matte	34.72	9.11	-0.99	0.75	5–48	.909

Tämän tutkimuksen tapauksessa havainnot olivat toisistaan riippumattomia ja ryhmien varianssit olivat yhtä suuret. Muuttujat eivät olleet jakautuneet aivan normaalijakauman mukaisesti. Matematiikan taitoja mittaavien testien osalta jakaumat olivat lähes normaaleja. Matematiikka-ahdistuksen korkeaa huipukkuutta selittää se, että suurin osa tutkittavista ei kokenut matematiikka-ahdistusta.

## 6.2 Muuttujien väliset korrelaatiot

Matematiikka-ahdistuksen, yhteenlaskun sujuvuuden, vähennyslaskun sujuvuuden sekä Matte-testin muuttujien väliset korrelaatiot on kuvattu taulukossa 2. Matematiikka-ahdistus oli tilastollisesti merkitsevästi negatiivisesti yhteydessä kaikkiin matematiikan osaamista kartoittavien testien tuloksiin. Yhteys oli kuitenkin melko heikko (Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokertoimet [ $r$ ] vaihtelivat välillä  $-.208$  ja  $-.230$ ). Yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuden välinen korrelaatio oli positiivinen, korkea ja tilastollisesti merkitsevä ( $r = .800$ ). Matte-testin yhteys yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuden kanssa oli melko korkea ja tilastollisesti merkitsevä ( $r = .600$  ja  $r = .555$  vastaavasti).

**Taulukko 2. Muuttujien väliset korrelaatiot**

	1.	2.	3.	4.
1. Matematiikka-ahdistus	--			
2. Yhteenlaskun sujuvuus	$-.208^{**}$	--		
3. Vähennyslaskun sujuvuus	$-.220^{**}$	$.800^{**}$	--	
4. Matte	$-.230^{**}$	$.600^{**}$	$.555^{**}$	--

$^{**}p < 0.01$

## 6.3 Ryhmien väliset erot matematiikan osaamisessa

Havainnot olivat toisistaan riippumattomia ja muuttujat olivat riittävän normaalisia. Levenen testi osoitti, että varianssit eivät eronneet toisistaan yhteenlaskun sujuvuudessa ( $F[1,203] = 2.329, p = .129$ ), vähennyslaskun sujuvuudessa ( $F[1,203] = 2.626, p = .107$ ) eikä Matte-testissä ( $F[1,203] = .067, p = .796$ ). Varianssianalyysin perusoletukset täyttyivät siis tarpeeksi hyvin, jotta varianssianalyysi voitiin toteuttaa. Koska ryhmien välillä oli suuri kokoero ja matematiikka-ahdistusryhmä oli hyvin pieni, tehtiin aineistolle myös ei-parametrinen Mann-

Whitneyn U -testi. Tämän testin tulokset olivat samansuuntaiset kuin varianssianalyysin, joten tässä raportoidaan vain varianssianalyysin tulokset. Mann-Whitneyn U -testin tulokset ovat liitteessä 1.

Varianssianalyysin tulokset ovat taulukossa 3. Ryhmien välillä oli eroa yhteenlaskun sujuvuudessa ( $F[1,203] = 9.068, p = .003, \eta^2 = .043$ ), vähennyslaskun sujuvuudessa ( $F[1,203] = 10.204, p = .002, \eta^2 = .048$ ) ja Matte-testissä ( $F[1,203] = 8.939, p = .003, \eta^2 = .042$ ). Ryhmien välillä oli siis merkitsevä ero kaikissa mitatuissa matematiikan taidoissa. Matematiikka-ahdistusryhmän tulos oli kaikissa mitatuissa taidoissa heikompi kuin ryhmän, jolla ei ole matematiikka-ahdistusta. Matematiikka-ahdistusryhmittely kuitenkin selitti vain 4,2–4,8 % vaihtelusta matematiikan osaamisessa.

**Taulukko 3. Ryhmien väliset erot (ANOVA) eri matematiikan testeissä**

	Ei matematiikka-ahdistusta $n = 183$		Matematiikka-ahdistus $n = 21$		$F$	$p$	$\eta^2$
	$ka$	$kh$	$ka$	$kh$			
Yhteenlaskun sujuvuus	21.91	10.10	15.10	6.91	9.068	.003	.043
Vähennyslaskun sujuvuus	15.89	7.84	10.29	5.19	10.204	.002	.048
Matte	35.35	8.99	29.19	8.50	8.939	.003	.042

Seuraavaksi tehtiin kovarianssianalyysi, jotta voitiin tarkastella ryhmien välisiä eroja, kun ikä ja sukupuoli kontrolloitiin. Kovarianssianalyysillä on samat perusoletukset kuin varianssianalyysillä ja nämä oletukset täyttyivät. Näiden lisäksi kovarianssianalyysillä on oletuksia esimerkiksi korrelaatioihin ja residuaaleihin liittyen. Kontrolloitavat muuttujat olivat lineaarisessa yhteydessä selitettävään muuttujaan. Kontrolloitavien muuttujien välillä ei ollut multikollineaarisuutta, eli voimakkaita korrelaatioita eikä singulaarisuutta eli muuttujat eivät ole muodostuneet toisten muuttujien yhdistelmästä. Residuaalit olivat kohtuullisen homoskedastisia eli niiden hajonta on kohtuullisen tasainen. Residuaalit olivat riippumattomia ja riittävän normaalisia. Kovarianssianalyysi voitiin siis suorittaa.

Kontrollimuuttujien vaikutus matematiikan osaamisen muuttujiin on esitetty taulukossa 4. Iällä ja sukupuolella ei ollut tilastollisesti merkitsevää yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuteen eikä Matte-testiin. Kovarianssianalyysin tulokset on esitetty taulukossa 5.

Ryhmien välinen ero säilyi yhteenlaskun sujuvuudessa ( $F[1,180] = 6.268, p = .013, \eta^2 = .034$ ), vähennyslaskun sujuvuudessa ( $F[1,180] = 10.616, p = .001, \eta^2 = .056$ ) ja Matte-testissä ( $F[1,180] = 6.779, p = .010, \eta^2 = .036$ ), kun kontrolloitiin ikä ja sukupuoli. Matematiikka-ahdistusryhmittelyn selitysaste laski hieman yhteenlaskun sujuvuudessa ja Matte-testin osaamisessa, mutta nousi hieman vähennyslaskun sujuvuudessa. Matematiikka-ahdistusryhmittely selitti 3,4–5,6 % vaihtelusta matematiikan osaamisessa, kun ikä ja sukupuoli kontrolloitiin. Matematiikka-ahdistusryhmä suoriutui kaikissa matematiikan osaamista mittaavissa testeissä heikommin kuin ryhmä, jolla ei ollut matematiikka-ahdistusta, kun ikä ja sukupuoli kontrolloitiin.

**Taulukko 4. Kontrollimuuttujien vaikutus**

	Yhteenlaskun sujuvuus <i>n</i> = 184			Vähennyslaskun sujuvuus <i>n</i> = 184			Matte <i>n</i> = 184		
	<i>F</i>	<i>p</i>	$\eta^2$	<i>F</i>	<i>p</i>	$\eta^2$	<i>F</i>	<i>p</i>	$\eta^2$
Ikä	2.245	.136	.012	1.827	.178	.010	.028	.868	.000
Sukupuoli	.094	.760	.001	.937	.334	.005	.555	.457	.003

**Taulukko 5. Ryhmien väliset erot eri matematiikan testeissä, kun ikä ja sukupuoli on kontrolloitu (ANCOVA)**

	Ei matematiikka-ahdistusta <i>n</i> = 167		Matematiikka-ahdistus <i>n</i> = 17		<i>F</i>	<i>p</i>	$\eta^2$
	<i>mukautettu ka</i>	<i>kv</i>	<i>mukautettu ka</i>	<i>kv</i>			
Yhteenlaskun sujuvuus	21.76	0.76	15.52	2.37	6.27	.013	.034
Vähennyslaskun sujuvuus	16.02	0.60	9.62	1.87	10.62	.001	.056
Matte	35.34	0.69	29.40	2.17	6.78	.010	.036

#### 6.4 Tulosten yhteenveto

Matematiikka-ahdistus ja matematiikan osaaminen olivat negatiivisesti yhteydessä toisiinsa. Tämä tarkoitti sitä, että matematiikka-ahdistuksen mukaan jaotelluissa ryhmissä ero matematiikan osaamisessa oli tilastollisesti merkitsevä kaikkien mitattujen matematiikan



taitojen osalta. Ne, joilla oli matematiikka-ahdistusta, suoriutuivat matematiikan tehtävistä heikommin kuin ne, joilla ei ollut matematiikka-ahdistusta. Tämä ero säilyi, kun kontrolloitiin ikä ja sukupuoli. Ikä ja sukupuoli eivät selittäneet matematiikan osaamisessa ilmenevää vaihtelua.

## 7 Pohdinta

Tämän tutkielman tavoitteena oli tutkia matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välistä yhteyttä. Tutkimuskysymyksenä oli: Millaista matematiikan osaaminen on oppilailla, jotka kokevat matematiikka-ahdistusta verrattuna oppilaisiin, joilla ei ole matematiikka-ahdistusta, kun sukupuoli ja ikä kontrolloidaan? Tutkimuksen kohderyhmänä olivat norjalaiset 3.-luokkalaiset oppilaat. Tutkimus toteutettiin kvantitatiivisena tutkimuksena, oppilaat tekivät kaksi matematiikan osaamista kartoittavaa testiä ja matematiikka-ahdistusta mittaavan kyselyn. Tutkimuksen pääanalyysit olivat varianssianalyysi (ANOVA) ja kovarianssianalyysi (ANCOVA).

Matematiikka-ahdistusta oli tutkimukseen valikoituneilla oppilailla hyvin vähän. Tämä on linjassa aiempien tutkimusten kanssa, sillä nuorilla oppilailla on tutkimusten mukaan hyvin vähän matematiikka-ahdistusta (Mononen ym., 2021) ja ahdistuksen määrä lisääntyy yleensä iän myötä (Arslan, 2020; Birgin ym., 2010). Kuitenkin matematiikka-ahdistusta ilmeni jo tässä ikäryhmässä, mikä on todettu myös aiemmissa tutkimuksissa (Sorvo ym., 2017). Mikäli matematiikka-ahdistus johtuisi heikoista taidoista matematiikassa, voisi vähäinen ahdistuksen määrä nuorilla oppilailla johtua siitä, että he eivät vielä ole kohdanneet kovin vaikeita matematiikan sisältöjä eivätkä näin ollen vielä ole huomanneet heikkoutta matematiikan osaamisessaan. Toisaalta nuorilla oppilailla oman ahdistuksen arviointi voi olla heikompaa kuin vanhemmilla oppilailla, eli oppilaat eivät välttämättä tunnista ahdistustaan yhtä hyvin kuin vanhemmat oppilaat eivätkä pysty arvioimaan sitä yhtä luotettavasti.

Matematiikka-ahdistusryhmällä osaaminen oli merkitsevästi heikompaa kaikissa mitatuissa matematiikan taidoissa kuin ryhmällä, jolla ei ollut matematiikka-ahdistusta. Iän ja sukupuolen kontrollointi ei muuttanut tätä tulosta. Aiemmissä tutkimuksissa on saatu samansuuntaisia tuloksia matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välisestä yhteydestä (Devine ym., 2012; Lai ym., 2015; Lauer ym., 2018; Sorvo ym., 2017). Matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan osaamisen välillä on todettu yhteys jo pienillä oppilailla (Wu ym., 2012). Wun ja kollegoiden (2012) tutkimuksessa matematiikka-ahdistus oli kuitenkin vain heikosti yhteydessä peruslaskutaitoon ja vahvasti yhteydessä matemaattiseen päättelyyn. Eli heidän tutkimuksessaan matematiikka-ahdistus oli yhteydessä lähinnä haastavien matematiikan tehtävien osaamiseen, kuten sanallisten tehtävien osaamiseen. Toisaalta pienillä oppilailla matematiikka-ahdistuksen on myös todettu olevan yhteydessä perustaitoihin matematiikassa, kuten laskemisen taitoihin ja lukujonojen luettelemisen taitoihin (Harari ym., 2013).

Matematiikan kumulatiivisen luonteen vuoksi nämä taidot ovat perustana myös aritmeettisten taitojen osaamiselle, joten voisi olettaa, että ahdistus näitä taitoja vaativissa tehtävissä näkyisi myös aritmeettisissä tehtävissä.

Matematiikka-ahdistuksen todettiin olevan tässä tutkimuksessa yhteydessä heikkoihin aritmeettisiin perustaitoihin eli yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuteen. Korrelaatio oli tilastollisesti merkitsevä, mutta kuitenkin varsin heikko. Yhteys matematiikka-ahdistuksen ja aritmeettisten taitojen välillä on linjassa aiempien tutkimusten tulosten kanssa, esimerkiksi Sorvo ja kollegat (2017) ovat saaneet samansuuntaisia tuloksia. Tässä tutkimuksessa käytetyt testit olivat aikasidonnaisia testejä (yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuus), joten näissä testeissä myös yleisempi vastausnopeus ja taitojen automatisoituminen ovat yhteydessä suoriutumiseen testissä. Eli mitä automatisoidumpaa laskeminen on lukualueella 0–20, sitä enemmän oppilas ehtii ratkaista laskuja annetussa ajassa. Myös ratkaisustrategiat ovat yhteydessä suoriutumiseen näissä testeissä. Mikäli oppilas laskee luetellen lukuja esimerkiksi aloittaen aina luvusta 1, on laskeminen hyvin hidasta ja virhealtista. Yhteenlaskussa suuremmasta luvusta laskemisen aloittaminen on jo tehokkaampi strategia. Näissä tehtävissä aikapaine voi myös liittyä tehtävästä suoriutumiseen. On havaittu, että henkilöt, joilla oli korkea matematiikka-ahdistus, tekivät enemmän virheitä kuin henkilöt, joilla ei ollut matematiikka-ahdistusta, kun tehtävässä oli aikapaine (Hunt & Sandhu, 2017). Aikapaine näissä tehtävissä voi siis myös aiheuttaa heikkoa suoriutumista erityisesti niillä, joilla on matematiikka-ahdistusta.

Matematiikka-ahdistus oli yhteydessä heikkoihin taitoihin myös muilla matematiikan osa-alueilla (Matte-testi). Matte-testissä mitattiin esimerkiksi lukujonotaitoja sekä mittayksikkömuunnoksien, kertolaskujen ja murtolukujen osaamista. Matematiikka-ahdistuksen on todettu olevan yhteydessä nuorilla oppilailta muun muassa lukujonotaitoihin (Harari ym., 2013). Matematiikka-ahdistuksen on todettu olevan yhteydessä myös murtolukujen osaamiseen (Starling-Alves ym., 2022). Yhteys matematiikka-ahdistuksen ja matte-testin tuloksen välillä oli siis myös linjassa aikaisempien tutkimusten kanssa.

Matematiikka-ahdistus kuitenkin selitti vain alle 5 % matematiikan osaamisen vaihtelusta, joten ahdistuksen lisäksi on muitakin selittäviä tekijöitä. Näitä muita selittäviä tekijöitä voisivat olla esimerkiksi aikaisempi matematiikan osaaminen (Lepola & Hannula-Sormunen, 2019) ja motivaatio matematiikkaa kohtaan (Pollack ym., 2021) sekä erilaiset kognitiiviset tekijät, kuten työmuisti (Aragón ym., 2021; Monette ym., 2011), toiminnanohjaus (Clark ym., 2010; Gashaj ym., 2019) ja spatiaaliset taidot (Cornu ym., 2018; Möhring ym., 2021).

Oppilaat suoriutuivat matematiikan testeistä melko hyvin. Matte-testi vaikutti olevan tutkittaville helppo. Tutkimus toteutettiin toukokuussa, joten lähes kaikki opiskeltavat asiat oli jo ehditty opiskella, joten oli hyvin luonnollista, että opetussuunnitelman pohjalta suunnitellussa testissä saatiin hyviä tuloksia. Oppilaiden laskemisen sujuvuudessa ilmeni paljon vaihtelua. Yhteenlaskun ja vähennyslaskun sujuvuuden testit on suunniteltu sellaisiksi, että niitä voi tehdä eri ikäisille. Näin nuorien oppilaiden ei edes oleteta ehtivän laskea kaikkia laskuja kahdessa minuutissa. Näissä laskemisen sujuvuutta mittaavissa testeissä on paljon tehtäviä, jotta niitä voidaan käyttää myös ylempillä luokilla.

Tämän tutkimuksen puitteissa ei voida päätellä, kumpaan suuntaan havaittu yhteys on matematiikka-ahdistuksen ja matematiikan taitojen välillä. Tämän selvittämiseksi pitäisi tehdä pitkittäistutkimus, jossa olisi mitattu sekä matematiikka-ahdistus että matematiikan osaaminen vähintään kahtena ajankohtana.

#### *Tutkimuksen luotettavuus ja eettisyys*

Aineiston keruussa käytettiin lähinnä jo valmiita kyselyjä ja testejä (AEQ-ES, Regnefaktaprøven) sekä yhtä tätä tutkimusprojektia varten luotua testiä (Matte). Valmiiden testien käyttö parantaa tutkimuksen luotettavuutta, sillä testit on testattu ja niiden on todettu mittaavan sitä, mitä on tarkoitettu mitattavaksi. Uusi testi luotiin Norjan matematiikan opetussuunnitelman pohjalta mittaamaan oppilaiden osaamista matematiikan eri osa-alueilla, sillä vastaavaa testiä ei ollut saatavilla tutkimuksen toteuttamisen aikaan. Matematiikka-ahdistusta mittaava kysely on testattu aikaisemmin (Mononen ym., 2021; Pekrun ym., 2007). Matematiikka-ahdistusta mittaavassa kyselyssä oli sanallisten vaihtoehtojen lisäksi kuvat, joka auttavat nuoria oppilaita hahmottamaan eri vaihtoehtojen pieniä eroja. Näin nuorilla oppilailta voi olla vaikeuksia arvioida matematiikka-ahdistustaan totuudenmukaisesti. Kuvat lisäävät kyselyn luotettavuutta, kun tutkittavilla on tekstin tukena tekstin ilmaisemaa tunnetta kuvaava kuva. Lisäksi matematiikka-ahdistusta mittaavat väittämät ja Matte-testin ohjeet luettiin oppilaille, jotta pystyttiin huomioimaan oppilaiden kehittymässä oleva lukutaito. Näin huomioitiin hitaat lukijat.

Testien ja kyselyn pohjalta muodostettiin summamuuttujia: matematiikka-ahdistus, yhteenlaskun sujuvuus, vähennyslaskun sujuvuus ja Matte-testi. Summamuuttujien osioista laskettiin reliabiliteetit, eli McDonaldin omegan arvot. McDonaldin omegan tulisi olla vähintään .70, jotta keskiarvosummamuuttujan reliabiliteetti olisi hyvä (Hayes & Coutts, 2020). Matematiikka-ahdistusta mittaavan summamuuttujan reliabiliteetti oli .820 ja kaikkien

matematiikan osaamista mittaavien summamuuttujien reliabiliteetit olivat yli .909, joten reliabiliteetit olivat hyvin korkeat. Näin ollen summamuuttujien osiot mittasivat samaa asiaa.

Aineiston keräyksen toteuttivat projektiin koulutetut tutkimusavustajat. Testien ja kyselylomakkeen ohjeistus annettiin samalla tavalla eri ryhmille ja testit tehtiin samassa järjestyksessä. Tutkimuksen aineiston syöttö tarkistettiin mahdollisten virheiden varalta. Tutkimusavustajat syöttivät keräämänsä tiedot aineistojen matriiseihin ja projektin tutkija syötti kolmen oppilaan tiedot kultakin luokalta uudelleen. Näitä verrattiin toisiinsa virheiden löytämiseksi. Virheitä ilmeni erittäin vähän tietojen syöttämisessä ja löytyneet virheet korjattiin lopullisiin matriiseihin.

Tutkimuksen otos oli riittävän suuri, jotta tulosten voidaan todeta olevan yleistettävissä. Kuitenkin otos oli hieman vääristynyt, sillä tutkittavat olivat vain yhdeltä paikkakunnalta, jolloin voidaan ajatella, että otos ei välttämättä kuvaa kattavasti kolmasluokkalaisten matematiikan osaamista ja matematiikka-ahdistusta koko Norjan tasolla. Tulokset eivät siis ole täysin yleistettävissä koko Norjan kolmasluokkalaisiin.

Tyypin 1 virheellä tarkoitetaan tilannetta, jossa nollihypoteesi hylätään, vaikka se on totta (Hair ym., 2014, s. 9). Tässä tutkimuksessa valittiin .05 merkitsevyystaso, jolloin on 5 %:n todennäköisyys sille, että tehdään tyypin 1 virhe. Tyypin 2 virheellä tarkoitetaan sitä, että nollihypoteesia ei hylätä, vaikka se pitäisi hylätä (Hair ym., 2014, s. 9). Hairin ja kollegoiden (2014, s. 9) mukaan Tyypin 1 ja tyypin 2 virheet ovat suhteessa toisiinsa. Kun pienennetään tyypin 1 virhettä, tyypin 2 virheen todennäköisyys kasvaa (Hair ym., 2014, s. 9). Sama toimii myös toisinpäin. Korrelaatiotarkastelussa sekä varianssi- ja kovarianssianalyyseissä on siis tässä tutkimuksessa 5 %:n mahdollisuus, että nollihypoteesi hylätään, vaikka se olisi totta.

Muuttujien jakaumat eivät olleet aivan normaalisti jakautuneita, mikä voisi aiheuttaa virhettä aineiston analyysivaiheessa. Siksi tässä tutkimuksessa tehtiin myös Mann-Whitneyn U -testi, joka ei vaadi muuttujien jakaumien normalisuutta. Tämän testin tulokset olivat samanlaiset kuin varianssianalyysin, jolloin varianssianalyysin tuloksia voidaan pitää luotettavina.

Tutkimuseettinen neuvottelukunta (2013) on ohjeistanut tutkimuksen tekemisen eettisyyttä siten, että tutkimuksen tekemisessä tulee huolehtia eettisyydestä aineistonkeräämisessä ja käsittelyssä sekä raportoinnissa. Lisäksi tulee hankkia tarvittavat tutkimusluvut (Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2013). Tässä tutkimuksessa oppilaiden osallistumiseen tutkimukseen oli kysytty lupa huoltajilta. Myös opettajilta pyydettiin lupa tutkimukseen

osallistumiseen. Lisäksi projektille saatiin lupa Norjan eettiseltä tutkimustoimikunnalta. Tutkittavilla oli mahdollisuus vetäytyä tutkimuksesta halutessaan ja tällöin heihin liittyvät tiedot poistettiin. Tutkimukseen osallistuminen oli siis vapaaehtoista. Aineistoa säilytettiin asianmukaisesti niin, että vain tutkijalla oli siihen pääsy. Tutkittavien anonymiteetti säilyi koko tutkimuksen ajan, eikä yksittäistä tutkittavaa pysty tunnistamaan tutkimuksen raportoinnista. Aineisto ja sen analyysi on pyritty kuvaamaan mahdollisimman kattavasti ja avoimesti, jotta sen luotettavuutta voidaan arvioida ja tutkimus olisi mahdollista toistaa.

## 8 Johtopäätökset

Tämän tutkielman perusteella matematiikka-ahdistus on yhteydessä heikkoon matematiikan osaamiseen yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuudessa sekä muissa kolmannen luokan matematiikan sisällöissä. Ne oppilaat, jotka kokivat matematiikka-ahdistusta, suoriutuivat heikommin kaikissa mitatuissa matematiikan taidoissa kuin ne oppilaat, jotka eivät kokeneet matematiikka-ahdistusta. Tämä tutkielma vastasi tutkimuskentällä ilmenneeseen aukkoon juuri alakouluikäisten oppilaiden matematiikka-ahdistukseen ja matematiikan osaamiseen liittyen.

Perusopetuksessa tulisi kiinnittää jo varhaisessa vaiheessa huomiota oppilaiden matematiikan osaamiseen sekä matematiikka-ahdistukseen. Matematiikka-ahdistuksen on todettu heikentävän matematiikan osaamista, joten olisi tärkeää, että matematiikka-ahdistukseen puututtaisiin mahdollisimman varhaisessa vaiheessa. Myös heikko matematiikan osaaminen näyttäisi tutkimusten perusteella voivan olla matematiikka-ahdistuksen taustalla, joten matemaattisilta perustaidoiltaan heikkojen oppilaiden oppimisen tukeminen on tärkeää matematiikka-ahdistuksen vähentämiseksi. Onkin siis tärkeää kartoittaa oppilaiden matematiikan taitoja koulun alussa sekä tarpeeksi usein koulupolulla, jotta voidaan löytää oppilaat, joilla on heikkouksia matemaattisissa taidoissa. Kartoitusten avulla löydettyjen oppilaiden, joilla on heikot matemaattiset taidot, tulisi saada kohdennettua tukea, jotta he voisivat saada tarvittavat perustaidot seuraavien opittavien asioiden omaksumista varten. Oppilaiden tulisi saada tarvittaessa opetusta aiempien vuosiluokkien sisällöistä, mikäli nämä sisällöt on heikosti omaksuttu, jotta myöhemmät sisällöt voitaisiin oppia.

Tutkimusta voisi jatkaa tämän aiheen parissa esimerkiksi tutkimalla nuorten oppilaiden matematiikka-ahdistuksen pysyvyyttä. Eli matematiikka-ahdistusta voisi tutkia lisää pitkittäistutkimuksena erityisesti nuorten oppilaiden kohdalla, sillä heidän matematiikka-ahdistuksestaan on vähemmän tietoa kuin aikuisten tai hieman vanhempien oppilaiden matematiikka-ahdistuksesta. Pitkittäistutkimuksen avulla saataisiin myös lisää tietoa siitä, vaikuttaako matematiikka-ahdistus matematiikan osaamiseen, vai onko vaikutus toiseen suuntaan tai vastavuoroinen. Myös matematiikka-ahdistuksen ja muiden matematiikan osa-alueiden kuin yhteen- ja vähennyslaskun yhteyttä voisi tutkia, esimerkiksi geometrian osaamisen ja matematiikka-ahdistuksen välistä yhteyttä.

Lisäksi voisi tutkia, löytyykö matematiikka-ahdistuksen taustalta ennustavia tekijöitä. Näiden tekijöiden löytäminen olisi merkityksellistä, jotta matematiikka-ahdistusta voitaisiin ehkäistä

ennalta puuttamalla jo varhaisessa vaiheessa tällaisiin tekijöihin. Tämän lisäksi olisi tärkeää löytää keinoja matematiikka-ahdistuksen vähentämiseen oppilailla. Nuorilla on tutkittu matematiikka-ahdistuksen vähentämiseen esimerkiksi vertaismentorointia (Cropp, 2017) ja matematiikkaan liittyvää vapaata kirjoittamista (Hines ym., 2016). Näitä voisi tutkia myös nuoremmilla oppilailla, eli kuinka nuorille oppilaille tällaisista keinoista voisi olla hyötyä. Matematiikka-ahdistuksen on osoitettu olevan negatiivisesti yhteydessä matematiikan osaamiseen, joten olisi tärkeää löytää keinoja, joilla matematiikka-ahdistusta voisi vähentää ja mahdollistaa näin oppilaille tehokkaampaa matematiikan oppimista.



## Lähteet

- Aragón, E., Cerda, G., Aguilar, M., Mera, C., & Navarro, J. I. (2021). Modulation of general and specific cognitive precursors to early mathematical competencies in preschool children. *European Journal of Psychology of Education*, 36(2), 405–422. <https://doi.org/10.1007/s10212-020-00483-4>
- Arslan, Ç. (2020). Examining the Relationship Between 5-8th Grade Students' Test Anxiety and Mathematics Anxiety. *Acta Didactica Napocensia*, 13(1), 127–137. <https://doi.org/10.24193/adn.13.1.12>
- Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 197–205. <https://doi.org/10.1177/0734282908330580>
- Aunio, P., Hautamäki, J., & Mononen, R. (2018). Matematiikan oppimisen ja oppimisvaikeuksien pedagoginen arviointi. Teoksessa J. Joutsenlahti, H. Silfverberg, & P. Räsänen (Toim.), *Matematiikan opetus ja oppiminen* (s. 240–256). Bookwell Oy.
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 24(5), 684–704. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2014.996424>
- Baroody, A. J., & Gannon, K. E. (1984). The Development of the Commutativity Principle and Economical Addition Strategies. *Cognition and Instruction*, 1(3), 321–339.
- Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2021). A Meta-Analysis of the Relation Between Math Anxiety and Math Achievement. *Psychological Bulletin*, 147(2), 134–168. <https://doi.org/10.1037/bul0000307.supp>
- Birgin, O., Baloğlu, M., Çatlıoğlu Hakan, H., & Gürbüz, R. (2010). An investigation of mathematics anxiety among sixth through eighth grade students in Turkey. *Learning and Individual Differences*, 20(6), 654–658. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2010.04.006>
- Cañizares, D. C., Pérez, N. E., & Marrero, O. P. (2011). Typical Development of Quantity Comparison in School-Aged Children. *The Spanish Journal of Psychology*, 14(1), 50–61. [https://doi.org/10.5209/rev\\_sjop.2011.v14.n1.4](https://doi.org/10.5209/rev_sjop.2011.v14.n1.4)
- Cargnelutti, E., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2017). How is anxiety related to math performance in young students? A longitudinal study of Grade 2 to Grade 3 children. *Cognition and Emotion*, 31(4), 755–764. <https://doi.org/10.1080/02699931.2016.1147421>

- Clark, C. A. C., Pritchard, V. E., & Woodward, L. J. (2010). Preschool Executive Functioning Abilities Predict Early Mathematics Achievement. *Developmental Psychology*, 46(5), 1176–1191. <https://doi.org/10.1037/a0019672>
- Cornu, V., Schiltz, C., Martin, R., & Hornung, C. (2018). Visuo-spatial abilities are key for young children's verbal number skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 166, 604–620. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.09.006>
- Cropp, I. (2017). Using peer mentoring to reduce mathematical anxiety. *Research Papers in Education*, 32(4), 481–500. <https://doi.org/10.1080/02671522.2017.1318808>
- Devine, A., Fawcett, K., Szűcs, D., & Dowker, A. (2012). Gender differences in mathematics anxiety and the relation to mathematics performance while controlling for test anxiety. *Behavioral and Brain Functions*, 8. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-8-33>
- Devine, A., Hill, F., Carey, E., & Szűcs, D. (2018). Cognitive and Emotional Math Problems Largely Dissociate: Prevalence of Developmental Dyscalculia and Mathematics Anxiety. *Journal of Educational Psychology*, 110(3), 431–444. <https://doi.org/10.1037/edu0000222.supp>
- Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: What have we learned in 60 years? *Frontiers in Psychology*, 7. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508>
- Erturan, S., & Jansen, B. (2015). An investigation of boys' and girls' emotional experience of math, their math performance, and the relation between these variables. *European Journal of Psychology of Education*, 30(4), 421–435. <https://doi.org/10.1007/s10212-015-0248-7>
- Field, A. (2018). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (5th edition). SAGE.
- Funderud, T., Mononen, R., Radišić, J., & Laine, A. (2019). A comparative study of variations in arithmetic fluency between Norwegian and Finnish third graders. *European Journal of Special Needs Education*, 34(5), 572–585. <https://doi.org/10.1080/08856257.2018.1560618>
- Gashaj, V., Oberer, N., Mast, F. W., & Roebbers, C. M. (2019). Individual differences in basic numerical skills: The role of executive functions and motor skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 182, 187–195. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.01.021>
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., Chu, F., Scofield, J. E., & Hibbard, D. F. (2019). Sex Differences in Mathematics Anxiety and Attitudes: Concurrent and Longitudinal Relations to Mathematical Competence. *Journal of Educational Psychology*, 111(8), 1447–1461. <https://doi.org/10.1037/edu0000355>

- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The Child's Understanding of Number*. Harvard University Press.
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., & Anderson, R. E. (2014). *Multivariate Data Analysis: Vol. 7. painos*. Pearson.
- Hakkarainen, A. M., Holopainen, L. K., & Savolainen, H. K. (2016). The impact of learning difficulties and socioemotional and behavioural problems on transition to postsecondary education or work life in Finland: a five-year follow-up study. *European Journal of Special Needs Education, 31*(2), 171–186. <https://doi.org/10.1080/08856257.2015.1125688>
- Harari, R. R., Vukovic, R. K., & Bailey, S. P. (2013). Mathematics anxiety in young children: An exploratory study. *The Journal of Experimental Education, 81*(4), 538–555. <https://doi.org/10.1080/00220973.2012.727888>
- Hawes, Z., Nosworthy, N., Archibald, L., & Ansari, D. (2019). Kindergarten children's symbolic number comparison skills predict 1st grade mathematics achievement: Evidence from a two-minute paper-and-pencil test. *Learning and Instruction, 59*, 21–33. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2018.09.004>
- Hayes, A. F., & Coutts, J. J. (2020). Use Omega Rather than Cronbach's Alpha for Estimating Reliability. But.... *Communication Methods and Measures, 14*(1), 1–24. <https://doi.org/10.1080/19312458.2020.1718629>
- Heikkilä, T. (2014). *Tilastollinen tutkimus*. Edita.
- Hill, F., Mammarella, I. C., Devine, A., Caviola, S., Passolunghi, M. C., & Szűcs, D. (2016). Maths anxiety in primary and secondary school students: Gender differences, developmental changes and anxiety specificity. *Learning and Individual Differences, 48*, 45–53. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.02.006>
- Hines, C. L., Brown, N. W., & Myran, S. (2016). The Effects of Expressive Writing on General and Mathematics Anxiety for a Sample of High School Students. *Education, 137*(1), 39–45.
- Hirsjärvi, S. (2009). Tutkimustyyppit ja aineistonkeruun perusmenetelmät. Teoksessa S. Hirsjärvi, P. Remes, & P. Sajavaara (Toim.), *Tutki ja kirjoita* (s. 191–220). Bookwell Oy.
- Holm, M. E., Hannula, M. S., & Björn, P. M. (2017). Mathematics-related emotions among Finnish adolescents across different performance levels. *Educational Psychology, 37*(2), 205–218. <https://doi.org/10.1080/01443410.2016.1152354>
- Hunt, T. E., & Sandhu, K. K. (2017). Endogenous and exogenous time pressure: Interactions with mathematics anxiety in explaining arithmetic performance. *International Journal of Educational Research, 82*, 91–98. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2017.01.005>

- Hutchison, J. E., Ansari, D., Zheng, S., De Jesus, S., & Lyons, I. M. (2020). The relation between subitizable symbolic and non-symbolic number processing over the kindergarten school year. *Developmental Science*, *23*(2). <https://doi.org/10.1111/desc.12884>
- Hutchison, J. E., Lyons, I. M., & Ansari, D. (2019). More Similar Than Different: Gender Differences in Children's Basic Numerical Skills Are the Exception Not the Rule. *Child Development*, *90*(1), e66–e79. <https://doi.org/10.1111/cdev.13044>
- Justicia-Galiano, M. J., Martín-Puga, M. E., Linares, R., & Pelegrina, S. (2017). Math anxiety and math performance in children: The mediating roles of working memory and math self-concept. *British Journal of Educational Psychology*, *87*(4), 573–589. <https://doi.org/10.1111/bjep.12165>
- Kim, H., Duran, C. A. K., Cameron, C. E., & Grissmer, D. (2018). Developmental Relations Among Motor and Cognitive Processes and Mathematics Skills. *Child Development*, *89*(2), 476–494. <https://doi.org/10.1111/cdev.12752>
- Klausen, T., & Reikerås, E. (2016). *Regnefaktaprøven*. Lesesenteret, University of Stavanger.
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T., & Nurmi, J. E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology*, *97*(3), 220–241. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.03.001>
- Koponen, T., Aunola, K., & Nurmi, J. E. (2019). Verbal counting skill predicts later math performance and difficulties in middle school. *Contemporary Educational Psychology*, *59*. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2019.101803>
- Kyttälä, M., & Björn, P. M. (2010). Prior mathematics achievement, cognitive appraisals and anxiety as predictors of finnish students' later mathematics performance and career orientation. *Educational Psychology*, *30*(4), 431–448. <https://doi.org/10.1080/01443411003724491>
- Lai, Y., Zhu, X., Chen, Y., & Li, Y. (2015). Effects of mathematics anxiety and mathematical metacognition on word problem solving in children with and without mathematical learning difficulties. *PLoS ONE*, *10*(6). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0130570>
- Lauer, J. E., Esposito, A. G., & Bauer, P. J. (2018). Domain-Specific Anxiety Relates to Children's Math and Spatial Performance. *Developmental Psychology*, *54*(11), 2126–2138. <https://doi.org/10.1037/dev0000605.supp>
- Lê, M. L., & Noël, M. P. (2021). Preschoolers' mastery of advanced counting: The best predictor of addition skills 2 years later. *Journal of Experimental Child Psychology*, *212*. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2021.105252>

- Lee, K., & Cho, S. (2018). Magnitude processing and complex calculation is negatively impacted by mathematics anxiety while retrieval-based simple calculation is not. *International Journal of Psychology*, *53*(4), 321–329. <https://doi.org/10.1002/ijop.12412>
- Lepola, J., & Hannula-Sormunen, M. (2019). Spontaneous focusing on numerosity and motivational orientations as predictors of arithmetical skills from kindergarten to grade 2. *Educational Studies in Mathematics*, *100*(3), 251–269. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9851-2>
- Li, Q., Cho, H., Cosso, J., & Maeda, Y. (2021). Relations Between Students' Mathematics Anxiety and Motivation to Learn Mathematics: a Meta-Analysis. *Educational Psychology Review*, *33*(3), 1017–1049. <https://doi.org/10.1007/s10648-020-09589-z>
- Lichtenfeld, S., Pekrun, R., Stupnisky, R. H., Reiss, K., & Murayama, K. (2012). Measuring students' emotions in the early years: The Achievement Emotions Questionnaire-Elementary School (AEQ-ES). *Learning and Individual Differences*, *22*(2), 190–201. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2011.04.009>
- Liu, Y., & Wong, T. T. Y. (2020). The growth rates of dot enumeration ability predict mathematics achievements: A 5-year longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, *90*(3), 604–617. <https://doi.org/10.1111/bjep.12318>
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1–6. *Developmental Science*, *17*(5), 714–726. <https://doi.org/10.1111/desc.12152>
- Ma, X., & Xu, J. (2004). The causal ordering of mathematics anxiety and mathematics achievement: A longitudinal panel analysis. *Journal of Adolescence*, *27*(2), 165–179. <https://doi.org/10.1016/j.adolescence.2003.11.003>
- Malanchini, M., Rimfeld, K., Wang, Z., Petrill, S. A., Tucker-Drob, E. M., Plomin, R., & Kovas, Y. (2020). Genetic factors underlie the association between anxiety, attitudes and performance in mathematics. *Translational Psychiatry*, *10*(1). <https://doi.org/10.1038/s41398-020-0711-3>
- Metsämuuronen, J. (2001). *SPSS aloittelevan tutkijan käytössä* (2. painos). International Methelp.
- Metsämuuronen, J. (2002). *Tilastollisen kuvauksen perusteet* (2. uudistettu painos). International Methelp.
- Metsämuuronen, J. (2008). *Monimuuttujamenetelmien perusteet* (2. painos). International Methelp.

- Michalczyk, K., Krajewski, K., Preßler, A. L., & Hasselhorn, M. (2013). The relationships between quantity-number competencies, working memory, and phonological awareness in 5- and 6-year-olds. *British Journal of Developmental Psychology*, *31*(4), 408–424. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12016>
- Monette, S., Bigras, M., & Guay, M. C. (2011). The role of the executive functions in school achievement at the end of Grade 1. *Journal of Experimental Child Psychology*, *109*(2), 158–173. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.01.008>
- Mononen, R. (2021). Matteoppdraget 3. Curriculum-based mathematics test for grade 3. In *Unpublished*. Oslon yliopisto.
- Mononen, R., Aunio, P., Hotulainen, R., & Ketonen, R. (2013). Matematiikan osaaminen ensimmäisen luokan alussa. *NMI-Bulletin*, *23*(4), 12–27.
- Mononen, R., Niemivirta, M., Korhonen, J., Lindskog, M., & Tapola, A. (2021). Developmental relations between mathematics anxiety, symbolic numerical magnitude processing and arithmetic skills from first to second grade. *Cognition and Emotion*. <https://doi.org/10.1080/02699931.2021.2015296>
- Möhring, W., Ribner, A. D., Segerer, R., Libertus, M. E., Kahl, T., Troesch, L. M., & Grob, A. (2021). Developmental trajectories of children’s spatial skills: Influencing variables and associations with later mathematical thinking. *Learning and Instruction*, *75*. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2021.101515>
- Nanu, C., Laakkonen, E., & Hannula-Sormunen, M. (2020). The effect of first school years on mathematical skill profiles. *Frontline Learning Research*, *8*(1), 56–75. <https://doi.org/10.14786/flr.v8i1.485>
- Opetushallitus. (2016). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014: Määräykset ja ohjeet 2014:96*. Next Print Oy.
- Pekrun, R., Lichtenfeld, S., Killi, U., & Reiss, K. (2007). Achievement emotions questionnaire – elementary school (AEQ-elementary school) - user’s manual. *Munich, Germany: University of Munich, Department of Psychology*.
- Pollack, C., Wilmot, D., Centanni, T. M., Halverson, K., Frosch, I., D’Mello, A. M., Romeo, R. R., Imhof, A., Capella, J., Wade, K., al Dahhan, N. Z., Gabrieli, J. D. E., & Christodoulou, J. A. (2021). Anxiety, Motivation, and Competence in Mathematics and Reading for Children With and Without Learning Difficulties. *Frontiers in Psychology*, *12*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.704821>

- Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2013). Math Anxiety, Working Memory, and Math Achievement in Early Elementary School. *Journal of Cognition and Development, 14*(2), 187–202. <https://doi.org/10.1080/15248372.2012.664593>
- Reigosa-Crespo, V., González-Alemañy, E., León, T., Torres, R., Mosquera, R., & Valdés-Sosa, M. (2013). Numerical capacities as domain-specific predictors beyond early mathematics learning: A longitudinal study. *PLoS ONE, 8*(11). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0079711>
- Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology, 19*(6), 551–554. <https://doi.org/10.1037/h0033456>
- Räsänen, P. (2012). Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. *Lääketieteellinen Aikakauskirja Duodecim, 128*(11), 1168–1177.
- Räsänen, P., Aunio, P., Laine, A., Hakkarainen, A., Väisänen, E., Finell, J., Rajala, T., Laakso, M. J., & Korhonen, J. (2021). Effects of Gender on Basic Numerical and Arithmetic Skills: Pilot Data From Third to Ninth Grade for a Large-Scale Online Dyscalculia Screener. *Frontiers in Education, 6*. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.683672>
- Sasanguie, D., De Smedt, B., Defever, E., & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *British Journal of Developmental Psychology, 30*(2), 344–357. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.2011.02048.x>
- Sevgi, S., & Arslan, K. (2020). Exploring middle school students mathematics self-efficacy and mathematics anxiety. *European Journal of Education Studies, 7*(2), 41–61. <https://doi.org/10.5281/zenodo.3718470>
- Si, J., Li, H., Sun, Y., Xu, Y., & Sun, Y. (2016). Age-related differences of individuals' arithmetic strategy utilization with different level of math anxiety. *Frontiers in Psychology, 7*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01612>
- Simmons, F. R., Willis, C., & Adams, A. M. (2012). Different components of working memory have different relationships with different mathematical skills. *Journal of Experimental Child Psychology, 111*(2), 139–155. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.08.011>
- Skagerlund, K., Östergren, R., Västfjäll, D., & Träff, U. (2019). How does mathematics anxiety impair mathematical abilities? Investigating the link between math anxiety, working memory, and number processing. *PLoS ONE, 14*(1). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0211283>
- Sorvo, R., Koponen, T., Viholainen, H., Aro, T., Räikkönen, E., Peura, P., Dowker, A., & Aro, M. (2017). Math anxiety and its relationship with basic arithmetic skills among primary

- school children. *British Journal of Educational Psychology*, 87(3), 309–327. <https://doi.org/10.1111/bjep.12151>
- Starling-Alves, I., Wronski, M. R., & Hubbard, E. M. (2022). Math anxiety differentially impairs symbolic, but not nonsymbolic, fraction skills across development. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 1509(1), 113–129. <https://doi.org/10.1111/nyas.14715>
- The Norwegian Directorate for Education and Training. (2013). *Curriculum for the common core subject of mathematics (MAT1-04)*. <https://www.udir.no/Laring-Og-Trivsel/Lareplanverket/Finn-Lareplan/Lareplan/>.
- Tutkimuseettinen neuvottelukunta. (2013). *Hyvä tieteellinen käytäntö ja sen loukkausepäilyjen käsitteleminen Suomessa*.
- Van der Beek, J. P. J., Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. M. (2017). Self-concept mediates the relation between achievement and emotions in mathematics. *British Journal of Educational Psychology*, 87(3), 478–495. <https://doi.org/10.1111/bjep.12160>
- Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., Boom, J., & Leseman, P. P. M. (2012). The development of executive functions and early mathematics: A dynamic relationship. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 100–119. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02035.x>
- Van Mier, H. I., Schleepen, T. M. J., & Van den Berg, F. C. G. (2019). Gender differences regarding the impact of math anxiety on arithmetic performance in second and fourth graders. *Frontiers in Psychology*, 9. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02690>
- Vilkka, H. (2007). *Tutki ja mittaa: Määrällisen tutkimuksen perusteet*. Tammi.
- Villavicencio, F. T., & Bernardo, A. B. I. (2016). Beyond Math Anxiety: Positive Emotions Predict Mathematics Achievement, Self-Regulation, and Self-Efficacy. *Asia-Pacific Education Researcher*, 25(3), 415–422. <https://doi.org/10.1007/s40299-015-0251-4>
- Väisänen, E., & Aunio, P. (2016). Laskemisen sujuvuus toiselta neljännelle luokalle sekä yhteys lukemisen sujuvuuden ja nimeämisnopeuden kanssa. *Psykologia*, 51(4), 244–261.
- Väisänen, E., & Aunio, P. (2017). Alakoululaisten laskemisen ja lukemisen sujuvuuden seuranta. *Oppimisen ja oppimisvaikeuksien erityislehti*, 27(4), 32–50.
- Wang, Z., Lukowski, S. L., Hart, S. A., Lyons, I. M., Thompson, L. A., Kovas, Y., Mazzocco, M. M., Plomin, R., & Petrill, S. A. (2015). Is Mathematical Anxiety Always Bad for Math Learning: The Role of Math Motivation. *Psychological Science*, 26(12), 1863–1876. <https://doi.org/10.1177/0956797615602471>



- Wang, Z., Rimfeld, K., Shakeshaft, N., Schofield, K., & Malanchini, M. (2020). The longitudinal role of mathematics anxiety in mathematics development: Issues of gender differences and domain-specificity. *Journal of Adolescence*, *80*, 220–232. <https://doi.org/10.1016/j.adolescence.2020.03.003>
- Wigfield, A., & Meece, J. L. (1988). Math Anxiety in Elementary and Secondary School Students. *Journal of Educational Psychology*, *80*(2), 210–216.
- Wong, T. T. Y. (2017). The unique and shared contributions of arithmetic operation understanding and numerical magnitude representation to children's mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *164*, 68–86. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.07.007>
- Wu, S. S., Barth, M., Amin, H., Malcarne, V., & Menon, V. (2012). Math anxiety in second and third graders and its relation to mathematics achievement. *Frontiers in Psychology*, *3*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2012.00162>
- Xiao, F., & Sun, L. (2021). Students' Motivation and Affection Profiles and Their Relation to Mathematics Achievement, Persistence, and Behaviors. *Frontiers in Psychology*, *11*. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.533593>
- Živković, M., Pellizzoni, S., Mammarella, I. C., & Passolunghi, M. C. (2022). The relationship between math anxiety and arithmetic reasoning: The mediating role of working memory and self-competence. *Current Psychology*. <https://doi.org/10.1007/s12144-022-02765-0>

## Liite 1

Taulukko 1. Mann-Whitneyn U-testit

	Ei matematiikka- ahdistusta <i>n</i> = 183			Matematiikka- ahdistus <i>n</i> = 21			<i>U</i>	<i>Z</i>	<i>p</i>
	<i>ka</i>	<i>kh</i>	<i>md</i>	<i>ka</i>	<i>kh</i>	<i>md</i>			
Yhteenlaskun sujuvuus	21.91	10.10	22.00	15.10	6.91	14.00	1153.50	-3.00	.003
Vähennyslaskun sujuvuus	15.89	7.84	15.00	10.29	5.19	11.00	1097.50	-3.22	.001
Matte	35.35	8.99	38.00	29.19	8.50	30.00	1085.50	-3.27	.001