



Tiira Janika

Aritmeettisten perustaitojen oppiminen ja niihin liittyvät oppimisvaikeudet

Kandidaatintutkielma
KASVATUSTIETEIDEN TIEDEKUNTA
Erityispedagogikka
2023

Oulun yliopisto

Kasvatustieteiden tiedekunta

Aritmeettiset peruslaskutaidot ja niihin liittyvät oppimisvaikeudet (Janika Tiiro)

Kandidaatin tutkielma, 24 sivua, 0 liitesivua

Heinäkuu 2023

Tutkielmani koskee aritmeettisiä peruslaskutaitoja eli yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskutaitoja. Aritmeettisten peruslaskujen vastaukset haetaan yleensä pitkäkestoisesta muistista. Taivoitteenani on avata sitä, mitä aritmeettisten peruslaskutaidot ovat, miten niitä opitaan ja miten oppimisvaikeudet vaikuttavat näiden taitojen oppimiseen.

Tutkielmani on kuvaileva kirjallisuuskatsaus. Kuvailevassa kirjallisuuskatsauksessa tutkittavaa ilmiötä voidaan tarkastella laaja- alaisesti ilman tiukkoja sääntöjä ja lisäksi määritellä ominaisuuksiltaan. Tutkimuskysymykseni ovat, miten aritmeettisiä peruslaskutaitoja opitaan ja miten oppimisvaikeudet vaikuttavat näiden taitojen oppimiseen.

Kaiken kaikkiaan matemaattiset taidot ovat osa jokapäiväistä arkeamme. Näitä taitoja tarvitaan esimerkiksi työpaikalla, kaupassa käydessä ja ruokareseptejä ymmärtäessä.

Aritmeettisiä taitoja ilmenee jo alle kouluikäisten peleissä ja leikeissä. Lapset oppivat näitä taitoja jo varhain. Ensimmäisinä aritmeettisistä taidoista opitaan yhteen- ja vähennyslaskut. Koulussa harjoitellaan näitä taitoja enemmän ja opetellaan myös kerto- ja jakolaskua. Aluksi opetuksessa keskitytään käyttämään konkreettisia välineitä näiden taitojen harjoittelemisessa. Sitten siirrytään siitä kohti abstraktimpaa laskemista, jolloin välineitä ei enää tarvita. Aritmeettisten taitojen oppiminen vaatii toistoihin perustuvaa harjoittelua.

Aritmeettisillä taidoilla on keskeinen asema matemaattisissa oppimisvaikeuksissa. Matemaattisten oppimisvaikeuksien yhtenä kriteerinä ovat muun muassa puutteelliset aritmeettiset taidot. Heikot aritmeettiset taidot tekevät laskemisesta virhealtista, tehotonta ja hidasta. Lisäksi huono työmuisti voi vaikeuttaa matemaattisten taitojen oppimista.

Haasteet yhdellä aritmeettisen taidon osa- alueella voi vaikuttaa heikentävästi muihinkin alueisiin. Vajavuudet aritmeettisissä taidoissa voivat vaikuttaa heikentävästi oppilaan käsitykseen hänen sosiaalisista ja älyllisistä kyvyistä sekä menestymiseen esimerkiksi jatko- opinnoissa tai työelämässä.

Avainsanat: Aritmeettiset peruslaskutaidot, matemaattiset taidot, oppiminen, oppimisvaikeudet.

University of Oulu

Faculty of Education

Learning of basic arithmetic skills and learning difficulties concerning them (Janika Tiiro)

Bachelor's thesis, 24 pages, 0 appendices

July 2023

My study is about basic arithmetic skills, which consist of addition, subtraction, multiplication, and division skills. The answers to basic arithmetic computation are often retrieved from long-term memory. My goal is to open the concept of arithmetic skills, how they are learned and how learning disabilities affect this learning.

My thesis is in form of descriptive literature review. In descriptive literature review subjects can be viewed broadly without strict rules and defined by its characteristics. My research questions are, how do people learn these arithmetic skills and how do learning disabilities affect learning of these skills.

Overall mathematical skills are a big part of our everyday life. These skills are needed for example in work, shopping and making sense of recipes.

Arithmetic skills appear in under school aged children's plays and games. Children learn these skills early in life. First of these skills are learned addition and subtraction skills. In school these skills and multiplication and division skills are learned more. At first concrete tools are being used. After that the counting is being based on more abstract calculation where tools are no longer needed. Practicing based on reiteration is needed in learning arithmetic skills.

Arithmetic skills have an important role in mathematical learning difficulties. One criterion to mathematical learning difficulties is deficiency in arithmetic skills. Poor arithmetic skills make counting slow, error prone and ineffective. In addition, poor working memory can make learning of mathematics even more difficult.

Difficulties in one area of arithmetic skills, can weaken other areas as well. Deficiencies in arithmetic skills can affect deterioratingly in the students understanding of his/hers social and intellectual abilities and success in further studies and work life.

Keywords: Basic arithmetic skills, mathematical skills, learning, learning disabilities.

Sisältö / Contents

Johdanto	5
Tutkimuksen toteuttaminen	8
Teoreettinen viitekehys	10
3.1 Matematiikka ja oppiminen	10
3.2 Matemaattiset ja aritmeettiset taidot	12
3.3 Matemaattiset oppimisvaikeudet	14
3.4 Vaikeuksien esiintyminen aritmeettisissä taidoissa	15
Tulokset	18
4.1 Miten aritmeettisiä taitoja opitaan?	18
4.1.1 Mitä kognitiivisia taitoja kuuluu aritmeettisten taitojen opetteluun?	20
4.1.2 Strategiat, joita voidaan hyödyntää aritmeettisten taitojen opettelussa	20
4.2 Miten oppimisvaikeudet vaikuttavat aritmeettisten taitojen oppimiseen?	22
4.2.1 Aritmeettisten taitojen vaikeuksien syitä	24
4.2.2 Miten aritmeettisten taitojen oppimista voidaan helpottaa vaikeuksista huolimatta?	25
Yhteenveto	26
Pohdinta	29
Lähteet / References	30

Johdanto

Valitsin tutkielmani aiheeksi aritmeettiset peruslaskutaidot, niiden oppiminen ja niihin liittyvät oppimisvaikeudet. Valitsin tämän aiheen, koska kiinnostuin siitä yhdellä kurssillani ja aihe on työelämässä ajankohtainen. Yle uutisten mukaan (23.11. 2022) matematiikan alan opettajista on pulaa ja ongelmia aiheuttavat yleensä suuret luokkakoot. Aritmeettiset taidot ovat myös tärkeä tutkimusaihe, koska ne ovat merkityksellinen osa matemaattisen yhteiskuntamme jäsenyyttä. Aritmeettisten taitojen oppiminen on olennainen taito, jota vaaditaan kaikilta yhteiskuntamme jäseniltä (Butterworth, 2005).

Aritmeettisilla faktoilla tarkoitetaan yleensä yksinumeroisia yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja, joiden ratkaisemiseksi ei tarvita vaativia laskennallisia prosesseja ja strategioita. Aritmeettisten faktojen ratkaisut haetaan yleensä pitkäkestoisesta muistista, kuten mikä tahansa semanttinen tai kielellinen tieto. (Zamarian ym., 2007).

Aritmeettisten taitojen hallinta on yhteiskunnallisesti merkityksellistä. Miten näitä taitoja omaksutaan tai ei omaksuta on tärkeä kysymys yksittäiselle oppilaalle sekä yleisen opetuksen organisaatiolle eli koululle ja sen roolille yhteiskunnassa (Butterworth, 2005). Yhteiskuntamme edellyttääkin kaikilta jäseniltään matemaattisten taitojen hallintaa (Mononen ym., 2017). Näitä taitoja tarvitaan niin arjessa kuin opinnoissa ja työelämässä, kuten esimerkiksi kaupassa käynnissä, laskuja maksaessa ja ruokareseptejä käyttäessä. Voi olla jopa vaativaa löytää sellaista työtehtävää tai ammattia, jossa ei tarvittaisi näitä taitoja. (Mononen ym., 2017). Aritmeettiset faktat ovat oleellinen osa matemaattisia perustaitoja (Mononen ym., 2017).

Matematiikan oppiminen on myös siksi tärkeää, että se avaa myös uusia ideoita ja maailmoja oppilaille (Van de Walle ym., 2019). Digitaalisessa yhteiskunnassamme, joka on täynnä algoritmeja, riittää aina töitä sellaiselle ihmiselle, joka pitää matematiikasta. Kutenkin tieteen, teknologian, tekniikan ja matematiikan alojen työpaikat vievät kaksi kertaa niin kauan täyttää kuin muut työt. (Van de Walle ym., 2019).

Matematiikan opetus ei ole muuttunut paljoa vuosien kuluessa, mutta matematiikan taidot, joita tarvitaan työelämässä ja henkilökohtaisten talouden hoitamisessa ovat täysin erilaiset kuin 25 tai 50 vuotta sitten. Matemaattiset taidot, joita tarvitaan työelämässä tällä vuosisadalla eivät edellytä yksilöltä ainoastaan kykyä suorittaa laskuja, vaan lisäksi kykyä tuottaa luovia ratkaisuuksia.

strategioita. (Van de Walle ym., 2019). Pääasioita, mitä oppilaiden olisi hyvä harjoitella matematiikan tunneilla ovat kriittinen ajattelu, kommunikointi, luovuus sekä kyky käyttää teknologiaa. Matematiikan opettamisessa tarvitaan tietoa sekä matematiikasta, että siitä, miten oppilaat oppivat matematiikkaa. (Van de Walle ym., 2019). Matematiikan taito ei periydy isältä pojalle, vaan kaikkien on opeteltava sitä itse (Van de Walle ym., 2019).

Aunola ja Nurmi (2018) ovat sitä mieltä, että matemaattisten taitojen oppiminen vaatii oppilaalta paljon toistoihin perustuvaa harjoittelua. Kun perustoiminnot ja -käsitteet muuttuvat automaattisiksi runsaan harjoituksen kautta, niiden käyttö matemaattisessa ongelmanratkaisussa ei vie työmustin ja tarkkaavaisuuden resursseja. Tällöin jäljelle jääneet resurssit vapautuvat ongelmanratkaisun hankalampiin osiin. Näin ollen voidaan todeta, että peruslaskutoimitusten sujuva hallinta ja automatisoituminen vapauttavat voimavaroja monimutkaisempaan matemaattiseen ongelmanratkaisuun. Aritmeettiset laskutoimitukset ovat osa peruslaskutoimituksia.

Matematiikan opetus etenee hierarkkisesti. Matematiikan oppimisen pohjana on ymmärrys luonnollisen luvun lukukäsitteestä. (Ikäheimo ym., 2021). Siihen kuuluvat esimerkiksi lukujen hajottelemat, lukujen vertailu, lukujonot sekä lukujen pyöristäminen. Oppilaiden olisi hyvä hallita lukukäsitteen perustaidot ennen yhteen- ja vähennyslaskua. (Ikäheimo ym., 2021).

Matematiikan hierakisuuden vuoksi matematiikan oppiminen on kasautuvaa, jolloin aiempi osaaminen tekee uuden oppimisesta helpompaa. Matematiikan taidoissa tasoerot oppilaiden välillä lisääntyvät koulunkäynnin edetessä. (Aunola & Nurmi, 2018). Vaikuttaa siltä, että tämän taidon oppimisessa alkuopetus hyödyttää eniten taidoiltaan kehittyneempiä, kun taas taitolta heikommat jäävät muista jälkeen (Aunola & Nurmi, 2018). Tämän takia koen tärkeäksi keskittyä aritmeettisten taitojen oppimiseen, joita harjoitellaan runsaasti esikoulussa ja alaluokilla.

Matematiikan oppiminen ei kuitenkaan ole täysin ongelmaton. Joutsenlahti (2018) ja kumppanit kertovat, että matematiikan oppiminen koetaan eri tavoin ja siihen suhtaudutaan eri tavoin sekä sitä opitaan eri tavoin. Matematiikan opetuksessa otetaan sen takia huomioon oppilaiden erilaisuus. Matematiikan oppiminen herättää oppilaassa monenlaisia tunteita, tuntemuksia ja asenteita sekä uskomuksia. Matematiikan opetuksen keskeinen tavoite on matematiikan ymmärryksen ja osaamisen lisääminen.

Lukuisat ihmiset kokevat matematiikka ahdistusta eli he kokevat jännitystä ja ahdistusta, kun heidän täytyy toimia numeroiden ja matemaattisten ongelmien ratkaisemisen kanssa (Mononen

ym., 2022). Matematiikka voi aiheuttaa monenlaisia negatiivisia tunteita, kuten pelkoa, ahdistusta, jännitystä ja huolta omasta suoriutumisesta. Matematiikka ahdistus voi vaikuttaa negatiivisesti yksilön eri elämän osa- alueisiin, kuten akateemiseen suoriutumiseen. Usein raportoitu negatiivinen vaikutus on matematiikka ahdistuksen ja matemaattisen suoriutumisen välillä. (Mononen ym., 2022).

Noin 15–20 prosentilla lapsista ja nuorista on vaikeuksia matematiikan oppimisessa sekä noin 5-7 prosentilla on dyskalkulia tai matematiikan oppimisen erityisvaikeus (Ermi ym., 2021). Laskemiskyvyn häiriöön eli dyskalkuliaan kuuluvat vaikeudet oppia ja hallita peruslaskutaitoja (Lindholm ym., 2016). Pitkittäistutkimuksissa on havaittu, että matemaattiset oppimisvaikeudet ovat suurempi riski koulutukseen ja työelämään osallistumisen näkökulmasta kuin lukemisen ja kirjoittamisen vaikeudet. Lisäksi havaittiin, että matemaattisiin oppimisvaikeuksiin voi liittyä suurempi masennusriski. (Ermi ym., 2021). Tämän takia matemaattisten oppimisvaikeuksien riskin varhainen tunnistaminen ja tehokas kuntoutus ovat tärkeitä. Tämän takia on tärkeää tutkia myös aritmeettisiin taitoihin liittyviä oppimisvaikeuksia.

Tutkielmani etenee siten, että aluksi käsittelen tutkielman lähtökohtia. Seuraavaksi käyn läpi teoreettisessa viitekehyksessä oppimista, matemaattisia ja aritmeettisiä taitoja, matemaattisia oppimisvaikeuksia ja sitä, miten vaikeudet näkyvät aritmeettisissä taidoissa. Tämän jälkeen vastaan tutkimuskysymyksiini. Lopuksi käyn yhteenvedossa ja pohdinnassa läpi tärkeimpiä tutkimustuloksia ja omia ajatuksiani tutkimukseen liittyen.

Tutkimuksen toteuttaminen

Metsämuurosen (2005) mukaan aiheen valinta on kenties vaikein osa koko tutkimusprosessissa. Aiheen valintaan liittyy monia osatekijöitä, kuten oman tieteenalan ”hyväksytyt” näkökulmat sekä aiheen yhteiskunnallinen ja tieteensisäinen merkitys. Valitsin omaksi aiheekseni aritmeettiset peruslaskutaidot, niiden oppiminen ja niihin liittyviä oppimisvaikeudet.

Tutkin aihettani laadullisesti. Laadullinen tutkimus voidaan määrittää multimetodiksi, joka pitää sisällään tulkitsevan, naturalistisen lähestymistavan tutkittavaan kohteeseen. Laadullisessa tutkimuksessa tutkitaan kohteita niiden luonnollisessa ympäristössä ja yritetään luoda ymmärrystä tai tulkita ilmiötä sen perusteella millaisia merkityksiä ihmiset tuovat sille. (Gall ym., 2007).

Tutkimukseni on kuvailevan kirjallisuuskatsauksen muodossa. Valitsin kuvailevan kirjallisuuskatsauksen, koska haluan tutkia aihettani laajasti. Kuvaileva kirjallisuuskatsaus onkin yksi suosituimmista kirjallisuuskatsauksen tyypeistä. Kuvailevassa kirjallisuuskatsauksessa on kyse yleiskatsauksesta ilman tiukkoja ja tarkkoja sääntöjä. (Salminen, 2011). Kuvailevassa kirjallisuuskatsauksessa tutkittavaa ilmiötä voidaan tarkastella laaja alaisesti ja myös määritellä ominaisuuksiltaan (Salminen, 2011).

Aritmeettisiä taitoja opitaan usein suhteellisen varhain, jo esikoulussa ja alakoulussa. Tutkielmani koskee siten etenkin esikoululaisia ja alakoululaisia. Tutkielmastani on hyötyä opettajille, jotka opettavat matemaattisia taitoja esikoulussa tai alakoulussa.

Aineistoa etsiessä käytin hakusanoja Arithmetic* OR Mathem* AND ”Learning Disability” OR Learn* kansainvälisessä aineistossa ja hakusanoja aritmeet* OR matem* AND ”oppimisvaikeudet” OR Oppi* suomenkielisessä aineistossa. Etsin aineistoa Ebsco, ProQuest, Google Scholar ja Oula- Finna tietokannoista. Lisäksi sain lähteitä aiemmilta kursseiltani. Aiheestani löytyi runsaasti sekä kotimaista että kansainvälistä kirjallisuutta ja tutkimuksia.

Rajasin aihettani koskemaan aritmeettisten taitojen oppimista ja niihin liittyviä oppimisvaikeuksia. Tein tämän rajauksen, koska tutkimusaineistoa löytyi paljon ja halusin rajata aihettani koskemaan vain kaikista olennaisimpia asioita minun tutkielmassani.

Alkula ja kumppanit (1994) ovat sitä mieltä, että tutkimus on ongelmanratkaisua. Tutkimuksella tulee aina olla selkeä tarkoitus. Tutkimusongelmista voi nähdä, että niihin vaikuttaa paljon se, kenelle tutkimus on tarkoitettu. (S. 15 ja 26).

Aiemmat tutkimukset viitoittavat yleensä ne aukot tutkimuksessa, joita kannattaa lähteä tarkastelemaan (Metsämuuronen, 2005). Tutustuin aiempaan tutkimukseen ja valitsin sen perusteella seuraavat tutkimuskysymykset:

1. Miten aritmeettisia taitoja opitaan?
2. Miten oppimisvaikeudet vaikuttavat aritmeettisten taitojen oppimiseen?

Valitsin nämä tutkimuskysymykset, koska olen niistä kiinnostunut ja koin ne mielekkääksi aiheeni kannalta. Lisäksi ne ovat tärkeitä työelämän ja jatkotutkimuksen kannalta.

Teoreettinen viitekehys

Käsittelen ensin matematiikkaa ja oppimista. Seuraavaksi käyn läpi matemaattisia ja aritmeettisiä taitoja. Kolmanneksi tarkastelen matemaattisia oppimisvaikeuksia. Lopuksi käsittelen, miten vaikeudet näkyvät aritmeettisissä taidoissa.

3.1 Matematiikka ja oppiminen

Matematiikan opettamisessa tarvitaan tietoa matematiikasta sekä tietoa siitä, miten oppilaat oppivat matematiikkaa. Matematiikan taito ei periydy isältä pojalle, vaan kaikkien on opetettava matematiikkaa itse. (Van de Walle ym., 2019). Lisäksi oppimisen teorit, kuten konstruktivistinen ja sosiokulttuurallinen teoria ja Albert Banduran sosiaalisen oppimisen teoria, vaikuttavat siihen, miten matematiikkaa opetetaan kouluissa. Kerron seuraavaksi näistä teorioista edellä mainitussa järjestyksessä.

Van de Walle ja kumppanit (2019) kertovat, että konstruktivistinen teoria perustuu Jean Piagetin työhön, jonka mukaan oppilaat eivät ole tyhjiä tauluja, vaan oman oppimisensa aikaansaajia. Yhdistetyt verkostot tai kognitiiviset skeemat muodostuvat rakentuvasta tiedosta ja niitä käytetään luomaan uutta tietoa. Oppilaat muokkaavat jo olemassa olevia skeemojaan vastaamaan uusia ideoita reflektiivisen ajattelun avulla. Reflektiivinen ajattelu yhdistää vanhat ideat uuteen ajatteluun. Kaikki ihmiset rakentavat tai antavat merkityksiä asioille, joita he havaitsevat tai ajattelevat. Tämä näkyy matematiikan oppimisessa muun muassa siinä, että uuden oppiminen edellyttää aiempien asioiden hallintaa.

Piagetin kehitysteoriassa otetaan huomioon lapsen ikä ja kuvataan oppimista tietyllä ikäkaudella yleisellä tasolla (Ikäheimo ym., 2021). Piagetin teoriassa painotetaan lapsen omakohtaista kokemusta ratkaisevana tekijänä matemaattisten käsitteiden ja operaatioiden perustana. Piagetin teoriassa on erilaisia ajattelun tasoja, joissa korkeamman tason ajattelu perustuu aina alemman tason ajattelulle. (Ikäheimo ym., 2021). Esimerkiksi korkeamman verbaalin ajattelun taso pohjautuu konkreettisten esineiden käsittelyn tason tietoihin. Piagetin kehitysteoria sisältää kolme esikoulun ja koulun kannalta oleellista kehitysvaihetta, jotka ovat esioperationaalinen kausi (ikä 2-6), konkreettisten operaatioiden kausi (7-12-vuotiaat) ja formaalisten operaatioiden vaihe (noin 12-vuotiaasta eteenpäin). (Ikäheimo ym., 2021). En käy tässä läpi tarkemmin

näitä kehitysvaiheita, koska se veisi liikaa tilaa tässä tiedostossa. Lapsen kehitysvaihe on kuitenkin otettava huomioon kaikessa opetuksessa, myös matematiikan opetuksessa. Lapselle tulee opettaa asioita hänen kehitysvaiheensa mukaisesti.

Sen sijaan sosiokulttuurallinen teoria muotoutui Lev Vygotskin työn kautta. Vygotskin teoria liittyy sosiaaliseen vuorovaikutukseen ja sen merkitykseen oppimisessa, kielen kehityksessä ja ajattelun kehittymisessä sekä näiden kolmen väliseen yhteyteen (Ikäheimo ym., 2021). Tässä teoriassa, niin kuin konstruktivistisessäkin teoriassa, oppija nähdään aktiivisena toimijana, joka etsii merkityksiä (Van de Walle ym., 2019). Se, miten tieto opitaan tai sisäistetään, riippuu siitä, onko tieto oppijan lähikehityksen vyöhykkeellä. Lähikehityksen vyöhykkeellä tarkoitetaan sellaista tietoa, joka on oppijan ulottumattomissa ilman ulkopuolista apua, mutta voidaan saavuttaa ikätovereiden tai asian jo sisäistäneiden ihmisten avulla. Tässä teoriassa painotetaan sosiaalisen kanssakäymisen merkitystä oppimisessa. Lisäksi oppijoiden joukkoon vaikuttaa kulttuuri, jonka opettaja luo luokkahuoneeseen sekä luokkahuoneessa olevien oppijoiden laajempi sosiaalinen ja historiallinen kulttuuri. (Van de Walle ym., 2019).

Vygotskin teorian lähikehityksen vyöhyke näkyy matematiikan oppitunneilla siinä, että uutta asiaa pyritään yhdistämään aiemmin opittuun tietoon ja opettaja ensin alustaa hieman aiheesta. Monesti luokassa myös käydään läpi muutama ensimmäinen lasku yhdessä. Opettaja pyrkii toimimaan lapsen lähikehityksen vyöhykkeellä ja laajentamaan sitä.

Lisäksi Ikäheimon ja kumppaneiden (2021) mukaan Vygotskin teoriassa kieli on lapsen kehityksen alkuvaiheessa sosiaalisen vuorovaikutuksen väline, mutta siitä tulee myöhemmin myös ajattelun väline. Vygotski kutsuu tätä ajattelussa käytettävää kieltä sisäiseksi puheeksi ja erottaa sen sosiaalisessa vuorovaikutuksessa käytettävästä puheesta. Vygotskin mukaan lapsen kehityksessä jokainen toimintamuoto ilmenee ensin ihmisten välisenä tapahtumana ja sen jälkeen lapsella sisäisenä tapahtumana. Tämä toteutuu esimerkiksi tavoitteellisen tarkkaavaisuuden, loogisen muistin ja käsitteiden muodostumisen osalta.

Sen sijaan Albert Bandura, sosiaalisen oppimisen teorian yksi luoja, selittää ihmisen käyttäytymistä kolmella tekijällä: henkilökohtaisella kognitiivisella ymmärryksellä, käyttäytymisellä ja ympäristöllä (Hickman, 2019, s. 4). Henkilökohtainen kognitiivinen ymmärtäminen käsittää yksilön ajatusprosesseja liittyen käyttäytymiseen, kuten yksilön ajatukset tehtävästä saatavasta palkkiosta tai havainnot yksilön vahvuuksista ja heikkouksista. Käyttäytymiseen liittyvät tekijät pitävät sisällään uskomukset käyttäytymisen suorittamiseen liittyvistä tekijöistä, kuten läksyjen tekemiseen liittyvistä tekijöistä. (Hickam, 2019, s.4). Oppilas voi kysyä itseltään, tietääkö hän

askeleet tehtävän ratkaisemiseksi. Ympäristöön liittyvät tekijät viittaavat niihin yksilön ulkopuolisiin tekijöihin, jotka joko auttavat tai haittaavat käyttäytymistä. Tämä voi käsittää esimerkiksi käytettävissä olevan ajan tai turvallisen työympäristön. (Hickam, 2019, s. 4).

Sosiaalisen oppimisen teoria selittää ihmisen käyttäytymistä vastavuoroisella vuorovaikutuksella kognitiivisen ymmärryksen, käyttäytymisen ja ympäristötekijöiden välillä. Käyttäytymistä voidaan tarkastella yksilön ja ympäristön välisenä funktiona ja vuorovaikutuksena. (Hickam, 2019, s. 5). Ihminen on enemmän kuin vain hänen ajatuksensa, käyttäytymisensä tai ympäristönsä tuotteet. Banduran mukaan ihminen ei ole ympäristönsä uhri muttei ole myöskään täysin vapaa tulemaan sellaiseksi, mitä valitsee. (Hickman, 2019, s. 5). Tiettyä, toivottua käyttäytymistä esimerkiksi matematiikan tunnilla voidaan vahvistaa erilaisilla palkinnoilla. Oppilaita on tärkeä palkita yrittämisestäkin.

Matematiikan oppimiseen vaikuttavat myös motivaatio, tunteet ja minäpystyvyys (Ermi ym., 2021). Matematiikan opetuksessa myönteiset kokemukset kannustavat jatkamaan ja synnyttävät oppimisen iloa (Ikäheimo ym., 2021).

Lisäksi matematiikan opiskelu saattaa aiheuttaa myös ahdistusta, jota sen oppimisessa koetut hankaluudet ja epäonnistumiset edelleen suurentavat. Matematiikka-ahdistus vaikuttaa negatiivisesti matematiikassa suoriutumiseen ja edistyneempien strategioiden käyttöön sekä voi johdattaa matematiikan välttelyyn. Vuorovaikutus opettajan kanssa ja oppimisympäristö ovat tärkeitä matematiikan taitojen kehityksen ja osaamiskäsitysten muodostuksen kannalta. (Ermi ym., 2021).

3.2 Matemaattiset ja aritmeettiset taidot

Matematiikka on osa jokapäiväistä arkeamme. Matematiikkaan sisältyvät matemaattisten operaatioiden käyttäminen sekä ymmärrys matemaattisesta ongelmanratkaisusta (Haskell & Haskell, 2000). Matemaattiset taidot pitävät sisällään eri osatekijöitä, jotka ovat numeerinen tieto, aritmeettisten yhdistelmien muistaminen, matemaattisten käsitteiden ja periaatteiden ymmärtäminen, proseduraalinen eli menetelmätietous ja -taidot sekä ongelmanratkaisutaidot (Aunola & Nurmi, 2018). Aritmeettisten yhdistelmien muistaminen koostuu lisäämisestä, vähentämisestä, kertomisesta ja jakamisesta. Aritmeettisiä yhdistelmiä ovat esimerkiksi laskut $4+3$ ja $10-7$.

Keranto (1983) kirjoitti, että aritmeettisilla prosesseilla voidaan tarkoittaa esimerkiksi yhteen- ja vähennyslaskuissa tarvittavan tiedon hakemiseen, muistamiseen ja käyttöön liittyviä prosesseja. Aritmeettisilla strategioilla voidaan viitata niihin ongelmanratkaisustrategioihin, joita voidaan käyttää aritmeettisten tehtävien ratkaisemiseksi. Siihen millaista strategiaa oppilas käyttää tietyssä aritmeettisessä tehtävässä ja millaiseksi ratkaisuprosessi muotoutuu vaikuttavat monet tekijät, kuten ulkoiset apuvälineet ja mahdollisuus käyttää niitä sekä oppilaan lukujonotaidot ja informaation käsittelykapasiteetti. (s. 4-5).

Mononen ja kumppanit (2017) määrittelevät aritmeettiset periaatteet laskutoimituksissa, kuten yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskussa tarvittaviksi loogisiksi periaatteiksi, joista on apua myöhempien matemaattisten pulmien sujuvassa laskemisessa. Aritmeettisten periaatteiden hallinta nopeuttaa laskemista ja vaikuttaa siten, että ongelmanratkaisusta tulee vähemmän virhealtista. Tällöin jää enemmän aikaa vaikeampien osien pohdintaan ja uuden oppimiseen.

Aritmeettiset periaatteet käsittävät muun muassa sen ymmärtämisen, että kokonaisuudet muodostuvat pienimmistä osista, kuten esimerkiksi luku neljä osista 2 ja 2. Aritmeettisiin periaatteisiin kuuluu myös vaihdannaisuuden periaate, eli sen käsittäminen, että yhteenlaskettavat pysytään laskemaan missä järjestyksessä vain ja lopputulos säilyy samana. (Mononen ym., 2017). Lapsen on myös hyvä ymmärtää se, että yhteen- ja vähennyslasku ovat toisilleen käänteisiä, eli jos luvusta 4 vähennetään 1 ja lisätään 1 tulos on sama 4. Käänteisyys pätee myös jako- ja kertolaskussa.

Edellä olen kertonut aritmeettisista periaatteista, nyt siirryn tarkastelemaan laajemmin aritmeettisiä taitoja. Aritmeettisillä taidoilla voidaan viitata laskemiseen, muistiin aritmeettisille faktoille, käsitteiden ymmärrykseen sekä kykyyn seurata laskuproseduureja. Nämä kyvyt koostuvat lukuisista pienemmistä osista, kuten esimerkiksi laskemiseen kuuluu tieto laskettavista osista, kyky seurata laskuproseduureja laskettaessa esineiden sarjaa sekä laskemiseen kuuluvien sääntöjen ymmärtäminen. (Dowker, 2008). Laskemiseen kuuluviin sääntöihin kuuluu esimerkiksi sen ymmärtäminen, että viimeinen laskun numero osoittaa sarjassa olevien esineiden lukumäärän sekä esineiden laskeminen eri järjestyksessä antaa saman vastauksen (Dowker, 2008).

Ensimmäisenä aritmeettisistä perustaidoista kehittyvät yhteen- ja vähennyslaskutaidot (Mononen ym., 2017). Yhteen- ja vähennyslaskutaitoja harjoitellaan jo ennen kouluikää esimerkiksi erilaisten leikkien, pelien ja lorujen avulla.

On kuitenkin olemassa eroja mielensisäisen aritmetiikan, eli mielessä tehtävän laskemisen, ja kirjoitetun aritmetiikan, eli kirjoitettuun muotoon muutetun laskemisen, välillä. Mielensisäinen aritmetiikka eli mielensisäinen laskeminen tarkoittaa kognitiivisia prosesseja, jotka eivät riipu ulkoisista välineistä kuten laskimesta, kynästä ja paperista tai tietokoneesta. (Ding ym., 2021, s. 6). Mielensisäisessä aritmetiikassa yksilö käyttää mielensisäistä ongelmanratkaisua ja aritmeettisten faktojen muistista hakua suorittaakseen tarvittavat laskutoimitukset ja antaa vastauksen välittömästi. Mielensisäisessä aritmetiikassa on kolme vaihetta, jotka ovat koodaus, laskeminen ja vastaus tai reaktio. (Ding ym., 2021, s. 6).

Kirjoitetussa aritmetiikassa käydään läpi myös koodaus, laskeminen ja vastaus vaiheet. Kuitenkin laskuproseduurit, joita käytetään mielensisäisessä aritmetiikassa ja kirjoitetussa aritmetiikassa voivat erota toisistaan jonkin verran. (Ding ym., 2021, s. 7). Esimerkiksi suurin osa kirjoitetun aritmetiikan tehtävistä esitetään visuaalisesti, kuten paperilla tai taululla, kun taas suurin osa mielensisäisen eli mentaalisen aritmetiikan tehtävistä esitetään kuulon varaisesti (Ding ym., 2021, s. 7). Kirjoitetussa aritmetiikassa tehtävää myös työstetään paperilla ja vastaus annetaan paperilla.

3.3 Matemaattiset oppimisvaikeudet

Matemaattisiin oppimisvaikeuksiin on pitkään kiinnitetty vähemmän huomiota kuin lukemisen ja kirjoittamisen vaikeuksiin niin koulun tukitoimien kuin diagnostiikankin saralla. Matemaattisilla taidoilla on kuitenkin yhtä lailla suuri vaikutus koulumenestykseen sekä myöhemmälle kouluttautumiselle ja työllistymiselle. (Lidholm ym., 2016).

Ermin ja kumppaneiden (2021) mukaan on olemassa monenlaista matemaattista oppimisvaikeutta. Matemaattinen oppimisvaikeus voi ilmetä muun muassa lukujonotaidoissa, aritmeettisten faktojen mieleen painamisessa tai matemaattisten peruslaskutaitojen oppimisessa. ICD- 10 luokittelee laskemiskyvyn häiriön laskutaidon kehittymisen heikkoudeksi, jonka syynä ei ole yleinen kehitysvammaisuus tai puutteellinen kouluopetus, ja joka koskee lähinnä peruslaskutaitoja, kuten yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskua eikä niinkään algebraa, trigonometriaa, geometriaa ja laskentaa. DSM- 5 laskee matematiikan oppimisvaikeuden yleisemmän erityisten oppimisvaikeuksien ryhmään sekä luettelee sen oleellisina piirteinä puutteet aritmeettisten perusfaktojen oppimisessa, lukumääräisyyksien käsittelyssä sekä laskutoimitusten tarkkuudessa ja sujuvuudessa.

Matemaattiset oppimisvaikeudet voidaan havaita jo ennen kouluikää. Vajavuudet lukumäärien käsittelyyn erikoistuneiden hermostollisten järjestelmien toiminnassa sekä vaikeudet lukumäärien ja niitä kuvaavien symbolien välisten yhteyksien oppimisessa ja käsittelyssä näyttävät olevan yhteyksissä matemaattisiin oppimisvaikeuksiin. (Ermi ym., 2021). Numeeriset toiminnot ja monet muut kognitiiviset toiminnot, kuten tietojen vastaanottaminen ja varastoiminen, vaikuttavat matemaattisten taitojen oppimiseen etenkin myöhemmällä iällä. Työmuistin kapeus, vaikeudet kielellisissä taidoissa sekä avaruudellisessa hahmottamisessa ja mielikuvien muodostamisessa voivat vaikuttaa matematiikan oppimiseen eri tavoin. (Ermi ym., 2021).

Tänä päivänä on valtava kysyntä opetukselle, joka kohdistuu matemaattisten vaikeuksien opetukseen koko maailmassa. Jopa sen jälkeen, kun oppilaalla on diagnosoitu matemaattinen oppimisvaikeus vain harvat oppilaat saavat perusteellisen arvion ja hoidon heidän matematiikan ongelmiinsa. (Susanto ym., 2021).

Matemaattisia oppimisvaikeuksia on diagnosoitu arvioilta 6-10 prosentilla kiinalaisilla lapsilla. Matemaattiseen oppimisvaikeuteen kuuluu vaikeus yhdistää oikea numero sopivaan ei symboliseen esitykseen, eikä niinkään ongelmat numeroiden prosessoinnissa. (Susanto ym., 2021). Matemaattista oppimisvaikeutta voidaan kuvailla kyvyttömyytenä oppia matematiikkaa sekä siihen liittyvät heikot aritmeettiset taidot (Susanto ym., 2021).

Matematiikan oppimisvaikeus, tai dyskalkulia, on erityisen sitkeä tapaus, joka aiheuttaa heikkoutta matematiikan taidoissa (Ding ym., 2021, s. 3). On olemassa kaksi alatyyppeä, lapsille, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Toiset lapset kamppailevat lukemisen ja tavuttamisen kanssa eli verbaalisten materiaalien kanssa. Toisille on taas vaikea ymmärtää ei-verbaalisia asioita, kuten numeerisessa muodossa annettua tietoa, ja he suoriutuvat heikommin aritmeettisissä tehtävissä. (Ding ym., 2021, s. 3). Eli vaikeuksia voi esiintyä esimerkiksi kielellisissä tai ei-kielellisissä matemaattisissa tehtävissä.

3.4 Vaikeuksien esiintyminen aritmeettisissä taidoissa

Tutkimuksissa on saatu näyttöä siitä, että aritmeettiset taidot eivät ole yksi yhtenäinen kyky, missä ihmiset ovat joko hyviä tai huonoja. Näin on havaittu esimerkiksi analyttisissä tutkimuksissa aikuisilla ja lapsilla sekä tutkimuksissa, joissa on tutkittu lapsia, joilla on aritmeettisiä vaikeuksia. (Dowker, 2008). Aritmeettiset taidot koostuvat monista osataidoista ja niissä voi olla erilaisia heikkoja tai vahvoja kohtia.

On kuitenkin havaittu myös aritmetiikan taitoihin liittyvä oppimisvaikeuksien ryhmä. Dingin (2021) ja kumppaneiden mukaan ALD eli aritmetiikkaan liittyvä oppimisvaikeuksien ryhmä, tarkoittaa aritmeettisiä vaikeuksia, jotka eivät johdu vajavuuksista älykkyydessä, lukemisessa, aistillisessa prosessoinnissa tai koulutuksellisesta puutteesta. ALD: tä voi esiintyä lapsilla, nuorilla ja aikuisilla. ALD koostuu erilaisista haasteista aritmetiikassa, kuten mielensisäisessä, mentaalissa, aritmetiikassa, kuten päässä laskuissa, ja tai kirjoitetussa aritmetiikassa eli kirjallisessa muodossa ilmaistuissa aritmeettisissä laskuissa. (s.3- 4).

Haskellin ja kumppaneiden (2000) mukaan monenlaiset syyt voivat aiheuttaa ongelmia aritmeettisissä taidoissa. Näitä syitä voivat olla esimerkiksi geneettisiin tekijöihin liittyvät syyt, kehitykselliset viivästymät, kokemusperäiset rajoitteet, kielelliset ongelmat tai kognitiiviset heikkoudet, kuten havaitsemisen ja muistin heikkoudet. Aritmeettisiä taitoja voivat heikentää myös epäsuorat ja epätehokkaat opetusharjoitteet, kuten liian haastavat tai liian helpot tehtävät. Lisäksi ahdistus ja epäsuorat asenteet oppiainetta kohtaan voivat vaikuttaa aritmeettisten taitojen hallitsemisen saavuttamiseen etenkin nuorilla lapsilla.

Haasteet yhdellä aritmeettisen taidon alueella voivat vaikuttaa heikentäväksi muihinkin alueisiin. Monilla lapsilla on vaikeuksia joillain tai usealla aritmeettisten taitojen alueella. (Dowker, 2008). On kuitenkin vaikea arvioida, kuinka monella lapsella on haasteita, koska se riippuu kriteeristä, jota käytetään. On kuitenkin hyvin todennäköistä, että 15 tai 20 prosenttia väestöstä kokee haasteita, jollain aritmeettisten taitojen osa- alueella. (Dowker, 2008). Nämä haasteet voivat vaikeuttaa merkittävästi yksilön arkielämää, kuten kaupassa käyntiä ja laskujen maksamista, sekä kouluttautumista.

Useilla nuoremmilla lapsilla on vaikeuksia aritmeettisten sanallisten tehtävien kanssa, jopa silloin kun he ovat kykeneviä tekemään tarvittavat laskutoimitukset. Joissain tutkimuksissa on ehdotettu, että suoriutuminen sanallisissa ongelmanratkaisutehtävissä tuo ilmi eron matemaattisesti tavanomaisten ja matemaattisesti heikommin suoriutuvien oppilaiden välillä. (Dowker, 2008).

Aritmeettisissä taidoissa onkin paljon vaihtelua. Osaamisen vaihtelu aritmeettisten taitojen normaalin oppimisen alueella voi johtua kognitiivisten tekijöiden vaihtelusta eli esimerkiksi työmuistin, prosessointinopeuden ja päättelyn vaihtelusta. Näitä tekijöitä voidaan kutsua yleisen piirin tekijöiksi, koska ne vaikuttavat oppimisen kaikkiin alueisiin ja muidenkin kuin matemaatiikan oppiaineen oppimiseen, kuten historiaan ja taiteisiin. (Cowan & Powell, 2014).

Cowan ja Powel (2014) kertovat, että vaihtelua voidaan selittää myös tunnistamalla erilaisia numeerisia tekijöitä, jotka tukevat monien aritmeettisten taitojen kehitystä ja suorittamista. Näitä numeerisia tekijöitä ovat muun muassa yksittäisten numeron prosessointi, tietämys numero systeemeistä ja numero sarjan arvioiminen. Nämä numeeriset tekijät pitävät sisällään monia osatekijöitä. Esimerkiksi yksittäisen numeron prosessointiin kuuluu numeroiden suuruusluokan vertailu ja määrän luettelointi tehtävissä, joissa on enintään 10 lueteltua asiaa. Yksittäisen numeron prosessointi, jossa on tärkeää sekä nopeus että tarkkuus, muuttuu tehokkaammaksi iän myötä ja se yhdistetään tavanomaisen alueen ja numero vaikeuksien vaihteluun.

Lapsella voi olla heikkoutta esimerkiksi yhdessä tai useammassa numeeristen tekijöiden osatekijöissä. Tunnistamalla taito ja sen heikkous voidaan auttaa opettajaa tai muuta aikuista antamaan oppilaille juuri sitä tukea, mitä hän tarvitsee.

Lasten tulisikin harjoitella aritmeettisiä taitoja, jotta ne muuttuisivat sujuviksi ja niitä voitaisiin käyttää esimerkiksi sanallisissa tehtävissä ja monissa arjen tilanteissa (Mononen ym., 2017). Vajeet aritmeettisissä taidoissa voivat vaikuttaa pitkään yksilön elämään ja arjen valintoihin.

Tulokset

Tutkimuskysymykseni ovat seuraavat:

1. Miten aritmeettisia taitoja opitaan?
2. Miten oppimisvaikeudet vaikuttavat aritmeettisten taitojen oppimiseen?

Tarkastelen seuravaksi näitä kysymyksiä edellä mainitussa järjestyksessä. Analysoin tutkimuskysymyksiä aiempiin tutkimuksiin perustuen. Pyrin valitsemaan mahdollisimman oleellisia ja tuoreita tutkimuksia. Mukana on lisäksi joitain vanhempia julkaisuja.

4.1 Miten aritmeettisiä taitoja opitaan?

Myöhemmän koulumatematiikan oppimiselle on olemassa neljä tärkeää taito kokonaisuutta. Nämä kokonaisuudet ovat laskemisen taidot, lukumääräisyyden taju, aritmeettiset taidot ja matemaattisten suhteiden ymmärtäminen (Mononen ym., 2017). Lukemaan opettelu ja aritmeettisten taitojen opettelu ovat kaksi keskeisimpiä taitoja, joita opetetaan koulun ensimmäisillä luokilla (Durand ym., 2005).

Lukujonotaidoilla, johon kuuluvat lukujen luettelu taidot, ja oleellisilla yhteen- ja vähennyslaskuissa käytetyillä aritmeettisillä strategioilla on yhteys toisiinsa. Voi jopa olla niin, että lukujonotaidot ovat tietyssä määrin hierarkisoituneita ja vaikuttavat aritmeettisten prosessien ja strategioiden laatuun. Lukujen luettelo taidoista kehittyvät ensin eteenpäin luettelu taidot ja sen jälkeen taaksepäin luettelu taidot. (Keranto, 1983, s. 7 ja 11).

Lapsi tutustuu aritmeettisiin periaatteisiin jo alle kouluikänsä. Aritmeettisiin periaatteisiin kuuluvat laskutoimituksissa, kuten yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskussa, tarvittavia loogisia periaatteita, joista on apua myöhempien matemaattisten pulmien sujuvassa laskemisessa (Mononen ym., 2017).

Kerannon (1983) mukaan useilla lapsilla on kouluun tullessa tiettyjä laskennallisia taitoja, kuten lukujen 1-10 sujuva luettelu taito ja lukualueen 1-10 tarkan laskemisen taito. Laskemisen taidot ovat näistä taidoista ehkäpä tärkein. Lisäksi se kiinnostaa lapsia, sillä tarkan laskemisen taidon avulla lapsi voi osallistua erilaisiin laskemista edellyttäviin peleihin ja leikkeihin sekä ostoksilla käyntiin. Koulutulokkaan osalta kuitenkin laskemisen taitojen oppimista rajoittaa vähäinen työmuistin kapasiteetti. Lapsen tulee laskiessaan pitää mielessään useita aritmeettisen

tehtävän suorittamiseen liittyviä alkutietoja ja kyetä suorittamaan laskutoimituksia niillä. Tämän takia lapsen on tärkeä opetella myös kirjallista aritmetiikkaa eli aritmeettisten tehtävien ratkaisemista paperilla. (s. 14).

Mononen ja kumppanit (2017) kertovat, että aritmeettiset taidot edistyvät siten, että lapsi käyttää aluksi luettelemista ja esineitä apunaan laskemisessa mutta siirtyy pikkuhiljaa kohti abstraktimpaa laskemista. Abstraktimmassa laskemisessa, eli laskemisessa, jossa ei lasketa esimerkiksi esineitä tai sormia, laskujen vastaukset palautetaan muistista nopeasti. Tällöin apuvälineitä ei tarvita. Tarkastelemalla laskutehtäviä tekevien lasten työskentelyä, voidaan usein ottaa selvää, missä kehityksen vaiheessa lapsi on laskutaidossaan. Tavallisesti oppilaat kykenevät palauttamaan laskun vastauksen nopeasti muististaan yhteen- ja vähennyslaskuihin lukualueella 1-20 viimeistään yhdeksän vuotiaana. Tätä kutsutaan aritmeettisten faktojen muistamiseksi.

Perusfaktat yhteenlaskuille ja kertolaskuille ovat numero yhdistelmiä, joissa molemmat muuttajat tai yhteen laskettavat luvut ovat pienempiä kuin kymmenen (Van de Walle ym., 2019). Vähennyslaskuille ja jakolaskuille perusfaktat ovat samat kuin edellä mainitut yhdistelmät. Esimerkiksi $17-9 = 8$ on vähennyslasku fakta, koska molemmat yhteen laskettavat osat ovat pienempiä kuin 10. Kun oppilas kykenee antamaan perusfaktojen vastauksen kolmessa sekunnissa, he ovat siirtyneet laskemisessa automaatioon ja hallitsevat laskun (Van de Walle ym., 2019). Perusfaktoissa tavoitteena on kuitenkin laskujen sujuvuus. Sujuvuus pitää sisällään nopean, joustavan, tarkan, tehokkaan ja tarkoituksenmukaisen laskemisen. (Van de Walle ym., 2019).

Perusfaktojen kehittyminen alkaa esikoulusta ja jatkuu ala-asteella. Tutkimusten mukaan varhainen numeroiden tuntemus ennustaa menestymistä koulussa paremmin kuin muut mitattavissa olevat kognitiiviset taidot, kuten muistitaidot, kyky lukea ja kyky ilmaista itseään sanallisesti. (Van de Walle ym., 2019).

Van de Wallen (2019) ja kumppaneiden mukaan perusfaktojen oppimisessa oppilaat etenevät laskemisesta tietämiseen. Perusfaktojen oppimisessa on kolme vaihetta, jotka ovat laskemisen strategiat, ajattelu strategiat ja faktojen hallinta. Laskemisen strategiassa oppilaat käyttävät esineitä ja sormia laskemiseen tai laskevat suullisesti ääneen tai hiljaa. Ajattelu strategioissa oleva oppilas käyttää jo hallitsemaansa tietoa ratkaisemaan ongelmia. Hän voi esimerkiksi tietää, että $3+7=10$ ja käyttää sitä tietoa hyödyksi laskiessaan laskua $4+7$. Kun taas oppilas hallitsee perusfaktan, hän tuottaa vastauksen laskuun tehokkaasti, nopeasti ja tarkasti. Hän vain tietää vastauksen.

Oppilaat voivat harjoitella esimerkiksi yhteenlaskun perusfaktojen ajattelustrategioita esimerkiksi lisäämällä johonkin lukuun aina yhden tai kahden ja ilmoittamalla vastauksen. Lisäksi he voivat muodostaa yhteenlaskettavista laskuista kymmeniä. Nollan lisääminen voi tuottaa osalle oppilaille vaikeuksia, koska he ovat tottuneet siihen, että yhteenlaskussa lukumäärä aina lisääntyy. (Van de Walle ym., 2019).

Vähennyslasku faktat ovat yleensä hankalampia oppia kuin yhteenlasku faktat. Vähennyslaskuja voidaan laskea esimerkiksi yhteenlaskun avulla miettimällä, mikä luku pitää lisätä annettuun lukuun, jotta saadaan jo tiedossa oleva lopputulos. (Van de Walle ym., 2019).

4.1.1 Mitä kognitiivisia taitoja kuuluu aritmeettisten taitojen opetteluun?

Aritmeettisten taitojen kognitiivisesta perustasta on vain vähän tietoa. Näyttää kuitenkin siltä, että epäfonologiset taidot, kuten numeroiden analogiset edustukset, fonologiset muistitaidot sekä visuospatiaaliset taidot, joihin kuuluvat muun muassa visuaalinen ja spatiaalinen havaitseminen, voisivat olla oleellisessa asemassa aritmeettisten taitojen opettelussa ja suorittamisessa. (Durand ym., 2005).

Durand ja kumppanit (2005) painottavat aritmeettisten taitojen oppimisessa työmuistin asemaa. Työmuisti on oleellisessa asemassa, kun lapset pitävät mielessä ja hyödyntävät informaatiota laskiessaan aritmeettisiä mielensisäisiä laskuja eli mielessä suoritettavia laskuja. Työmuistissa säilytetään tietoa lyhyitä aikoja ja voidaan valmistella tietoa säilytettäväksi pitkäkestoiseen muistiin. Fonologinen muisti, johon kuuluu muun muassa kielellisten ainesten kuten äänteiden muistaminen, auttaa myös aritmeettisten ongelmien varastoimisessa. Eksekutiiviset toiminnot, kuten erilaisten muiden toimintojen hallinnoiminen ja asioiden toimeenpaneminen, auttavat erilaisten laskennallisten proseduurien, kuten faktojen muistiin palauttamisen ja sormilla laskemisen, välillä vaihtelussa.

4.1.2 Strategiat, joita voidaan hyödyntää aritmeettisten taitojen opettelussa

On ehdotettu, että kehittyneen iän ja harjoituksen myötä laskeminen ja tieto lukumääräisyyksistä lopputuloksen saavuttamiseksi korvautuu valitusta strategiasta muistista hakuun ainakin kerto- ja yhteenlaskussa. Tätä voidaan verrata sanojen hakuun leksikaalisesta muistista. (Prior ym., 2015).

McCloskeyn mukaan aritmeettiset faktat varastoidaan yksilöllisinä muisti edustuksina pitkäkestoiseen muistiin ja haetaan sieltä tarvittaessa. Sen sijaan Dehaenen ja Cohenin mukaan kertolaskut ja jotkin hyvin yksinkertaiset yhteenlasku ongelmat haetaan muistista automaattisesti, kun taas vähemmän harjoiteltujen vähennyslaskujen, vaikeampien yhteenlaskujen (summat yli 10) ja jakolaskujen ratkaisemiseksi käytetään muita strategioita. (Zamarian ym., 2007). Lisäksi on eriäviä mielipiteitä siitä, ratkaistaanko jakolaskut hakemalla vastaukset muistista vai käytetäänkö niiden ratkaisemiseksi vastaavia kertolasku ongelmia. Tutkijat ovat kuitenkin samaa mieltä siitä, että monet yksilölliset erot, kuten ikä, koulutustaso ja päivittäinen harjoittelu vaikuttavat aritmeettisten faktojen tietämykseen ja automaattiseen muistista hakuun. (Zamarian ym., 2007).

McCloskeyn ja kumppaneiden mukaan kaikissa laskenta prosesseissa yksilö käyttää keskeistä semanttista systeemiä. Tässä systeemissä numero muodot muunnetaan abstrakteiksi muisti edustuksiksi, jotka painottavat numeron suuruutta ja palvelevat syöttönä ja ulostulona laskennallisessa systeemissä. (Zamarian ym., 2007).

Sen sijaan Throndsenin mukaan (2011) aritmeettiset strategiat voidaan jakaa kolmeen ryhmään. Ensimmäisen ryhmään kuuluvat avoimet strategiat eli materiaaliset strategiat, joissa yksilö laskee sormia tai esineitä. Toisen ryhmän muodostavat peiteltyt strategiat tai verbaaliset strategiat, joita ovat esimerkiksi päässä lasku. Kolmanteen ryhmään kuuluu muistista haku eli mentaaliset strategiat, jolloin yksilö vain tietää vastauksen. Peiteltyjen strategioiden on ajateltu olevan kehittyneempiä kuin avointen, koska niissä yksilö toteuttaa prosessin seuraamista samanaikaisesti summan laskemisen kanssa. Erilaisilla lasku strategioilla on tärkeä rooli aritmeettisten taitojen opettelussa, mutta myöhemmin muistista haku strategioista tulee vähitellen hallitseva strategia.

Kun lapset siirtyvät kouluun, heillä on yleensä käsitteellinen ymmärrys aritmetiikan piirteistä sekä hyvät mahdollisuudet selvittää helppoja yhteen- ja vähennyslaskuja. Kaksi käytetyintä yhteenlasku tapaa riippumatta siitä, käyttääkö lapsi laskemisessa apunaan sormia tai ei, ovat summa, lasketaan kaikki, ja min, lasketaan jostain eteenpäin. (Geary ym., 2000). Kun käytetään min laskutapaa, otetaan laskettavista suurempi luku ja lasketaan siitä eteenpäin, kunnes saavutetaan pienemmän luvun arvo, kuten 7, 8, 9 kun lasketaan $7+2$. Summa laskutavassa lasketaan kummatkin yhteenlaskettavat luvut aloittaen nolasta. (Geary ym., 2000). Toisinaan lapset määrittävät pienemmän yhteenlaskettavan ja laskevat sitten suuremman yhteenlaskettavan. Tätä tapaa kutsutaan maksimaaliseksi menettelyksi. (Geary ym., 2007).

Yksi tapa, jolla lapset ratkovat aritmeettisiä ongelmia on niin sanottu, kaksoislaskenta. Steffe tulkitsee tämän strategian olevan ilmaisu siitä, että lapsi on rakentanut sisäkkäisiä numero sarjoja. Tämä voi edesauttaa strategista päättelyä yhteen- ja vähennyslaskuissa. (Björklund ym., 2021). Kaksoislaskennassa lapsi pitää lukua laskettavasta asiasta kokonaisuutena. Esimerkiksi kun lapsi laskee laskua $10-6$, hän pitää lukua siitä kuinka monta otetaan pois ja kuinka monta on vielä jäljellä samaan aikaan. Hän voi käyttää apunaan sormia laskiessaan $10, 9$ (1 otettu pois), $8,7, 6, 5, 4$ (6 otettu pois). (Björklund ym., 2021).

Yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemiseksi tarvittavien tehokkaiden metodien, kuten erilaisien strategioiden ja mieleen palauttamisen, oppiminen onkin olennainen osa matematiikan opetusta. Monet lapset oppivat yksinkertaisia laskenta strategioita yhteen- ja vähennyslaskulle, kun käsittelevät laskutoimituksia numeroon 20 saakka. Nämä yksinkertaiset laskentastrategiat kuten yksittäinen laskeminen ovat kuitenkin alttiita virheille, tehottomia ja saattavat muodostua esteeksi, kun lapsi alkaa harjoitella laskuja isommilla luvuilla aina 100 ja 1000 asti. (Sievert ym., 2021).

Kilpatrick ja kollegat korostavat aritmeettisten perustaitojen oppimisessa sitä, että tieto summista ja eroista yhteen- ja vähennyslaskun välillä ovat suhteellisia ja ei edellytä pelkästään muistiin panemista. Heidän mukaansa lapset eivät etene siitä, että eivät tiedä mitään summista ja eroista siihen, että he muistavat perusnumero yhdistelmät ulkoa. (Sievert ym., 2021). Lasten aritmeettisten taitojen oppimista voidaankin luonnehtia asteittain eteneväksi ja pitkittyneeksi. Lapset kehittävät pikkuhiljaa enemmän abstrakteja ja kehittyneempiä ratkaisumetodeja yhteen- ja vähennyslasku ongelmille havaitsemalla ja hyödyntämällä aritmeettisiä periaatteita. (Sievert ym., 2021).

4.2 Miten oppimisvaikeudet vaikuttavat aritmeettisten taitojen oppimiseen?

Aritmeettisillä taidoilla on oleellinen asema matemaattisissa oppimisvaikeuksissa. Aritmeettisten taitojen vaikeuksia pidetäänkin yhtenä matemaattisten oppimisvaikeuksien tunnusmerkkinä (Mononen ym., 2017). Levine, Lindsay ja Reed ehdottavat, että vajavuudet aritmeettisissä taidoissa vaikuttavat negatiivisesti oppilaiden käsitykseen heidän sosiaalisista ja älyllisistä kyvyistään sekä heidän todennäköisyyteensä menestyä tulevaisuudessa (Sikora ym., 2002). Heikot aritmeettiset taidot voivat muun muassa vaikeuttaa koulunkäyntiä ja rajoittaa jatko-opiskelu mahdollisuuksia sekä vaikuttaa siten menestymiseen tulevaisuudessa.

Oppilaalla voi olla vaikeuksia yhdellä tai useammalla aritmeettisten taitojen osa-alueella. Lisäksi hänellä voi olla muita matemaattisia haasteita. Oppimisvaikeuksien varhainen tunnistaminen on tärkeää, sillä matemaattisten taitojen oppiminen etenee hierarkkisesti, jolloin aiempi osaaminen edesauttaa uuden oppimista (Aunola & Nurmi, 2018).

Haasteet aritmeettisissä taidoissa näyttäytyvät vaikeutena hakea nopeasti aritmeettisiä faktoja pitkäkestoisesta muistista. Oppilaat, joilla on vaikeuksia aritmeettisissä tehtävissä, hyödyntävät usein hitaita sekä alkeellisia laskemisen strategioita ja käyttävät apunaan lukujen luettelemista ja muistitukia, kuten sormia tai esineitä. (Mononen ym., 2017). Aritmeettisten faktojen sujuva muistista hakeminen on yleensä pysyvästi vaikeaa oppilaille, joilla on dyskalkulia ja osalle lapsista, jotka ovat matemaattisesti heikoilla (Mononen ym., 2017).

Kerannon (1983) mukaan haasteita ensiluokkalaisen aritmeettisten tehtävien suorittamisessa voivat tuottaa muun muassa siirtymä toiminnallis-suulliselta ja päässä ajattelemisen tasolta koulun kirjalliseen muotoon. Kirjalliseen muotoon siirtyminen on kuitenkin hyödyllistä, sillä siten oppilaat saavat paremmin jäsenneiltyä ajatuksiaan ja voivat muistaa paremmin mitä ovat ajatelleet. Ensiluokkalaisen aritmeettisiin prosesseihin ja strategioihin vaikuttavat muun muassa lukujonotaidot, päättely- ja havaitsemiskyky sekä yksilön työmuistin koko. (s. 18).

Aritmeettisten perustaitojen sujuvuus ja laskualgoritmien eli monivaiheisten laskutehtävien hallinta ovat yhteydessä toisiinsa. Kuitenkin aritmeettisten taitojen sujumattomuus vaikuttaa olevan pysyvämpää kuin laskualgoritmien osaamattomuus. (Mononen ym., 2017). On myös havaittu, että aritmeettisten taitojen sujuvuudella on yhteys lapsen myöhempään yleiseen matemaattiseen osaamiseen. Aritmeettisten taitojen sujuvuus merkitsee sitä, että tehtävien ratkaiseminen on nopeaa, vaivatonta ja vastaukset ovat oikein. (Mononen ym., 2017).

Mononen ja kumppanit (2017) kertovat, että lisäksi on havaittu, että laskuproseduurit eli eri vaiheet, jotka laskun ratkaisemiseksi tarvitaan, ovat vaikea oppia lapsille, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Lapset kehittyvät laskuproseduureissa ajan kuluessa, mutta kehitys etenee monien vuosien viivästyksellä tavallisesti taidoissaan kehittyviin lapsiin verrattuna. Vaikeudet laskuproseduureissa tulevat ilmi esimerkiksi virheinä laskualgoritmeissa, kuten yhteen- ja vähennyslaskuissa moninumeroisilla luvuilla. Allekkain laskettavissa vähennyslaskuissa usein esiintyviä virheitä ovat esimerkiksi se, että pienempi luku vähennetään suuremmasta, lainaaminen jätetään huomiotta tai ei muisteta, miten lainaaminen nollan yli tapahtuu. Vaikeuksia voi ilmetä myös esimerkiksi laskujärjestyksen muistamisessa.

4.2.1 Aritmeettisten taitojen vaikeuksien syitä

Monenlaiset syyt voivat aiheuttaa vaikeuksia aritmeettisissä taidoissa. Syyt saattavat liittyä geneettisiin tekijöihin, kehityksellisiin viivästymiin, kokemusperäisiin rajoitteisiin, kielellisiin ongelmiin tai kognitiivisiin heikkouksiin, kuten havaitsemiseen ja muistin heikkouksiin. (Haskell & Haskell, 2000). Aritmeettisiä taitoja voivat heikentää myös sopimattomat ja tehottomat opetus harjoitteet, kuten liian vaikeat tai liian helpot tehtävät. Lisäksi ahdistus ja negatiiviset asenteet oppiainetta kohtaan voivat vaikuttaa aritmeettisten taitojen hallitsemisen saavuttamiseen etenkin nuorilla lapsilla. (Haskell & Haskell, 2000).

Yhtenä aritmeettisten taitojen heikkouden syynä voisivat olla myös vaikeudet sormi gnosiksessa. Gerstmannin päätelmien mukaan vaikeudet sormien gnosiksessa eli vaikeudet erottaa sormia, nimetä niitä ja tunnistaa niitä, voi olla kausaalisesti yhteyksissä vaikeuksiin aritmetiikan oppimisessa. Funktionaalisen selvityksen mukaan sormet ovat oleellisessa asemassa laskemisen perustaidoissa. (Long ym., 2016).

Longin ja kumppaneiden (2016) tutkimuksessa ei kuitenkaan löydetty tätä yhteyttä, mutta tutkimuksessa kuitenkin havaittiin, että ei symbolinen lukumäärän arviointi ja laskemisen taidot ennustivat aritmeettisiä taitoja. Tutkimuksessa oli laaja otoskoko, joka koostui tyypillisesti kehittyvistä lapsista (N=197). Tutkimuksessa arvioitiin sormi gnosista ja aritmeettisiä taitoja sekä muita aritmeettisille taidoille olennaisia kognitiivisia taitoja, kuten laskemisen taitoja, ei symbolista lukumäärän arviointia ja sanastoa.

Rourken tutkimusten mukaan on olemassa ainakin kaksi alatyyppeä oppilaille, joilla on aritmeettisiä vaikeuksia. Ensimmäisen ryhmän muodostavat he, joilla on yhtenäisiä ongelmia laskemisessa, oikeinkirjoituksessa ja aritmetiikassa. Toisen ryhmän muodostavat he, joilla lukeminen ja oikeinkirjoitus ovat normaalilla tasolla, mutta aritmeettiset tasot ovat heikolla tasolla. (Sikora ym., 2002).

Lisäksi Geary ja kumppanit ovat määrittäneet kolme alaryhmää oppilaille, joilla on aritmeettisiä ongelmia. Yhden ryhmän muodostavat he, joilla on ongelmia visuospatiaalisissa taidoissa. Toisen ryhmän jäsenillä on ongelmia aritmeettisten faktojen muistista haussa. (Sikora ym., 2002). Viimeisen ryhmän muodostivat oppilaat, joilla oli ongelmia aritmeettisten proseduurien käyttämisessä. On todennäköistä, että taustalla olevat kognitiiviset prosessit ovat erilaisia näissä erilaisissa vaikeuksissa. (Sikora ym., 2002).

4.2.2 Miten aritmeettisten taitojen oppimista voidaan helpottaa vaikeuksista huolimatta?

Kun virheitä tapahtuu esimerkiksi allekkain laskussa, olisi tärkeä pyytää oppilasta kertomaan, miten hän ratkaisi tehtävän. Tämän jälkeen oppilaille voidaan havainnollistaa ja näyttää oikea ratkaisutapa. (Mononen ym., 2017). Apuna voidaan käyttää esimerkiksi rahaa tai kymmenjärjestelmävälineitä.

Myös laskemiseen kuuluvat perustaidot olisivat hyvä ottaa hallintaan. Esimerkiksi hyvä kymmenjärjestelmän ymmärrys auttaa siten, että kehitys kulkee vaivattomasti yksinumeroisilla luvuilla laskemisesta moninumeroisilla luvuilla ja desimaaliluvuilla laskemiseen. Lapsen on tämän jälkeen helpompi käsittää vastauksen suuruusluokka ja arvioida saadun tuloksen järkevyyttä itse. (Mononen ym., 2017).

Myös laskustrategioiden opetuksen on nähty olevan avuksi oppilaille, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia. Oppilaiden laskemisen sujuvuus on yleensä parantunut, kun oppilaat ovat harjoitelleet tehokkaampia laskustrategioita, kuin mitä heillä on ollut käytössään. (Mononen ym., 2017). Oppilasta voisi rohkaista siirtymään hitaista laskutavoista kehittyneempiin strategioihin, kuten osavastausten suoraan muistista hakuun tai apulaskujen käyttöön (Mononen ym., 2017).

Lisäksi lasten olisi hyödyllistä ylipäättään harjoitella aritmeettisiä taitoja. Harjoittelemalla nämä taidot muuttuisivat sujuviksi ja niitä voitaisiin soveltaa esimerkiksi sanallisissa tehtävissä. (Mononen ym., 2017). Useilla lapsilla onkin haasteita juuri sanallisten tehtävien kanssa.

Yhteenveto

Van De Wallen ja kumppaneiden (2019) mukaan matematiikassa on kyse strategioiden kehittämisestä ratkaisemaan tiettyjä ongelmia, näiden strategioiden soveltamisesta sekä sen tarkistamisesta, onko saatu vastaus järkevä. Matemaattiset tehtävät kuormittavat ihmisen tiedonkäyttelyjärjestelmää ja erityisesti työmuistia (Joutsenlahti ym., 2018). Työmuistia kuormittavat etenkin päässä laskutehtävät.

Mononen ja kumppanit (2017) painottavat sitä, että yhteiskuntamme vaatii kaikilta jäseniltään matemaattisten taitojen hallintaa. Matemaattisia taitoja tarvitaan niin työelämässä kuin arjessakin. On vaikea löytää sellaista työtehtävää tai alaa, jolla ei tarvittaisi näitä taitoja. Arjessa matemaattisia taitoja tarvitaan esimerkiksi laskuja maksaessa, ruokareseptejä soveltaessa ja kaupassa käydessä.

Matemaattiset taidot, joita tarvitaan tänä päivänä vaativat sitä, että yksilö kykenee luomaan ratkaisun strategioita erilaisiin ongelmiin. Oppilaiden olisi hyvä harjoitella kriittistä ajattelua, kommunikointia, luovuutta sekä kykyä käyttää teknologiaa. (Van de Walle ym., 2019).

Aritmeettiset taidot ovat yksi matemaattisten taitojen osa-alue. Aritmeettisillä perustaidoilla tarkoitetaan yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskun laskemiseen tarvittavia taitoja. Aritmeettisillä taidoilla voidaan viitata myös laskemiseen, muistiin aritmeettisille faktoille, käsitteiden ymmärrykseen sekä kykyyn seurata laskuproseduureja (Dowker, 2008). Nämä taidot koostuvat lukuisista pienemmistä osista. Esimerkiksi laskemiseen kuuluu tieto laskettavista osista, kyky seurata laskuproseduureja laskettaessa esineiden sarjaa sekä laskemiseen kuuluvien sääntöjen ymmärtäminen (Dowker, 2008).

Aritmeettisillä faktoilla tarkoitetaan sen sijaan yleensä yksinumeroisia yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolasku ongelmia, joiden ratkaisemiseksi ei tarvita vaativia laskennallisia prosesseja ja strategioita. Vastaukset aritmeettisiin faktoihin haetaan yleensä pitkäkestoisesta muistista. (Berch & Mazzocco, 2007).

Tutkimuksissa on havaittu, etteivät aritmeettiset taidot ole yksi yhtenäinen kyky, jossa ihmiset ovat joko heikkoja tai vahvoja (Dowker, 2008). Aritmeettiset taidot eivät myöskään periydy ihmiseltä toiselle, vaan kaikkien on opetettava niitä itse (van de Walle ym., 2019).

Kaksi tutkimuskysymystäni olivat, miten aritmeettisiä taitoja opitaan ja miten oppimisvaikeudet vaikuttavat aritmeettisten taitojen oppimisessa. Aritmeettisiä taitoja aletaan harjoitella jo

esikoulussa ja viimeistään ensimmäisellä luokalla. Tavallisesti lapset kykenevät palauttamaan laskun vastauksen nopeasti muististaan yhteen- ja vähennyslaskuihin lukualueella 1-20 viimeistään yhdeksän vuotiaana (Mononen ym., 2017).

Aritmeettisiä peruslaskutaitoja opitaan aluksi konkretian kautta. Lapset siirtyvät kuitenkin koko ajan kohti abstraktimpaa ajattelua. Lapsi käyttää aluksi lukujen luettelemista ja esineitä apunaan laskemisessa, mutta siirtyy nopeasti palauttamaan laskut muististaan, jolloin apuvälineitä ei enää tarvita (Mononen ym., 2017).

Lapset yleensä oppivat ensin yhteenlaskufaktat, koska vähennyslaskufaktat ovat hankalampia oppia kuin yhteenlaskut. Perusfaktat yhteenlaskuille, vähennyslaskuille, jakolaskuille ja kertolaskuille ovat numero yhdistelmät, joissa molemmat muuttujat tai yhteen laskettavat luvut ovat pienempiä kuin kymmenen. (Van de Walle ym., 2019). Esimerkiksi lasku $6+3$ on yhteenlasku fakta. Aluksi erilaisilla laskustrategioilla on tärkeä asema aritmeettisten taitojen opettelussa, mutta ajan myötä muistista haku strategioista tulee vähitellen hallitseva strategia (Thronsen, 2011).

Aritmeettisissä taidoissa on kuitenkin suurta vaihtelua. Cowanin ja Powellin (2014) mukaan vaihtelu aritmeettisten taitojen normaalien oppimisen alueella voi johtua kognitiivisten tekijöiden vaihtelusta eli esimerkiksi työmuistin, prosessointinopeuden ja päättelyn taitojen vaihtelusta. Lisäksi vaihtelua voi lisätä lasten erilaiset lähtötasot. Osa lapsista tuntee jo numerot ja osaa laskea joitain yhteen- ja vähennyslaskuja, kun taas osa lapsista ei ole vielä niin pitkällä.

Monilla lapsilla onkin vaikeuksia joillain tai useilla aritmeettisten taitojen alueella. On todennäköistä, että jopa 15 tai 20 prosenttia väestöstä kokee haasteita jollain aritmeettisten taitojen osa-alueella. (Dowker, 2008). Haasteet yhdellä aritmeettisen taidon alueella voi vaikuttaa heikentäväksi muihinkin alueisiin. Sikoran ja kumppaneiden (2002) mukaan vajavuudet aritmeettisissä taidoissa vaikuttavat negatiivisesti oppilaiden käsitykseen heidän sosiaalisista ja älyllisistä kyvyistä sekä heidän todennäköisyyteensä menestyä tulevaisuudessa.

Vaikeudet aritmeettisissä taidoissa voivat näyttäytyä esimerkiksi tehottomina ja virheille alttiina laskustrategioina (Mononen ym., 2017). Lapsi voi esimerkiksi käyttää pitkään sormia tai esineitä apunaan laskemisessa. Tällaisessa tapauksessa laskustrategioiden opettelusta voi olla hyötyä. Tutkimuksissa on havaittu, että lasten laskemisen sujuvuus on parantunut, kun lapset ovat harjoitelleet tehokkaampia laskustrategioita, kuin mitä heillä on ollut käytössään. (Mononen ym., 2017).

Monosen ja kumppaneiden (2017) mukaan, kun virheitä tapahtuu esimerkiksi allekkain laskussa, olisi tärkeä pyytää oppilasta kertomaan, miten hän ratkaisi tehtävän. Tämän jälkeen oppilaalle voidaan havainnollistaa ja näyttää oikea ratkaisutapa. Oppimisen apuna voidaan käyttää myös esineitä, kuten rahaa tai kymmenjärjestelmä välineitä.

Joutsenlahti ja kumppanit (2018) painottavat sitä, että aritmeettisiin vaikeuksiin olisi hyvä puuttua mahdollisimman varhain, koska matemaattisten taitojen kehitys on kasaantuvaa. Matemaattisissa taidoissa, kuten aritmeettisissä taidoissa aiempi osaaminen tekee uuden oppimisesta helpompaa. Onkin havaittu, että matematiikan taidoissa tasoerot oppilaiden välillä lisääntyvät koulunkäynnin edetessä. Matemaattisissa taidoissa ne, jotka ovat eteviä kartuttavat taitojaan entistään, mutta ne, jotka ovat muista jäljessä jäävät vain enemmän muista jälkeen.

Pohdinta

Kirjallisuuskatsauksessa esiin tulleet asiat olivat pitkälti samanlaisia kuin aiemmissa tutkimuksissa. Monissa tutkimuksissa, joita tarkastelin, painotettiin matemaattisten taitojen ja varhaisen puuttumisen tärkeyttä sekä aritmeettisten taitojen olennaista asemaa matemaattisissa oppimisvaikeuksissa.

Aiempiin tutkimuksiin verraten hieman uusi näkökulma tässä kirjallisuuskatsauksessa oli se tieto, että eräille oppilaille tuottavat vaikeuksia kielelliset matemaattiset tehtävät ja toisille ei-kielelliset (Ding ym., 2021). Dingin ja kumppaneiden mukaan (2021) nämä kaksi tyyppiä, eli kielelliset ja ei- kielelliset vaikeudet, muodostavat kaksi matemaattisten oppimisvaikeuksien alatyyppejä.

Huomioin tutkimuksen luotettavuuden käyttämällä vertaisarvioituja lähteitä. Tässä sain apua kirjaston tiedonhankinta kurssilta sekä kurssi kavereiltani. Muita luotettavuutta edistäviä tekijöitä, joita huomion oli muun muassa lähteiden julkaisupaikka ja julkaisuvuosi. Pyrin valitsemaan mahdollisimman tuoreita lähteitä, mutta mukana on myös joitain vanhempia julkaisuja. Tutkimukseni eettisyyttä ja luotettavuutta ajatellen pyrin toimimaan huolellisesti, tarkasti ja rehellisesti. Pyrin siihen, että tutkimukseni tiedot olisivat tosia ja tutkittuja. Pyrin myös siihen, että tutkielmani tuottaisi uutta ja merkityksellistä tietoa etenkin koulumaailman suhteen. Tutkielmani luotettavuutta ja eettisyyttä olisin voinut tuoda vielä enemmän esille käymällä tarkemmin läpi aiempien tutkimusten lähtötietoja, kuten osallistujamääriä ja analyysimenetelmiä.

Kirjallisuuskatsaukseni avulla koottua tietoa voisi hyödyntää koulumaailmassa esimerkiksi aritmeettisten taitojen opettelemisen tärkeyden tunnistamisessa sekä oppilaiden laskustrategioiden kehittämisessä. Kouluissa olisi hyvä olla tietoinen siitä, miten tärkeässä asemassa aritmeettisten taitojen opettelu on oppilaan tulevaisuutta ajatellen. Kouluissa tulisi panostaa ylipäätään matemaattisten oppimisvaikeuksien varhaiseen tunnistamiseen. Myös oppilaiden laskustrategioihin tulisi kiinnittää huomiota ja pyrkiä kehittämään oppilaiden laskustrategioita pikkuhiljaa. Matemaattiset oppimisvaikeudet voivat näyttäytyä esimerkiksi tehottomina ja hitaina laskustrategioina (Mononen ym., 2017).

Jatko tutkimuksissa voitaisiin keskittyä aritmeettisten taitojen kognitiiviseen perustaan. Durandin ja kumppaneiden (2005) mukaan tästä on vain vähän tutkittua tietoa. Tästä tiedosta voisi olla hyötyä aritmeettisten taitojen oppimisen ymmärtämisessä, josta voisi olla hyötyä esimerkiksi oppilaan laskustrategioiden kehittämisessä. Tietoa voitaisiin hyödyntää koulumaailmassa.

Lähteet / References

Aunola, K. & Nurmi J. -E. (2018). Matemaattisten taitojen kehitys kouluikässä. Teoksesta Matematiikan opetus ja oppiminen. J. Joutsenlahti, H. Silfverberg & P. Räsänen (toim.). Niilo Mäki Instituutti: Bookwell Oy, Porvoo. S. 54- 68.

Dowker, A. (2008). Numeracy Recovery with Children with Arithmetical Difficulties: Intervention and Research. Teoksesta Mathematical Difficulties: Psychology and Intervention. A. Dowker (toim.). Elsevier: United States of America. S. 181- 202.

Geary, D. C., Hoard M. K., Nugent L. & Byrd- Craven J. (2007). Strategy Use, Long- Term Memory, and Working Memory Capacity. Teoksesta Why Is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities. D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (toim.). Paul H. Brookes Publishing Co. : Baltimore, Maryland. S. 83-105.

Lindholm, P., Loukusa, S. & Paavola-Ruotsalainen L. (2016). Puheen, kielen, motoriikan ja oppimiskyvyn kehityshäiriöt. Teoksesta Lastenpsykiatria ja nuorisopsykiatria. K. Kumpulainen, E. Aronen, H. Ebeling, E. Laukkanen, M. Marttunen, K. Puura & A. Sourander (toim.). Duodecim: Helsinki. S. 203-216.

Salminen, A. (2011). Mikä kirjallisuuskatsaus? Johdatus kirjallisuuskatsauksen tyyppeihin ja hallintotieteellisiin sovelluksiin. Vaasan yliopisto.

Zamarian L., Lopez-Rolon A. & Delazer M. (2007). Neuropsychological Case Studies on Arithmetic Processing. Teoksesta Why Is Math So Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities. D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (toim.). Paul H. Brookes Publishing Co. : Baltimore, Maryland. S. 245- 263.

Alkula, T., Pöntinen, S., & Ylöstalo, P. (1994). *Sosiaalitutkimuksen kvantitatiiviset menetelmät*. WSOY.

Berch, D. B., & Mazzocco, M. M. M. (2007). *Why is math so hard for some children? : The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*. Paul H. Brookes Publishing Co.

Björklund, C., Marton, F., & Kullberg, A. (2021). What is to be learnt? Critical aspects of elementary arithmetic skills. *Educational Studies in Mathematics*, 107(2), 261–284.

<http://pc124152.oulu.fi:8080/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=asn&AN=150989095&site=ehost-live&scope=site>

- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines*, 46(1), 3–18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Cowan, R., & Powell, D. (2014). The contributions of domain-general and numerical factors to third-grade arithmetic skills and mathematical learning disability. *Journal of Educational Psychology*, 106(1), 214–229. <https://doi.org/10.1037/A0034097>
- Ding, Y., Liu, R.-D., Hong, W., Yu, Q., Wang, J., Liu, Y., & Zhen, R. (2021). Specific Mental Arithmetic Difficulties and General Arithmetic Learning Difficulties: The Role of Phonological Working Memory. *Psychological reports*, 124(2), 720–751. <https://doi.org/10.1177/0033294120916865>
- Durand, M., Hulme, C., Larkin, R., & Snowling, M. (2005). The cognitive foundations of reading and arithmetic skills in 7- to 10-year-olds. *Journal of experimental child psychology*, 91(2), 113–136. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.01.003>
- Ermi, L., Koponen, T., & (KVT), K. vaikuttavuustyöryhmä. (2021). Matemaattisten oppimisvaikeuksien kuntoutus : sateenvarjokatsaus tutkimusnäyttöön. *Psykologia : tiedepoliittinen aikakauslehti*, 56(2), 182–199, 275.
- Gall, M. D., Gall, J. P., & Borg, W. R. (2007). *Educational research : an introduction* (8th ed). Pearson/Allyn & Bacon.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77(3), 236–263. <https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2561>
- Haskell, S. H., & Haskell, S. H. (2000). *The determinants of arithmetic skills in young children: some observations*.

- Hickman, C. J. (2019). *Learning Mathematics Successfully: Raising Self-Efficacy in Students, Teachers and Parents*. Information Age Publishing. <http://pc124152.oulu.fi:8080/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=nlebk&AN=2161581&site=ehost-live&scope=site>
- Ikäheimo, H., Pääkkönen, J., & Mutikainen, A. (2021). *Matematiikan osaaminen vahvaksi: iloa opetukseen ja oppimiseen* (1. painos). ELLI Early Learning Oy.
- Joutsenlahti, J., Silfverberg, H., & Räsänen, P. (2018). *Matematiikan opetus ja oppiminen*. Niilo Mäki Instituutti.
- Keranto, T. (1983). *Aritmeettiset prosessit ja strategiat: yhteydet matematiikan opintomenestykseen, opiskelumotivaatioon ja asenteisiin = Arithmetical processes and strategies: their relationship with study achievement, motivation and attitudes*. [Tampereen yliopisto].
- Long, I., Malone, S. A., Tolan, A., Burgoyne, K., Heron-Delaney, M., Witteveen, K., & Hulme, C. (2016). The cognitive foundations of early arithmetic skills: It is counting and number judgment, but not finger gnosis, that count. *Journal of experimental child psychology*, 152, 327–334. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.08.005>
- Metsämuuronen, J. (2005). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä* (3. laitos). International Methelp.
- Mononen, R., Aunio, P., Väisänen, E., Korhonen, J., & Tapola, A. (2017). *Matemaattiset oppimisvaikeudet*. PS-kustannus.
- Mononen, R., Niemivirta, M., Korhonen, J., Lindskog, M., & Tapola, A. (2022). Developmental relations between mathematics anxiety, symbolic numerical magnitude processing and arithmetic skills from first to second grade. *Cognition & Emotion*, 36(3), 452–472. <https://doi.org/https://doi.org/10.1080/02699931.2021.2015296>
- Prior, A., Katz, M., Mahajna, I., & Rubinsten, O. (2015). Number word structure in first and second language influences arithmetic skills. *Frontiers in psychology*, 6, 266. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00266>

- Sievert, H., van den Ham, A. K., & Heinze, A. (2021). Are first graders' arithmetic skills related to the quality of mathematics textbooks? A study on students' use of arithmetic principles. *Learning and Instruction, 71*. <https://doi.org/10.1016/J.LEARNINSTRUC.2020.101401>
- Sikora, M. D., Haley, P., Edwards, J., & Butler, R. W. (2002). Tower of London test performance in children with poor arithmetic skills. *Developmental neuropsychology, 21*(3), 243–254. https://doi.org/10.1207/S15326942DN2103_2
- Susanto, H. A., Hidayati, A., Hobri, Susanto, & Warli. (2021). Exploring Thinking Process of Students with Mathematics Learning Disability in Solving Arithmetic Problems. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 9*(3), 498–513. <https://www.proquest.com/scholarly-journals/exploring-thinking-process-students-with/docview/2580869679/se-2?accountid=13031>
- Thronsdon, I. (2011). Self-regulated learning of basic arithmetic skills: a longitudinal study. *The British journal of educational psychology, 81*(Pt 4), 558–578. <https://doi.org/10.1348/2044-8279.002008>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2019). *Elementary and middle school mathematics : teaching developmentally* (Tenth edition). Pearson.